Hur man använder Geogebra för att beräkna derivator, hitta tangentekvationer, och att lösa derivatarelaterade problem via grafiskt tänk.

Exempel: Utgå från funktionen $f(x) = 5 \cdot 1{,}2^{-x} + 2$

a) Bestäm lutningen i den punkt där $x = -1$

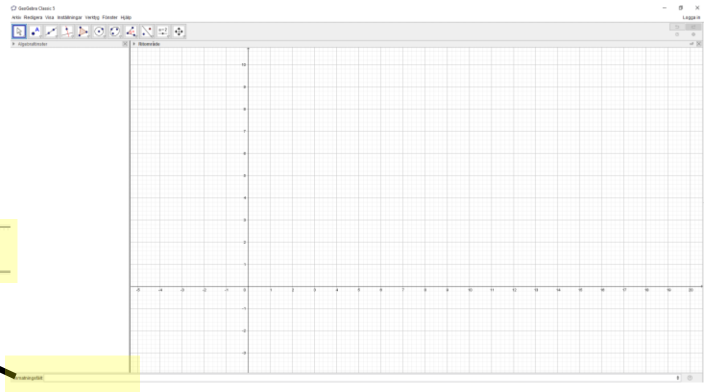
b) Bestäm ekvationen för en tangent med tangeringspunkt i $x = 2$

c) Det finns en punkt med y-värdet 3. Bestäm lutningen i denna punkt

d) Det finns en punkt där lutningen är hälften så stor som lutningen där $x = 0$. Bestäm denna punkts koordinater.

Vid alla studier av funktioner i Geogebra är första steget att skriva in funktionsuttrycket i inmatningsfönstret.

Inmatningsfält:

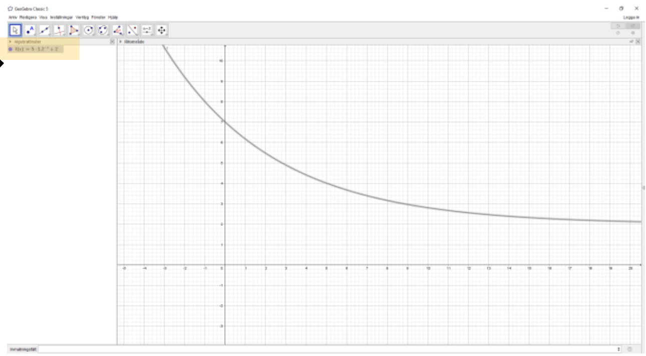


f(x) behöver inte skrivas, alla decimalkomman skrivs med "." och upphöjt skrivs med "^"

$f(x) = 5 \cdot 1{,}2^{-x} + 2 \longrightarrow$ Inmatningsfält: 5*1.2^-x+2

Om inmatningen är rätt skriven kommer funktionen registreras och även dess graf att synas i ritområdet

$f(x) = 5 \cdot 1.2^{-x} + 2$



---

a) Bestäm lutningen i den punkt där $x = -1$

För att beräkna derivatan i en viss punkt till en inskriven funktion i Geogebra används skrivsättet *"funktionens namn ' (x-värdet)"*

Lutningen där $x = -1$ till den nu inskrivna $f(x)$ ges av $f'(-1)$

$f'(-1) \longrightarrow$ Inmatningsfält: f'(-1)

Varje beräkning sparas som en variabel, och resultatet syns som " a = -1.09 "

Algebrafönster

$f(x) = 5 \cdot 1.2^{-x} + 2$

a = -1.09

Svar: Lutningen i den punkt där $x = -1$ är -1,09

b) Bestäm ekvationen för en tangent med tangeringspunkt i $x = 2$

Tangenter fås både som ett funktionsuttryck på formen $y = kx + m$
och dessutom utritade i ritfönstret med hjälp av kommandot *" tangent(punkt, funktion) "*

Eftersom funktionen redan är inlagd, och sparad som $f(x)$ fås tangenten direkt via

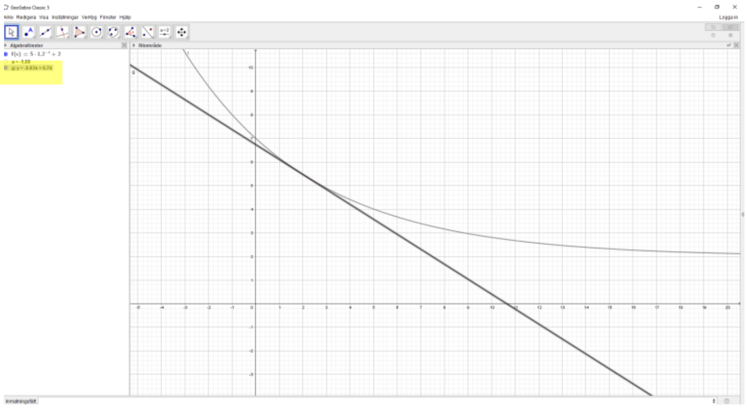
Tangent till f där $x = 2$ $\longrightarrow$ Inmatningsfält: tangent(2,f)

Algebrafönster

$f(x) = 5 \cdot 1.2^{-x} + 2$

a = -1.09

g: y = -0.63x + 6.74



Svar: Tangentens ekvation med tangeringspunkt vid $x = 2$ är
$y = -0{,}63x + 6{,}74$

---

c) Det finns en punkt med y-värdet 3. Bestäm lutningen i denna punkt

Steg ett är att hitta x-värdet för punkten.
Detta görs (bland annat) genom att rita ut linjen $y = 3$ och hitta skärningspunkten.

$y = -3$ $\longrightarrow$ Inmatningsfält: y=3

Skärningspunkten mellan f och $y = 3$ fås med kommandot *" skärning(funktion 1, funktion 2) "*

Algebrafönster

$f(x) = 5 \cdot 1.2^{-x} + 2$

a = -1.09

g: y = -0.63x + 6.74

h: y = 3

OBS! y = 3 hamnade sist i listan, i detta fall som funktionen "h"

Skärning mellan f och $y = 3$ $\longrightarrow$ Inmatningsfält: skärning(f,h)

Varje gång en skärning beräknas fås en lista på punkter. I detta fall punkten A. Den ritas också ut i ritfönstret.

Algebrafönster

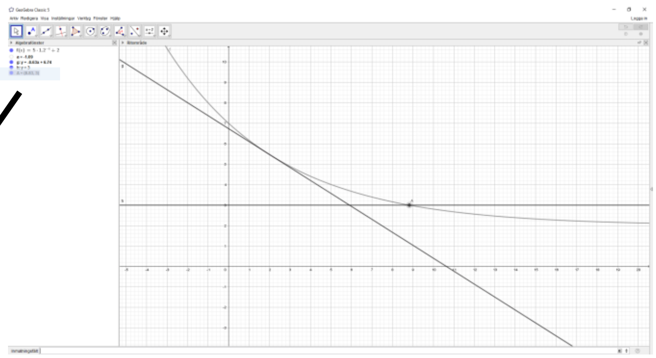
$f(x) = 5 \cdot 1.2^{-x} + 2$

a = -1.09

g: y = -0.63x + 6.74

h: y = 3

A = (8.83, 3)



Nu när den sökta punktens x-värde är känt återstår att bestämma lutningen där (dvs det som efterfrågades). Detta görs på samma sätt som i a)-uppgiften.

Lutning i punkten A $\longrightarrow$ Inmatningsfält: f'(A) b = -0.18

Svar: Lutningen i den punkten där $y = 3$ är -0,18

---

d) Det finns en punkt där lutningen är hälften så stor som lutningen där $x = 0$. Bestäm denna punkts koordinater.

Uppgiften går att lösa på många sätt, men strategin som presenteras här är följande:

1. *Beräkna lutningen där* $x = 0$

2. *Rita in en horisontell linje vars y-värde som motsvarar halva svaret ifrån 1.*

3. *Rita ut derivatagrafen*

4. *Bestäm skärningen mellan derivatagrafen och linjen i 2.*

5*. Bestäm funktionens y-värde i skärningspunktens x-koordinat.*

1. *Beräkna lutningen där* $x = 0$

Lutning där $x = 0$ ⟶ Inmatningsfält: f'(0) c = -0.91

2. *Rita in en horisontell linje vars y-värde som motsvarar halva svaret ifrån 1.*

Svaret från 1. ligger sparat som "**c**" och således kan halva detta fås som c/2

$y = c/2$ ⟶ Inmatningsfält: y=c/2 i: y = -0.46

3. *Rita ut derivatagrafen*

För att rita ut derivatans graf (och även ta fram dess funktionsuttryck) skrivs " *funktionens namn ′* " (dvs samma som då man räknar ut ett derivatavärde, men utan något x-värde)

Rita ut $f'(x)$ ⟶ Inmatningsfält: f'

Derivatagrafen

4. *Bestäm skärningen mellan derivatagrafen och linjen i 2.*

Linjen i 2. ligger sparad som funktionen i och derivatagrafen heter "f′(x)". Således gäller skärning mellan i och f′(x)

Skärning mellan f' och $y = c/2$ ⟶ Inmatningsfält: skärning(i,f'(x))

B = (3.8, -0.46)

5*. Bestäm funktionens y-värde i skärningspunktens x-koordinat.*

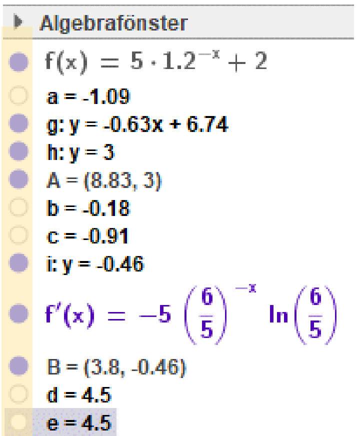
y-värden i enstaka punkter fås på motsvarande sätt som derivatan, dvs *" funktionens namn (x-värdet) "*

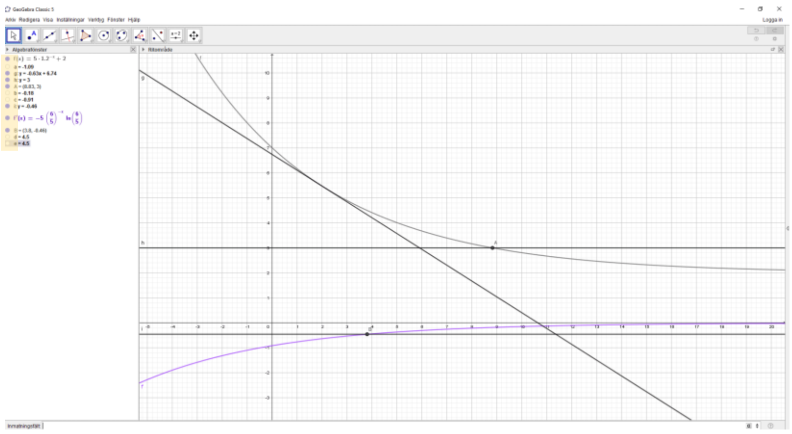
y-värdet i B ⟶ Inmatningsfält: f(B) d = 4.5

Svar: Punktens koordinater är (3,8 ; 4,5)

Som en liten allmän kommentar återstår att nämna att om ritytan är onödigt fullsmockad kan ”onödiga” grafer och punkter stängas av för visning.

Detta görs genom att trycka på den markering som föregår varje objekts namn:





En ifylld ring innebär att objektet visas, och en tom ring innebär att objektet döljs