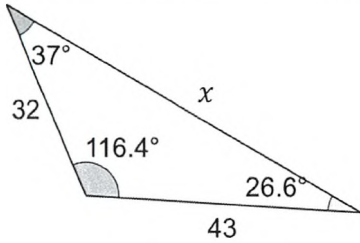


Namn: FACIT

Matematik 3c – Prov kap 4  
Trigonometri

Del 1a – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar krävs! Skriv svaret direkt på provpappret!

1. Figuren visar en triangel med alla vinklar och två sidor kända.



Ekvationen nedan kan användas för att bestämma längden av sidan  $x$ .

$x$  är mitt emot  $116,4^\circ$

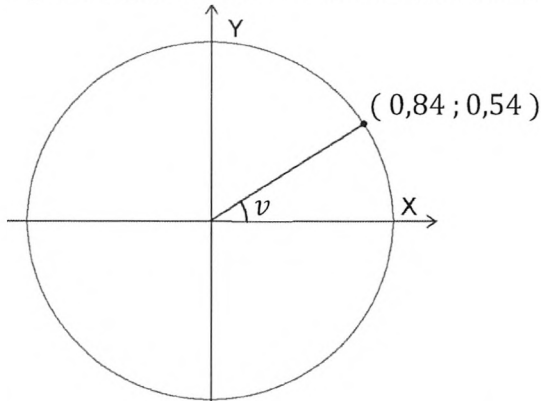
$$\frac{x}{\sin(116,4^\circ)} = \frac{43}{\sin(37^\circ)}$$

$43$  är sidan mitt emot vinkel  $37^\circ$

Ge ett exempel på vad 43 ska divideras med för att likheten ska gälla.

Svar:  $\sin 37^\circ$  (1/0/0)

2. Figuren nedan visar en enhetscirkel med en punkt och en vinkel,  $v$ , markerad.



Punktens koordinater är  $(0,84; 0,54)$

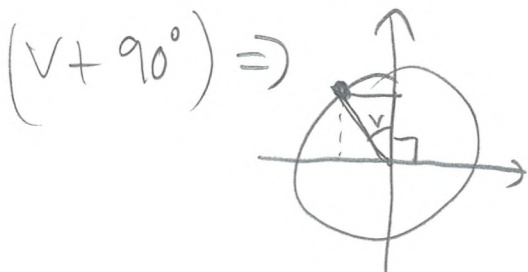
$\cos v = x\text{-koordinat.}$   
 $\sin v = y\text{-koordinat.}$

a) Bestäm värdet av  $\cos(v) - \sin(v)$

$0,84 - 0,54$

Svar:  $0,30$  (1/0/0)

b) Bestäm värdet av  $\cos(v + 90^\circ)$

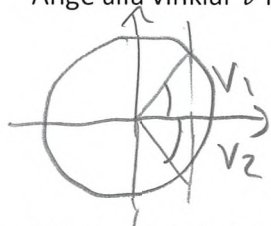


Svar:  $-0,54$  (0/1/0)

$\cos(v + 90^\circ) = x\text{-koordinat.}$  då vinklarna är  $v + 90^\circ$

$v_1$  förs cv FB:  $v_1 = 30^\circ$   $v_2 = 360 - v_1$

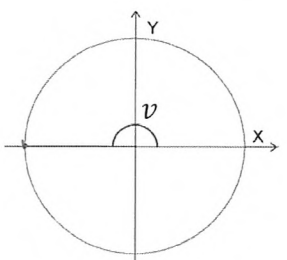
3. Ange alla vinklar  $v$  i intervallet  $0^\circ < v < 360^\circ$  för vilket det gäller att  $\cos(v) = \frac{\sqrt{3}}{2}$



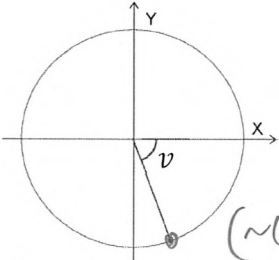
Svar:  $v = 30^\circ$   $v = 330^\circ$  (1/1/0)

4. Figuren visar fyra enhetscirklar kallade A - D.

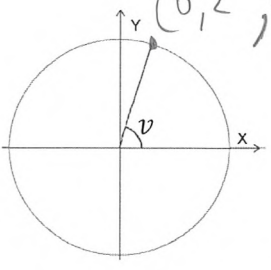
$(-1, 0)$



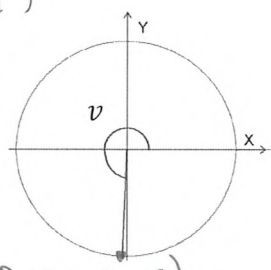
A  $(0, 2; 0, 9)$



B  $(\sim 0, 2; -0, 9)$



C



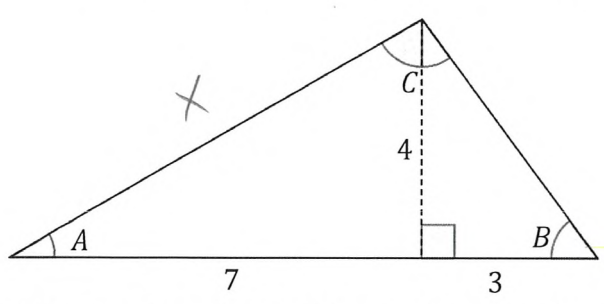
D  $(-0, 05; -0, 98)$

"x-koordinat > y-koordinat"

För vilket/vilka av alternativen gäller att  $\cos(v) > \sin(v)$ ?

Svar: B, D (0/1/0)

5. Figuren visar en triangel med några sträckor angivna.



x är sidan mitt emot B

Med hjälp av triangeln kan följande ekvation ställas upp.

$$x \cdot \sin(C) = 10 \cdot \sin(B) \Rightarrow \frac{\sin C}{10} = \frac{\sin B}{x}$$

Bestäm ett exakt värde på x.

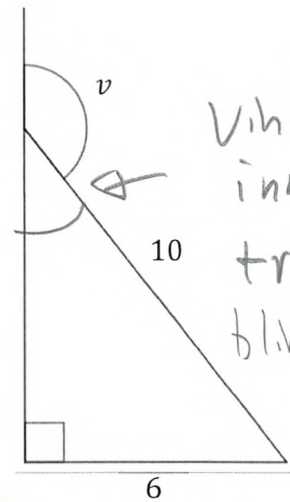
Pyth. sats på vänstra triangeln

Svar:  $x = \sqrt{65}$  (0/0/1)

$$\Rightarrow 7^2 + 4^2 = x^2 \Rightarrow 49 + 16 = x^2 \Rightarrow x^2 = 65$$

6. Figuren visar en rätvinklig triangel med sidorna 6 och 10.

$v$  är en yttervinkel till triangeln.



Vinkeln  
inne i  
triangeln  
blir  $180-v$

Bestäm ett exakt värde på  $\sin(v) + \cos(v)$

Svar:  $\frac{6}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{2}{10} = -0,2$  (0/0/1)



Pyth. sets:  
 $\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} \rightarrow 8$

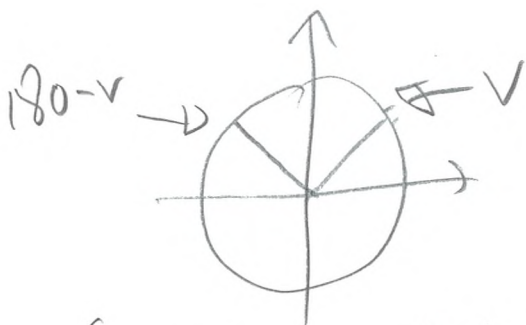


$$\sin(180-v) = \frac{6}{10}$$

$$\cos(180-v) = \frac{8}{10}$$

$$\sin v = \sin(180-v)$$

$$\cos v = -\cos(180-v)$$



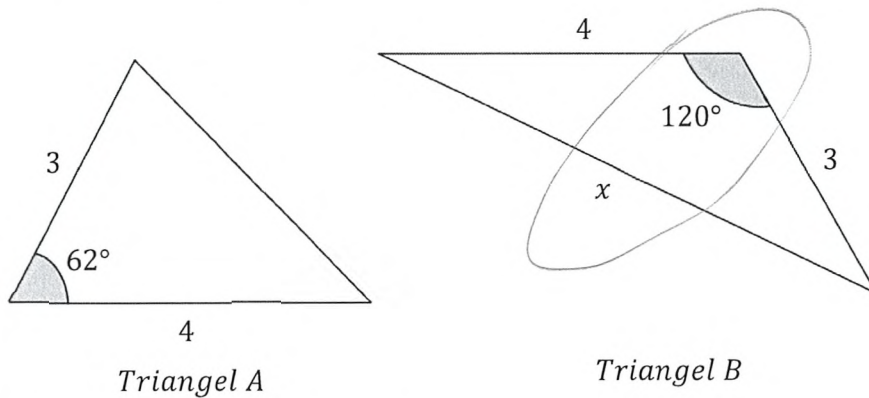
Samma y-värde



X-värdena har  
olika tecken

Del 1b – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga motiveringar krävs! Skriv direkt på provpappret!

7. Figuren visar de två trianglarna A och B.



- a) Bestäm längden av den sista sidan hos triangel B.  
(den som i figuren kallas  $x$ )

Svara exakt!

(2/0/0)

$$\text{Cosinussatsen} \Rightarrow x^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$$

$$[ \text{FB: } \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} ]$$

$$x^2 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 25 - 12 = 13$$

$$x = \sqrt{13}$$

- b) Joel tittar på trianglarna en stund och säger:

- "Triangelarna har nästan samma area, men arean hos A måste vara lite större än arean hos B"

Joel har rätt. Förklara hur Joel kan ha resonerat.

(0/1/1)

Areorna kan beräknas med areosatsen:

$$\text{Area}_A = \frac{3 \cdot 4 \cdot \sin 62^\circ}{2} = 6 \sin 62^\circ$$

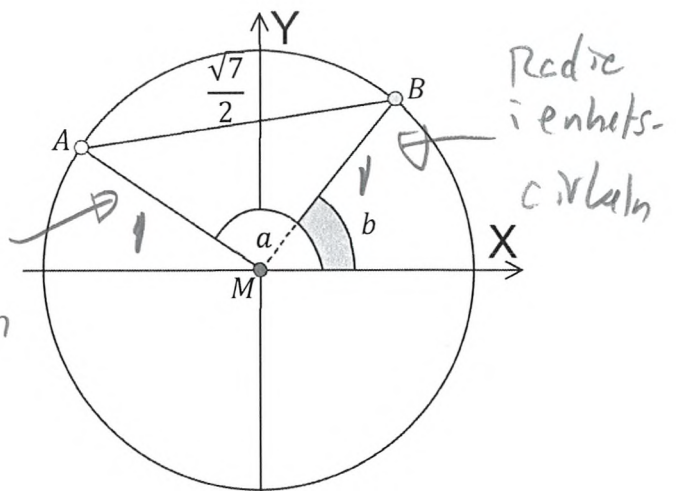
$$\text{Area}_B = \frac{3 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ}{2} = 6 \sin 120^\circ$$

Det som avgör största arean är om  $\sin 62^\circ > \sin 120^\circ$ . Enligt enhetscirkeln gäller:  
 $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$   $\sin 62^\circ > \sin 60^\circ$



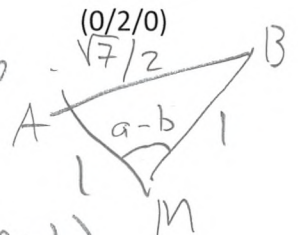
8. Figuren visar en enhetscirkel med vinkeln  $a$  och  $b$ .  
(OBS!  $a$  är hela den gröna vinkeln,  
dvs räknat från  $x$ -axeln till sträckan  $MA$ )  
Punkt  $M$  är origo och  $A$  och  $B$  ligger på cirkelns rand.  
Sträckan mellan  $A$  och  $B$  är  $\sqrt{7}/2$

Radie i  
enhetscirkeln



- a) Bestäm värdet av  $\cos(a - b)$

$a - b$  är vinkeln inuti triangeln



$$\text{Cosinussatsen} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(a - b)$$

$$\frac{7}{4} = 2 - 2 \cdot \cos(a - b) \Rightarrow$$

$$\frac{7}{4} - 2 = -2 \cos(a - b) \Rightarrow \cos(a - b) = \frac{1}{8}$$

- b) Bestäm värdet av  $\sin(180^\circ - (a - b))$  med hjälp av svaret i a).

$$\sin(180^\circ - (a - b)) = \sin(a - b)$$

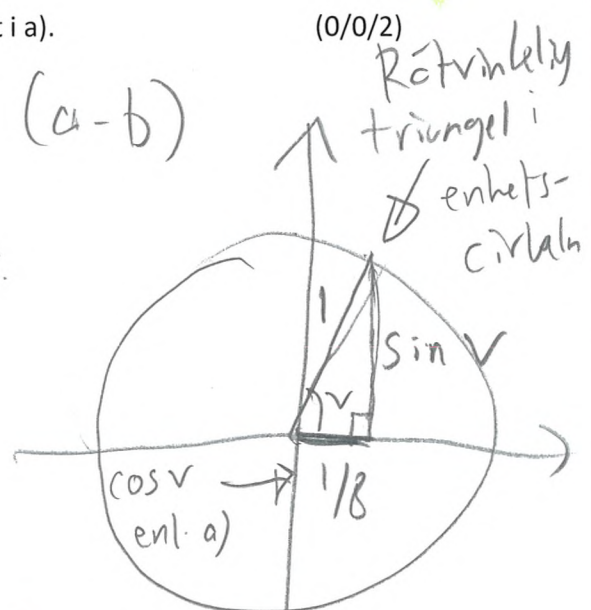
Om  $(a - b) = v$  gäller:

Pyth. sats:

$$(\sin v)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2 = 1^2$$

$$(\sin v) = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{63}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\Rightarrow \sin(a - b) = \frac{\sqrt{63}}{8}$$



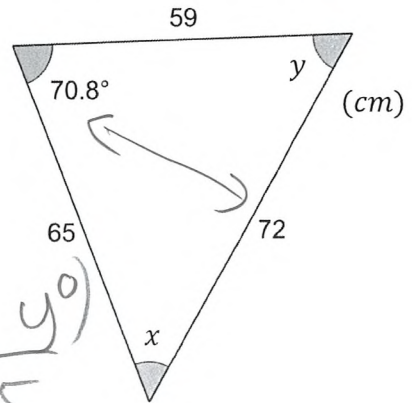
Namn: FACIT

Matematik 3c – Prov kap 4  
Trigonometri

Del 2 – MED digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar/motiveringar krävs.

Skriv direkt på provpappret!

- D1. Figuren visar en triangel med sidorna 59 cm, 65 cm och 72 cm. En vinkel är  $70,8^\circ$



Bestäm de båda återstående vinklarna. (2/0/0)

Kan lösas på flera sätt, ex.  
sinussatsen  $\Rightarrow \frac{\sin(70,8^\circ)}{72} = \frac{\sin(y^\circ)}{65}$

"Lös"  $\Rightarrow 58,5^\circ = y$

Sista vinkeln fås lättast via vinkelsumman  
 $x = 180 - 70,8 - 58,5 \Rightarrow x = 50,7^\circ$

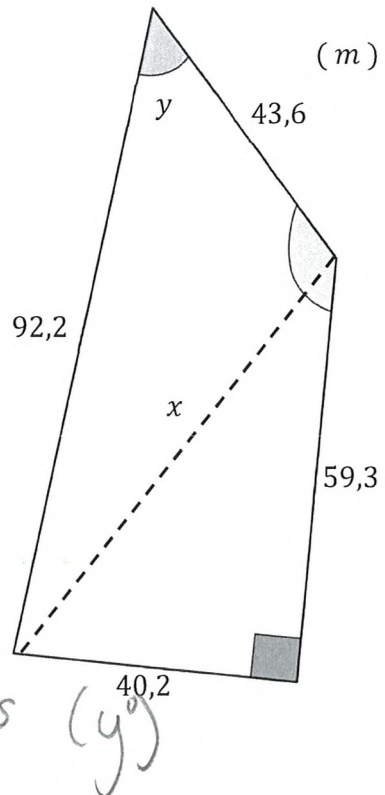
- D2. Figuren till höger visar en villatomt med måtten 40,2 m, 92,2 m, 59,3 m och 43,6 m.

Vinkeln mellan sidorna med längderna 40,2 m och 59,3 m är rät.

- a) Bestäm längden av den streckade sidan  $x$  (1/0/0)  
Endast svar krävs!

Pyth. Sats:  $x = \sqrt{40,2^2 + 59,3^2}$   
 $x \approx 71,64$

- b) Bestäm vinkel  $y$  med hjälp av svaret i a). (2/0/0)



cosinussatsen:

$$x^2 = 92,2^2 + 43,6^2 - 2 \cdot 92,2 \cdot 43,6 \cdot \cos(y^\circ)$$

Lös  $\Rightarrow$

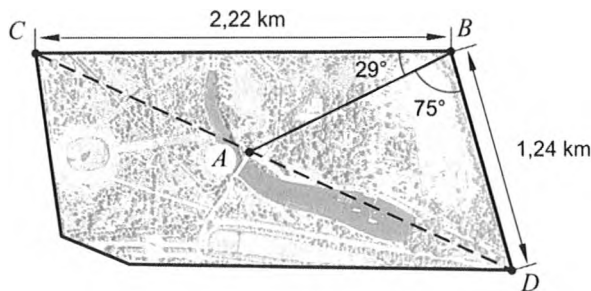
$$y \approx 49^\circ$$

[ $x \approx 71,64$   
enligt a)]

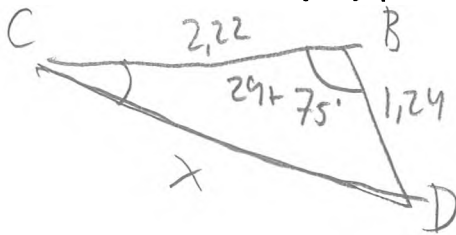
D3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/3/0)

Steve tränar brevduvor. Vid en uppvisning i Hyde Park i London ska Steve låta en duva flyga från  $A$  till  $B$ . Punkten  $A$  ligger på diagonalen  $CD$ , se figur.



Steve vill veta hur långt det är mellan  $A$  och  $B$  för att kunna avgöra vilken av sina duvor han ska välja. Hjälp honom att beräkna sträckan  $AB$ .



cos-satsen:

$$x^2 = 2,22^2 + 1,24^2 - 2 \cdot 2,22 \cdot 1,24 \cdot \cos(29+75)$$

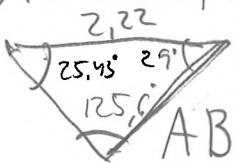
"lös"  $\Rightarrow x \approx 2,802 \text{ km}$

Vinkel C ges

av sin-satsen

$$\frac{\sin C}{1,24} = \frac{\sin(29+75)}{2,802} \Rightarrow C \approx 25,43^\circ$$

Vinkel CAB blir då  $180 - 29 - 25,43 = 125,6^\circ$



$$\text{sin-satsen} \Rightarrow \frac{\sin 125,6}{2,22} = \frac{\sin 25,43}{AB} \Rightarrow$$

$AB \approx 1,17 \text{ km}$   
(0/2/0)

D4. I triangeln  $ABC$  är vinkeln  $B = 25^\circ$  och sidan  $BC$  är dubbelt så lång som sidan  $AC$ . Beräkna vinkeln  $A$ .