1. Derivera (E_P)

a) $f = \sin(5x)$
b) $g = \cos(x^2)$
c) $h = 5 \cdot (1 - 3x)^4$
d) $i = (3 + x^4)^3$

Inre derivata

1a) $f' = \cos(5x) \cdot 5$

1b) $g' = -\sin(x^2) \cdot 2x$ ← Inre derivata

1c) $h = 5 \cdot 4 \cdot (1 - 3x)^3 \cdot (-3)$ ← Inre derivata
$= -60 \cdot (1 - 3x)^3$

1d) $i' = 3 \cdot (3 + x^4) \cdot 4x^3$ ← Inre derivata
$= 12x^3 \cdot (3 + x^4)^2$

2. En av de nedanstående funktionerna A, B och C kan betraktas som en *sammansatt funktion*
Avgör vilken det är och bestäm dess derivatafunktion (E_B, E_P)

A: $5 \cdot \sin(x)$
B: $e^x \cdot \sin(x)$
C: $e^{\sin x}$

2) Sammansatt funktion är C:
Yttre funktion $e^{(\ )}$ och inre $\sin(\ )$
$f = e^{\sin x}$
$f' = e^{\sin x} \cdot \cos x$

3. För den sammansatta funktionen $f = (5 + ax)^2$ gäller att $f' = 8 \cdot (5 + ax)$. Bestäm konstanten a (E_{PL})

3 Börja med att derivera enl. kedjeregeln:
$f = (5 + ax)^2 = (\quad)^2$
$f' = 2 \cdot (5 + ax)^1 \cdot a = 2a \cdot (5 + ax)$

Jämför sedan med det givna svaret:
Enligt oss: $f' = 2a(5 + ax)$
Enligt uppgiften: $f' = 8(5 + ax)$
Detta ger: $2a = 8 \Rightarrow a = 4$

4. Derivera (C_P)

a) $f = sin^3(x)$
b) $g = \frac{(2-x^2)^3}{3}$
c) $h = \sqrt{cos(x)}$

betyder eg $(\sin(x))^3$

4a) $f = \sin^3(x) = (\sin(x))^3$
$f' = 3 \cdot (\sin(x))^2 \cdot \cos(x)$
$= 3 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$

4b) $g = \frac{(2 - x^2)^3}{3} = \frac{1}{3} \cdot (2 - x^2)^3 = \frac{1}{3} \cdot (\quad)^3$

$g' = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2 - x^2)^2 \cdot (-2x)$
$= -2x \cdot (2 - x^2)^2$

4c) $h = \sqrt{\cos(x)} = \sqrt{(\quad)} = (\quad)^{0,5}$

$h' = 0,5 \cdot (\cos x)^{-0,5} \cdot (-\sin(x))$

$= -0,5 \cdot \sin(x) \cdot (\cos(x))^{-0,5}$
$= -0,5 \cdot \sin(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos(x)}}$

5. Visa med hjälp av
formeln för dubbla vinkeln för sinus och kedjeregeln att
primitiv funktion till $f = \sin(2x)$ är $F = \sin^2(x)$ ($\mathbf{C_{PL}}$)

5 "Prim. funktion" $\Rightarrow$ Deriveras F fås f
Börja därför med att derivera F:

$$F = \sin^2(x) = (\sin(x))^2 = (\quad)^2$$

$$F' = \left[\text{kedjeregeln}\right] = 2 \cdot (\sin(x))^1 \cdot \cos(x) = \left[\begin{array}{l}\text{Dubbla vinkeln för } \sin() \\ \sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x \\ \leftarrow \end{array}\right] = \sin(2x) = f$$

VSV.

6. Derivera ($\mathbf{A_P}$)
a) $f = sin^2(cos(x))$
b) $g = \sqrt{1 - sin^3(x^2)}$

6 a

$$f = \sin^2(\cos(x)) = (\sin(\cos(x)))^2 = (\quad)^2$$

$$f' = 2 \cdot (\sin(\cos(x)))^1 \cdot \cos(\cos(x)) \cdot (-\sin(x))$$

$$= -2 \cdot \sin(\cos(x)) \cdot \cos(\cos(x)) \cdot \sin(x)$$

6 b)

$$g = \sqrt{1 - \sin^3(x^2)} = (\quad)^{0,5}$$

$$g' = 0,5 \cdot (1 - \sin^3(x^2))^{-0,5} \cdot (-3 \cdot \sin^2(x^2)) \cdot \cos(x^2) \cdot 2x$$

$$= -3x \cdot (1 - \sin^3(x^2))^{-0,5} \cdot \sin^2(x^2) \cdot \cos(x^2)$$

7. För den sammansatta funktionen f gäller att
$f'(x) = 48x \cdot (1 + (2x)^2)^3$.
Bestäm funktionsuttrycket för f ($\mathbf{A_{PL}}$)

7) Kedjeregeln ska här tänkas "baklänges"
dvs: $(\quad)^3$ måste innan derivering ha varit
$(\quad)^4$. Skriv därför upp den och
provderivera för att putsa till ev. konstanter.

Alltså: Testa f som $(1+(2x)^2)^4 = (1+4x^2)^4$

Då blir $f' = 4 \cdot (1+4x^2)^3 \cdot 8x$

$$= 32x \cdot (1+4x^2)^3$$

Jämför med
det givna $f' = 48x \cdot (1+4x^2)^3$

Allt är samma utom konstanten:
Alltså är riktiga $f = 1,5 \cdot (1+4x^2)^4$

För att "slutkonstanten"
ska bli 48 och inte
32 gångras svaret med 1,5

8. För funktionerna f och g gäller följande värdetabeller: ($\mathbf{A_{PL}}$)

x	$f(x)$	$f'(x)$
1	2	1
2	3	1
3	3	2
4	1	2

x	$g(x)$	$g'(x)$
1	3	-2
2	2	-1
3	-1	0
4	2	1

Funktionen h defineras som $h(x) = f(\,g(x)\,)$

Bestäm med hjälp av tabellerna värdet av $h'(1)$

8) Även om funktionsuttryck saknas kan
h' deriveras mha kedjeregeln:

$$h = f(g(x))$$

$$h' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

För h'(1) gäller således:

$$h'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$$

Enligt tabellerna gäller:

x	$f(x)$	$f'(x)$
1	2	1
2	3	1
3	3	2
4	1	2

x	$g(x)$	$g'(x)$
1	3	-2
2	2	-1
3	-1	0
4	2	1

$g(1) = 3$
$g'(1) = -2$

Det ger $h'(1) = f'(3) \cdot (-2)$

och enl. tabellen är $f'(3) = 2$

Alltså $h'(1) = 2 \cdot (-2) = -4$