FACIT

Matematik 4 – Liten diagnos inför NP – Del B

1. Derivera följande funktioner

a) $f(x) = 4\sin(5x) - 2\ln(x)$

Svar: $f' = 20\cos(5x) - \frac{2}{x}$ (1/0/0)

b) $g(x) = e^{2x} \cdot \cos(x)$

"Produktregeln"

Svar: $g' = 2e^{2x} \cdot \cos(x) - e^{2x} \cdot \sin(x)$ (1/0/0)

c) $h(x) = 2(4 + x^2)^3$

"Kedjeregeln"

Svar: $h' = 6(4+x^2)^2 \cdot 2x$ (1/0/0)

$= 12x(4+x^2)^2$

2. För talen z_1 och z_2 gäller att $z_1 = 3(\cos(40°) + i\sin(40°))$ och $z_2 = 2(\cos(20°) + i\sin(20°))$

a) Bestäm z_1^2. Svara på polär form.

$(9, 80°) =$

Svar: $9(\cos(80°) \cdot i\sin(80°))$ (1/0/0)

b) Bestäm $\arg(z_1 \cdot z_2)$

"Vinkeln"

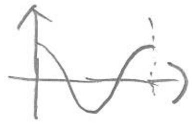
Svar: $60°$ (1/0/0)

c) Bestäm $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$

"Avståndet"

Svar: $\frac{3}{2} = 1{,}5$ (1/0/0)

3. Bestäm det exakta värdet av $\cos(300°)$



$= \cos(-60°)$

Svar: $\frac{1}{2}$ (1/0/0)

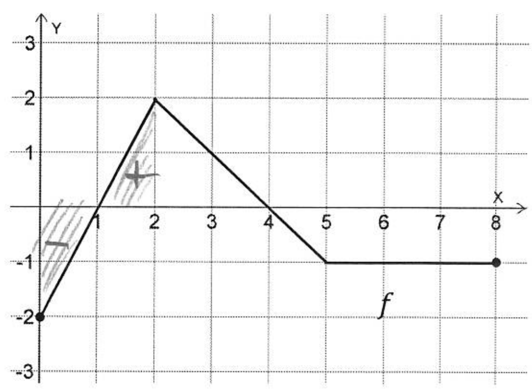
4. Bestäm minsta värdet av $3 + 2 \cdot |5 - x|$

minsta värdet av $| \; | = 0$

Svar: 3 (1/0/0)

5. Figuren till höger visar grafen till en funktion, f, som är definerad i intervallet $0 \le x \le 8$

Använd grafen för att svara på frågorna



a) Bestäm värdet av $\int_0^4 f(x)\,dx$

Svar: 2 (1/0/0)

b) Bestäm vad a ska bytas ut mot för att lösa ekvationen nedan

$$\int_0^a f(x)\,dx = 0$$

Svar: $a_1 = 2$ $\quad a_2 = 6{,}5$ (1/1/0)

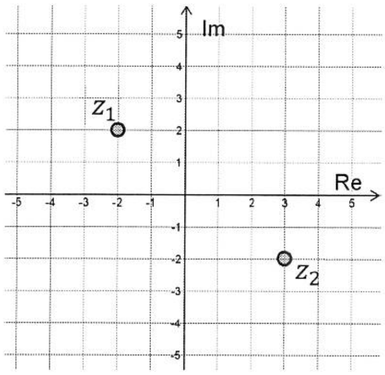
6. Hur många radianer är 4°? Svara exakt!

GRAD → rad

$\cdot \frac{\pi}{180}$

Svar: $4 \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{45}$ (1/0/0)

7. I figuren nedan visas ett komplext talplan med talen z_1 och z_2 markerade



a) Skriv z_2 på formen $a + bi$

Svar: $z_2 = 3 - 2i$ (1/0/0)

b) Beräkna $\bar{z_1} + 3i$ och svara på formen $a + bi$

Svar: $-2 + i$ (1/0/0)

$(-2-2i) + 3i = -2 + i$

8. Funktionen $\frac{2-6x}{3x+9} - \frac{1}{2}$ har två asymptoter. Bestäm dessas ekvationer

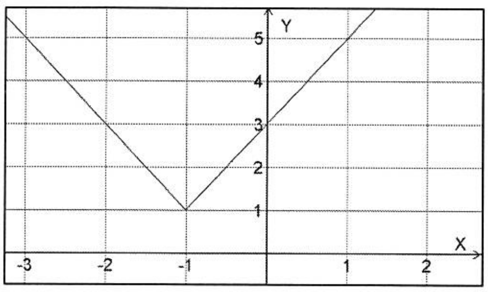
"x" $3x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{9}{3} = -3$

"y" $y = -2 - \frac{1}{2} = -2,5$

Svar: $x = -3$

$y = -2,5$ (1/1/0)

9. Figuren nedan visar grafen till en funktion med absolutbelopp.



Det finns två möjliga svar:
Båda består av "+1" som i att grafen är uppflyttad, och ett | |

$y_1 = |2x+2| + 1$

Bestäm ett funktionsuttryck som ger grafen.

Svar: $y_2 = |-2x-2| + 1$ (0/1/0)

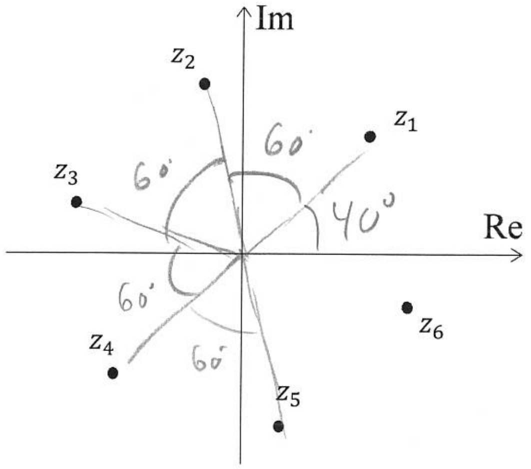
10. Bestäm det värde på konstanten a som gör att divisionen $\frac{x^3 + 5x^2 - 4x + a}{x-2}$ får resten noll.

→ Polynomdivision

→ Restsatsen

Svar: $a = -20$ (0/1/0)

11. Figuren nedan visar alla lösningar till ekvationen $z^n = w$.
För z_1 gäller att $z_1 = (4, 40°)$



Vinkeln mellan = $\frac{360}{6} = 60°$

Vinkeln till z_5:

$40° + 4 \cdot 60° = 280°$

Bestäm z_5. Svara i polär form

Svar: $z_5 = (4, 280°)$ (0/1/0)

12. För vilket eller vilka av alternativen nedan gäller att $f(x) = |f(x)|$

Sant om grafen består av enbart positiva y-värden

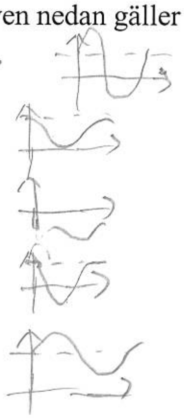
A $f(x) = 2\sin(4x) + 1$

B $f(x) = 3 - 3\cos(x)$

C $f(x) = \sin(x) - 2$

D $f(x) = 2 + 3\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

E $f(x) = 3\sin(4x) + 5$

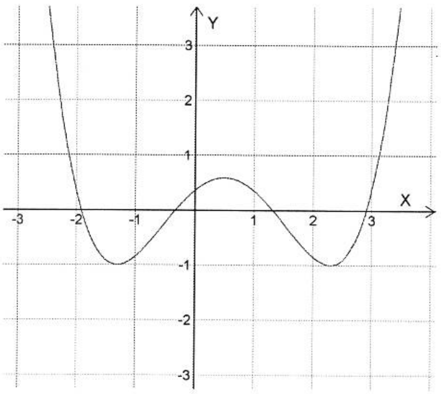


Svar: B och E (0/1/0)

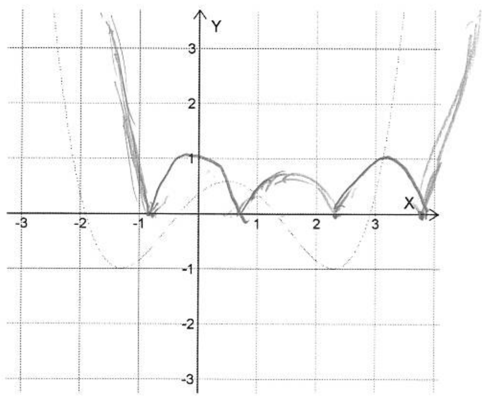
13. I koordinatsystemet till vänster visas grafen till funktionen $y = f(x)$.

Skissa i det tomma koordinatsystemet till höger grafen till $y = |f(x-1)|$

Till din hjälp finns grafen till $f(x)$ svagt inritad (0/1/1)



$y = f(x)$



$y = |f(x-1)|$

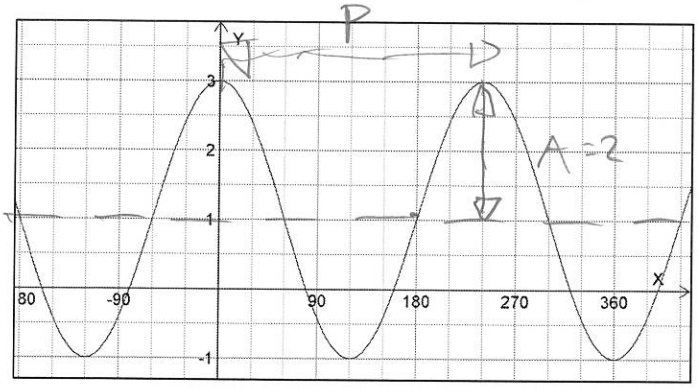
Flyttad ett steg åt höger och "beloppad"

14. Figuren visar grafen till en trigonometrisk funktion

Funktionen kan skrivas på formen $y = Acos(kx) + B$

$P = 240^\circ$

$\Rightarrow k = \frac{360}{240} = 1{,}5$



$B = 1$

a) Bestäm värdet av konstanterna A, k och B

Svar: $A =$ 2

$k =$ 1,5

$B =$ 1 (1/1/0)

b) Skriv ett funktionsuttryck på formen $y = Asin(kx + v) + B$ som ger samma graf.

$2\sin(1{,}5(x+60^\circ))+1$

"Flyttad 60° åt vänster"

$\Rightarrow (x+60^\circ)$

Svar: $2\sin(1{,}5x+90^\circ)+1$ (0/0/1)

15. Bestäm en primitiv funktion till $\cos^2(3x) + \sin^2(3x) + \sin(x)\cos(x)$ $= 1 + \frac{\sin(2x)}{2}$

$\cos^2(3x)+\sin^2(3x) = 1$

(Trig. ettan)

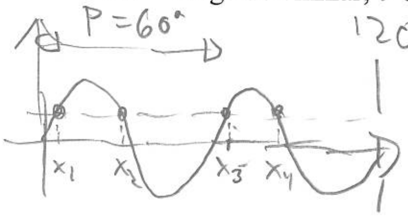
$\sin(x)\cos(x) = \frac{\sin(2x)}{2}$

(Dubbla vinkeln)

Svar: $x - \frac{\cos(2x)}{4}$ (0/0/1)

$P = \frac{360}{6} = 60^\circ$

16. Ange de vinklar, v där $0° < v < 120°$ som löser olikheten $\sin(6\cancel{x}) > \frac{1}{2}$



Svar: $5^\circ < v < 25^\circ$ och $65^\circ < v < 85^\circ$ (0/1/1)

$6x_1 = 30^\circ$

$x_1 = 5^\circ$

$x_2 = \frac{P}{2} - x_1 = 30^\circ - 5 = 25^\circ$

$x_3 = x_1 + 60^\circ = 65^\circ$

$x_4 = x_2 + 60^\circ = 85^\circ$

17. Ekvationen $z^9 = w$ har en lösning $z = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + isin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ $= \left(2, \frac{\pi}{5}\right)$

a) Bestäm värdet på w $\quad w = z^9 = \left(2, \frac{\pi}{5}\right)^9$

Svar: $w = \left(2^9, \frac{9\pi}{5}\right)$ (0/1/0)

b) Bestäm en annan lösning på ekvationen

ex: Svar: $z = \left(2, \frac{19\pi}{45}\right)$ (0/0/1)

Lägg till (eller ta bort) en eller flera vinklar mellan, $\alpha = \frac{2\pi}{9}$

Ex: $\frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{9} = \frac{9\pi}{45} + \frac{10\pi}{45} = \frac{19\pi}{45}$