FACIT

Matematik 4 – Repetitionsprov - Derivator

Del B – Utan miniräknare – Endast svar!

1. Derivera

a) $f(x) = 2(3x-2)^3$

Kedjeregeln

Svar: $2\cdot 3\cdot(3x-2)^2\cdot 3 = 18(3x-2)^2$ (1/0/0)

b) $g(x) = e^x \cdot \sin(x)$

Produktregeln

Svar: $e^x\cdot \sin x + e^x \cdot \cos x = e^x(\sin x + \cos x)$ (1/0/0)

c) $h(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$

Kvotregeln

Svar: $\frac{\frac{1}{x^2}\cdot 2x\cdot x - \ln(x^2)\cdot 1}{x^2} = \frac{2-\ln(x^2)}{x^2}$ (0/1/0)

2. För den trigonometriska funktionen f gäller att en tangent med tangeringspunkt vid $x = \pi/2$ har ekvationen $y = 2x + \pi$

a) Bestäm värdet av $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$. *Svara exakt!*

k-värdet

Svar: 2 (1/0/0)

b) Bestäm värdet av $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$. *Svara exakt!*

y-värdet

Svar: $2\cdot\frac{\pi}{2} + \pi = 2\pi$ (1/0/0)

Ingår inte längre i kursen

3. Nedan visas fem stycken *differentialekvationer* märkta A-E. Funktionen $y = 2e^{3x}$ är lösning till en av dem. Vilken?

A $y' + 6y = 0$

B $2y' - 3y = 0$

C $y' + 3y = 0$

D $y' - 3y = 0$

E $y' - 6y = 0$

Svar:________ (1/0/0)

4. Prodde deriverar en produkt och förenklar korrekt sitt svar till

$f'(x) = e^{3x}\left(3\ln(x) + \frac{1}{x}\right)$

a) Bestäm ett förenklat värde av $f'(1)$ $= e^{3\cdot 1}\left(3\cdot \ln 1 + \frac{1}{1}\right) = e^3\cdot(0+1)$

Svar: e^3 (1/0/0)

b) Vilken är produkten som Prodde deriverat?

Svar: $e^{3x}\cdot \ln x$ (0/1/0)

Gångra in e^{3x} i ( )

$e^{3x}\left(3\cdot\ln x + \frac{1}{x}\right) = e^{3x}\cdot 3\cdot \ln x + e^{3x}\cdot\frac{1}{x}$ Jämför med produktregeln

5. I en vattenpöl på ett plant golv hälls vatten med konstant hastighet.
Anta att vattenpölen är så grund att den kan betraktas som en cirkel där arean hela tiden växer med $10\ cm^2/s$ $= A'$

$\frac{dr}{dt} = r'$

$A_{cirkel} = \pi r^2$

$A' = \pi \cdot 2(r) r'$

Ta fram ett uttryck för hur mycket radien ökar, $\frac{dr}{dt}$, i det ögonblick då vattenpölens radie är 20 cm. $= r$

Svar: $\frac{dr}{dt} = r' = \frac{1}{4\pi}$ (0/1/0)

$\Rightarrow r' = \frac{A'}{\pi \cdot 2 \cdot r} = \frac{10}{\pi \cdot 2 \cdot 20}$

6. Bestäm talet a om $f'(x) = \underline{-12x}(4ax^2 - 2)^2$ och $f(x) = (4ax^2 - 2)^3$

Derivera $(4ax^2-2)^3$ med kedjeregeln

Svar: $a = -0,5$ (0/1/0)

$\Rightarrow f' = 3 \cdot (4ax^2-2)^2 \cdot 8ax = \underline{24ax}(4ax^2-2)^2$ Jmf. med det givna

$24ax = -12x$

$\hookrightarrow a = -0,5$

7. Av de två funktionerna $f = x^2$ och $g = \cos(x)$ kan nya funktioner bildas.

Derivera funktionerna

a) $h = f(x) \cdot g(x)$
$= x^2 \cdot \cos x$

Svar: $2x \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x$ (0/1/0)

b) $h = f(\,g(x)\,)$
$= (\cos x)^2$

Svar: $2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x) = -\sin(2x)$ (0/1/0)

c) $h = \frac{g(\,f(x-1)\,)}{f(x)}$

$= \frac{\cos((x-1)^2)}{x^2}$

Svar: $\frac{-\sin((x-1)^2) \cdot 2(x-1) \cdot x^2 - \cos((x-1)^2) \cdot 2x}{x^4}$ (0/0/1)

8. Bestäm värdet av $\lim_{h \to 0} \frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{h}$ om $f(x) = e^{\sin x}$

Jmf. med derivatans def

Svar: $f'(\pi) = -1$ (0/0/1)

$\Rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{h} = f'(\pi)$

$f'(x) = e^{\sin x} \cdot \cos x \Rightarrow f'(\pi) = e^{\sin \pi} \cdot \cos \pi =$
$= e^0 \cdot (-1)$

9. Derivera produkten $h(x) = f(\,g(x)\,) \cdot g(x)$

Svar: $g'(f'(g) \cdot g + f(g))$ (0/0/1)

$h' = f'(g) \cdot g' \cdot g + f(g) \cdot g'$
$= g'(f'(g) \cdot g + f(g))$

10. Derivera $y = ln(\cos^2(2x^3))$

Svar: $-3x^2 \cdot \frac{\sin(2x^3)}{\cos(2x^3)}$ (0/0/1)

$y' = \frac{1}{\cos^2(2x^3)} \cdot 2\cancel{\cos(2x^3)} \cdot (-\sin(2x^3)) \cdot 3x^2$

11. För f' gäller att $f'(x) = 4x^2e^{-2x^3}$.

Bestäm ett möjligt funktionsuttryck för $f(x)$

Svar: $-\frac{2}{3} \cdot e^{-2x^2}$ (0/0/1)

Provderivera e^{-2x^3}

$\Rightarrow ae^{-2x^3} \cdot (-6x^2) = \underline{-6 \cdot ax^2} e^{-2x^2}$ Jmf. med $\underline{4x^2} e^{-2x^2} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$