Namn: FACIT

Matematik 2b - Prov – kapitel 3 och 4 – C-A-nivå

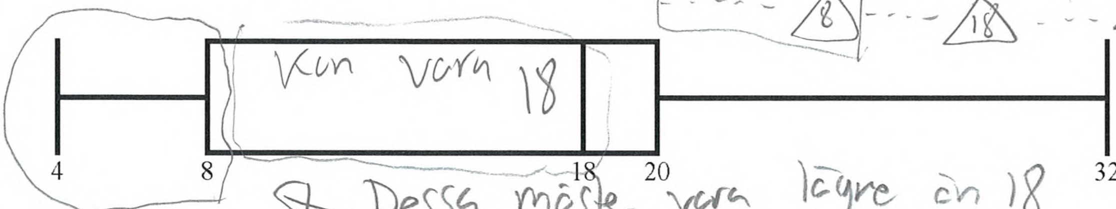
Implikation och ekvivalens, Pythagoras sats, likformighet, bisektrissatsen, kordasatsen, randvinkelsatsen, koordinatgeometri, Lådagram, Lägesmått, Spridningsmått, Standardavvikelse, Linjärregression och korrelation.

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel – Endast svar krävs!

1. Figuren visar ett lådagram över 27 positiva heltal.

27

6 8 6 18 6 20 6



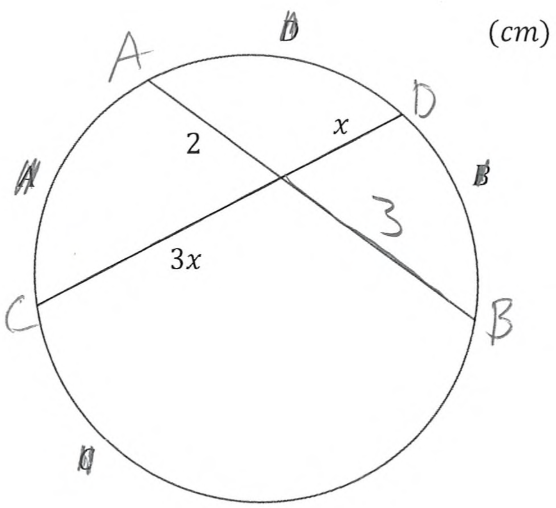
Dessa måste vara lägre än 18

Lådagrammet ovan kan fås med många kombinationer av tal, men hur många av de 27 talen **måste** vara lägre än 18 för att lådagrammet ska se ut som ovan?

Måste vara lägre än 18 motsvarar alla som är 8 eller lägre:

Svar: 7 st. (0/1/0)

2. Figuren visar en cirkel med de två kordorna AB och CD inritade.



$AB = 5$ cm $\Rightarrow$ resterande delen är 3cm

Kordasatsen: $2 \cdot 3 = 3x \cdot x$

$2 = x^2$

$\sqrt{2} = x$

$CD = 4 \cdot x = 4 \cdot \sqrt{2}$

Kordan AB är 5 cm.
Bestäm längden av kordan CD.
Svara exakt!

Svar: $4 \cdot \sqrt{2}$ cm $= \sqrt{32}$ cm (0/1/0)

3. Ett visst företag tillverkar pokermarker.

Det har visat sig att vikten hos markerna är normalfördelad med medelvärdet 13,5 g och standardavvikelsen 0,1 g.

Företaget vill bara sälja marker vars vikt ligger inom två standardavvikelser från medelvärdet.

a) Hur många procent av de tillverkade markerna säljer företaget **inte**?

Fack I + VI
säljs inte
2,3 + 2,3

Svar: 4,6 % (0/1/0)

b) Kalla markernas vikt för x och skriv matematiska uttryck för de marker som företaget **inte** säljer.

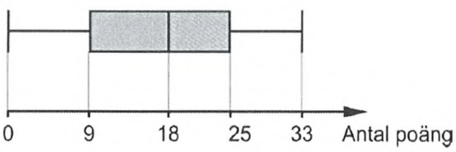
Fack I: $x < 13,3$
Fack II: $x > 13,7$

(Fack I) (Fack VI)

Svar: $0 \leq x < 13,3$ $x > 13,7$ (0/0/1)

4. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt kursprov. Lös uppgiften.

På ett matematikprov var det möjligt att få 0 till 35 poäng. Elevernas resultat på provet sammanställdes i ett lådagram. Se figur.



De elever som var frånvarande vid provtillfället fick göra samma prov veckan efter. Medianen för dessa elevers provresultat blev 20 poäng. Den elev som nu lyckades bäst fick 34 poäng.
Alla resultat från båda provtillfällena sammanställs i ett nytt lådagram.

Något eller några av påståendena A–D är sanna. Vilket eller vilka?

Det finns tillräcklig information för att med säkerhet dra slutsatsen att

A. det minsta värdet är oförändrat i det nya lådagrammet. ← Fortfarande 0

B. det största värdet förändras i det nya lådagrammet. ← Ändrats till 34

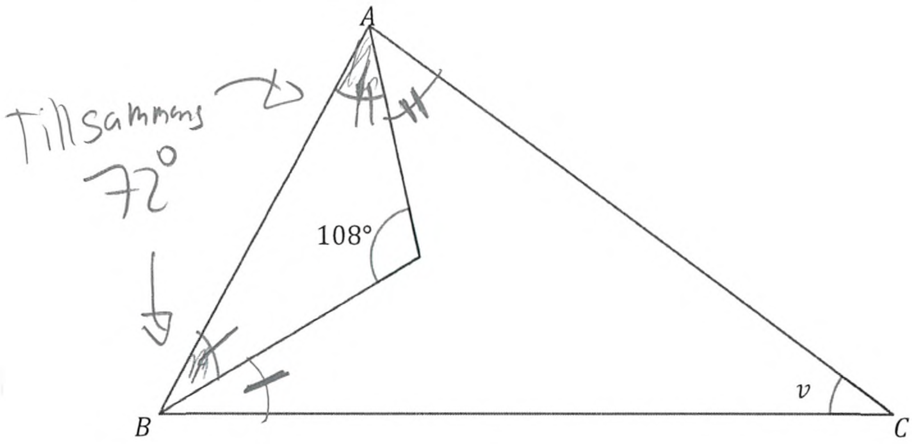
C. medianen förändras i det nya lådagrammet. ← Beror på vilka de nya talen är

D. andelen elever som fick 9 poäng eller mer på provet förändras i det nya lådagrammet. ←

Svar: A, B (0/0/1)

Del 2 – Utan digitalt hjälpmedel! Fullständiga uträkningar krävs!

5. Figuren visar triangeln ABC med två inritade bisektriser.
Vinkeln där bisektriserna möts är $108\,°$



Visa att $v = 36°$ (0/2/0)

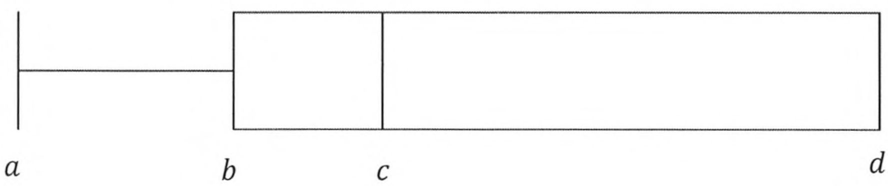
Det går aldrig veta hur stora A och B är var för sig, MEN! Tillsammans måste A och B vara $2 \cdot 72 = 144$ pga bisektriserna

Tillsammans 144°

$\Rightarrow v = 180 - 144 = 36°$

VSV.

6. Nedan visas ett lådagram baserat på endast fem tal.



Ange de fem talen i storleksordning uttryckt i a, b, c och d. (0/1/1)

a | x c y | d

Lägsta $= a$

Nedre kvartil $= b$

Median $= c$

Övre kvartil $= d$

Högsta $= d$

x och y fås via: $\frac{x+a}{2} = b \Rightarrow x = 2b - a$

$\frac{y+d}{2} = d \Rightarrow y = d$

Talen är $\Rightarrow$ a, 2b-a, c, d, d

7. För funktionen f gäller att

y-värdenc fås via: $f(x)$ dvs byt ut x i formeln $\frac{x^2}{a}$

$$f(x) = \frac{x^2}{a} \text{ där } a \text{ är en positiv konstant.}$$

På grafen till f finns de två punkterna $A = (a, \quad)$ och $B = (3a, \quad)$

a) Bestäm koordinaterna för punkten som ligger mitt emellan A och B. (0/0/1)

$x_A = a \Rightarrow y_A = \frac{a^2}{a} = a$

$x_B = 3a \Rightarrow y_B = \frac{(3a)^2}{a} = 9a$

$\Rightarrow$ Punkten mittemellan $(2a, 5a)$

b) Avståndet mellan A och B kan skrivas som $c \cdot a$ där c är en konstant. Bestäm värdet av c. (0/0/2)

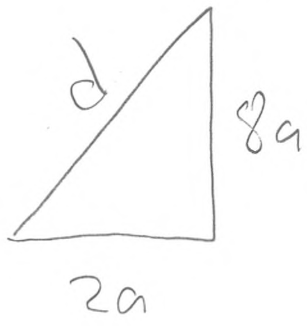
Svara i enklaste form!

Avståndet fås av Pyth. sats:

$\Rightarrow \Delta x = 3a - a = 2a$

$\Delta y = 9a - a = 8a$

$\Downarrow$



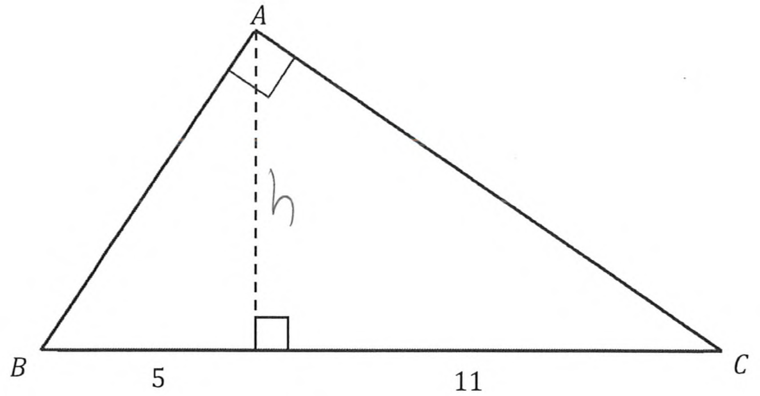
$d = \sqrt{(2a)^2 + (8a)^2}$

$= \sqrt{4a^2 + 64a^2} =$

$= \sqrt{68a^2} = \sqrt{68} \cdot \sqrt{a^2} = \sqrt{68} \cdot a$

$c = \sqrt{68} = \sqrt{4 \cdot 17} = 2\sqrt{17}$

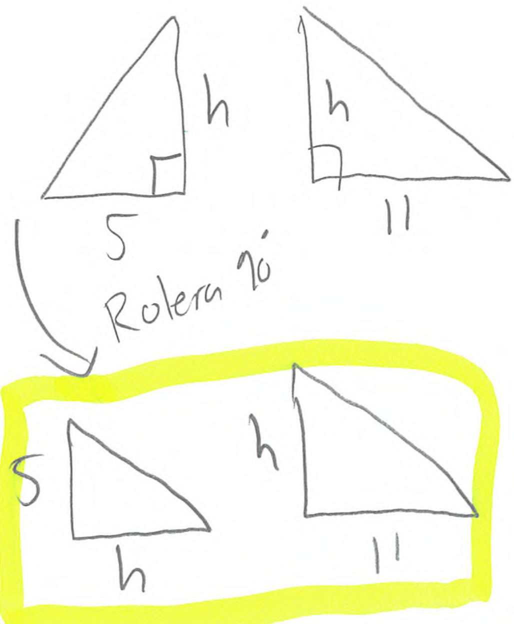
8. Figuren visar en rätvinklig triangel, ABC. (0/0/2)



Visa att arean av triangeln ABC kan skrivas $8\sqrt{55}$ areaenheter

Arean av triangeln ges av $\dfrac{\text{Basen} \cdot \text{Höjden}}{2}$

Basen är $11+5=16$. Om höjden kallas h fås följande trianglar



Dessa är likformiga med triangel ABC (2 vinklar lika) och därmed likformiga med varandra

Likformighet: $\dfrac{5}{h} = \dfrac{h}{11}$

$55 = h^2$

$\sqrt{55} = h$

Med h känt kan arean skrivas: $\dfrac{\text{Basen} \cdot \text{Höjden}}{2} = \dfrac{16 \cdot \sqrt{55}}{2} = 8 \cdot \sqrt{55}$

VSV.

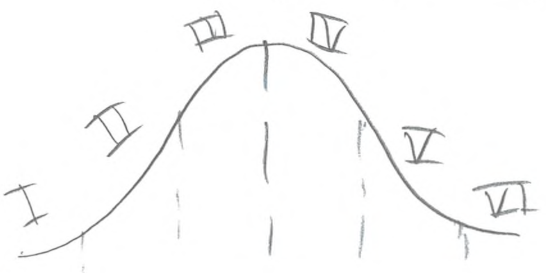
Namn: FACIT

Matematik 2b - Prov – kapitel 3 och 4 – ~~E-C~~-nivå C–A

Implikation och ekvivalens, Pythagoras sats, likformighet, bisektrissatsen, kordasatsen, randvinkelsatsen, koordinatgeometri, Lådagram, Lägesmått, Spridningsmått, Standardavvikelse, Linjärregression och korrelation.

Del 3 – MED digitalt hjälpmedel! Fullständiga uträkningar krävs! (Om inte annat anges i uppgiften)

D1. Längden hos deltagarna i ett lag är *normalfördelade* med standardavvikelsen 6 cm.
I laget har 13,6 % av spelarna längder mellan 161,5 cm och 167,5 cm.
Bestäm medellängden för spelarna i laget. (0/2/0)



13,6 % motsvarar fack II eller fack V

$\Rightarrow$ Det finns 2 möjliga medelvärden

II:

$\Rightarrow$ Medel: 173,5 cm

V

$\Rightarrow$ Medel: 155,5 cm

D2. För 6 positiva heltal gäller följande:

Övre kvartil är 17

Kvartilavståndet är 7

Både variationsbredden och medianen är 14

Medelvärdet är 14,5

Bestäm det minsta av de 6 heltalen. (0/2/0)

14 mer än minsta pga var. bredden.

ex:

x $\quad$ 10 $\quad$ 14 $\quad$ 14 $\quad$ 17 $\quad$ $x+14$

Nedre kvartil $\quad$ Med = 14 $\quad$ Övre kvartil

Kvartilavstånd = 7

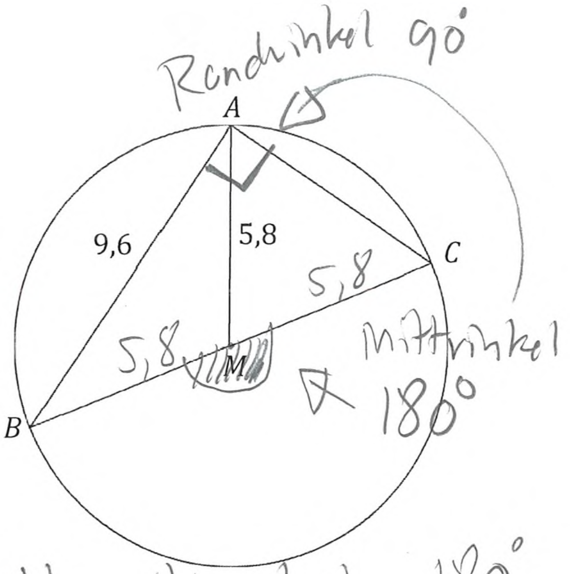
Medel = 14,5 $\Rightarrow$ $\frac{\text{Summan}}{6} = 14{,}5$

Summan = 87

Om minsta talet är x gäller: $x + 10 + 14 + 14 + 17 + (x + 14) = 87$

$\Rightarrow$ "Lös" $\Rightarrow$ $x = 9$

D3. Figuren visar en cirkel med mittpunkt M.
I cirkeln har triangeln ABC ritats in så att alla dess hörn ligger på cirkelns rand.



Sidan BC är cirkelns diameter. ⇒ Mitt-vinkeln 180°

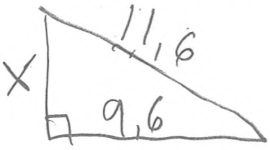
Bestäm sträckan AC. (0/3/0)

BM, MC och AM är alla radier

⇒ BM = MC = AM = 5,8

Triangel ABC är rätvinklig pga vinkel A är randvinkel till mittvinkeln 180°

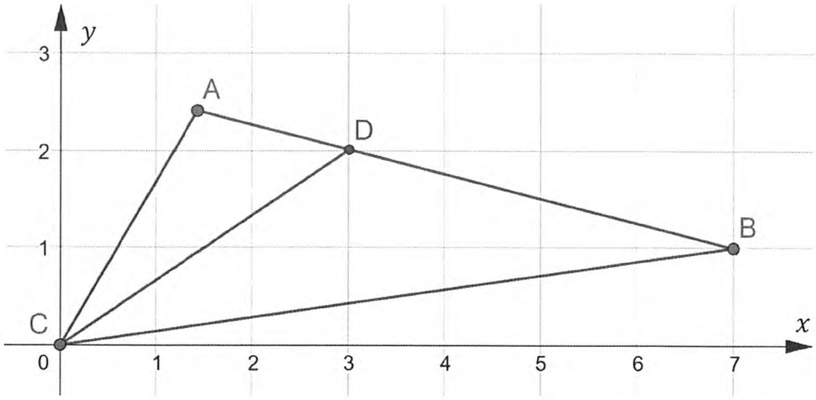
⇒ Pyth. Sats: x



$\Rightarrow x^2 + 9{,}6^2 = 11{,}6^2 \Rightarrow$ "Lös"

$x \approx 6{,}51$

D4. Figuren visar triangeln ABC inritad i ett koordinatsystem med hörn C i origo.
För punkterna B och D gäller att koordinaterna är $B = (7,1)$ och $D = (3,2)$.

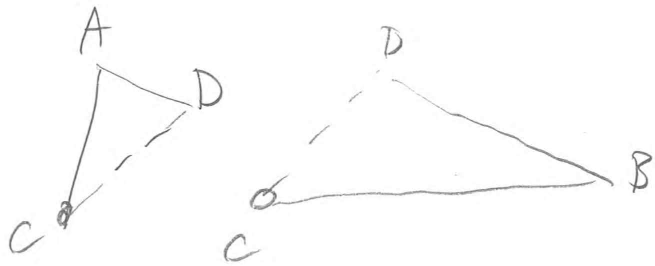


Sträckan CD är en bisektris.

Bestäm kvoten $\dfrac{AC}{AD}$ (0/1/1)

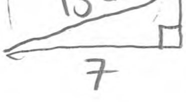
Svara exakt!

Bisektrissatsen:

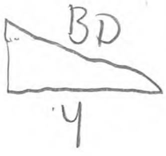


$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$$

AC och AD kan inte bestämmes var för sig, men det kan BC och BD:



$\Rightarrow BC = \sqrt{50}$



$\Rightarrow BD = \sqrt{17} \Rightarrow \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{17}}$

D5. En lokal tillverkare av godis tillverkar två olika sorter – *"Klazzez Kolor"* och *"Claraz Clubbor"*.

Dessa båda sorter säljs båda i förpackningar vars vikter är **normalfördelade** med ett medelvärde på 200 g.
Dock skiljer sig standardavvikelserna åt enligt följande:

För *"Klazzez Kolor"* gäller att standardavvikelsen är 8 g, och för *"Claraz Clubbor"* är den 16 g.

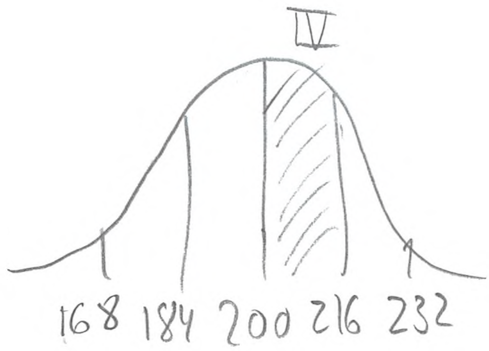
Företaget tillverkar **dubbelt så många *"Klazzez Kolor"*** som *"Claraz Clubbor"*.

Hur stor är sannolikheten att en slumpvis vald förpackning godis hos företaget har en vikt som är mellan 200 g och 216 g? (0/1/1)

Kolor:

⇒ Fack IV + V
34,1% + 13,6%
47,7% av kolorna

Clubbor:



Fack IV
34,1% av clubborna

Anta att det totalt tillverkas X godisar

Då gäller $\frac{X}{3}$ är clubbor $2\frac{X}{3}$ är kolor

⇒ "34,1% av clubborna" $= 0{,}341 \cdot \frac{X}{3}$ "47,7% av kolorna" $= 0{,}477 \cdot \frac{2X}{3}$

$$\text{Sannolikhet} = \frac{\text{Gynnsamma}}{\text{Totalt}} = \frac{0{,}341 \cdot \frac{X}{3} + 0{,}477 \cdot \frac{2X}{3}}{X}$$

$$= \frac{0{,}341}{3} + \frac{2 \cdot 0{,}477}{3} \approx 43{,}17\,\%$$