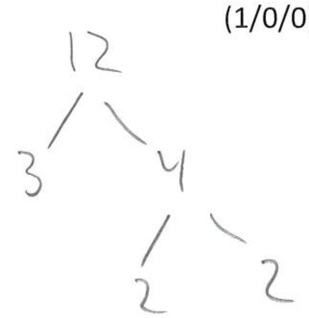
FACIT

Några uppgifter om primtalsfaktorisering

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Dela upp talet 12 i primfaktorer. (1/0/0)

$12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2$



2. Ange tre primtal mellan 10 och 20. (1/0/0)

De första primtalen: 2, 3, 5, 7, $\underbrace{11, 13, 17, 19}$, 23...

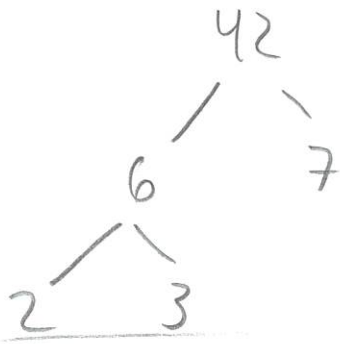
3 av talen:

Det finns totalt fyra stycken mellan 10 och 20: 11, 13, 17, 19

3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (1/0/0)

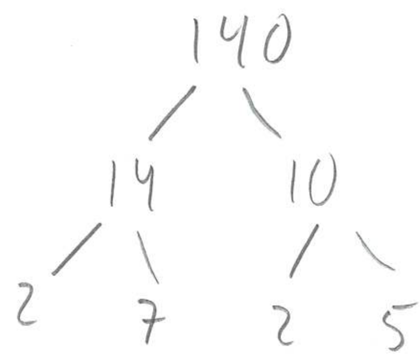
Skriv talet 42 som en produkt av primtal.

$42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$



3. Dela upp talet 140 i primfaktorer. (2/0/0)

$140 = 14 \cdot 10 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$



4. Ange *alla* tal som 24 är jämnt delbart med. (3/0/0)

Börja med att primtalsfaktorisera talet 24: $24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

Alla kombinationer av dessa: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

samt 1 (som alltid gäller)

5. Ange de heltal från och med 500 till och med 510 som är delbara med 3 (2/0/0)

Delbart med 3 ⇒ siffersumman delbar med 3

~~500~~ 501 ~~502~~ ~~503~~ 504 ~~505~~ ~~506~~ 507 ~~508~~ ~~509~~ 510

~~5~~ 6 ~~7~~ ~~8~~ 9 ~~10~~ ~~11~~ 12 ~~13~~ ~~14~~ 15

⇒ 501, 504, 507, 510

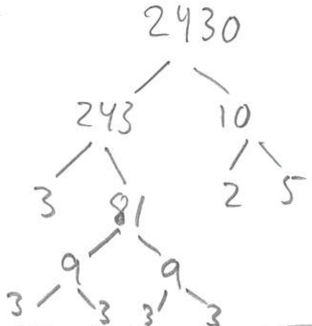
6. Dela upp talet 2430 i primfaktorer: (1/1/0)

$2430 = 243 \cdot 10 =$ [243 har siffersumman $2+4+3=9$ ⇒ Delbart med 3] $= 3 \cdot 81 \cdot 10 =$

$= 3 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5$

$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$

$= 3^5 \cdot 2 \cdot 5$



7. Nedan visas de fyra talen A – D

A 2439 **B** 1925 **C** 2754 **D** 1518

Avgör vilket/vilka av talen som är delbara med 18 (0/2/0)

Delbart med 18 ⇒ Delbart med 9 (siffersumman delbar med 9) och 2 (jämnt tal) samtidigt

A: 2439 ← udda

B: 1925 ← udda

siffersumma:

C: 2754 → jämnt → $2+7+5+4=18$ → Delbart med 9 → Delbart med 18 Ja

D: 1518 → jämnt → $1+5+1+8=15$ → Inte delbart med 9 → Nej

8. Det finns flera tal mellan 2100 och 2200 som uppfyller alla villkoren nedan:

Talet är delbart med 6 → delbart med 3 och 2 samtidigt

Talet är delbart med 5 → slutar på 0 el. 5

Ange två av dessa tal. (0/2/0)

ex: Börjar med 2 1 _ 0 ← slutar med 0

Återstår en siffra

Sista siffran ska väljas så att siffersumman blir delbar med 3 ⇒ $2+1+x+0=3+x$

Ex: 2130, 2160

9. Ett s.k. *perfekt tal* definieras som ett tal där *summan av alla talen som delar talet* (undantaget talet själv) blir detsamma som talet.

a) Visa att 6 är ett perfekt tal. (0/1/0)

Primtalsfaktorisering: $6 = 2 \cdot 3$

Delare: 1, 2, 3, (6) ← Talet självt ska undantas.

Summan av dessa: $1+2+3=6$ vsv

b) Undersök om 28 är ett perfekt tal. (0/2/0)

Primtalsfaktorisering: $28 = 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 7$

Delare: 1, 2, 4, 7, 14, (28) ← talet själv ska undantas

Summan av dessa: $1+2+4+7+14 = 28$

Summan av delarna = Talet själv ⇒ Talet 28 är ett perfekt tal

10. Att undersöka om ett tal är delbart med 3 kan göras genom att undersöka om talets siffersumma är delbar med tre. Om siffersumman är delbar med tre är också talet delbart med tre.

a) Undersök om metoden ovan även fungerar för delbarhet med 7 (0/1/0)

Testa med ngt tal som är delbart med 7, ex: 21

Siffersumman $= 2+1 = 3$ vilket INTE är delbart med 7

⇒ Metoden funkar INTE för delbarhet med 7

b) Bevisa att metoden för delbarhet med 3 gäller för *alla* fyrsiffriga positiva heltal. (0/1/3)

Alla fyrsiffriga tal kan skrivas:

$a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$

ex: 2346

$2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6$

$1000 = (999+1)$

$100 = (99+1)$ ⇒ $a \cdot (999+1) + b \cdot (99+1) + c \cdot (9+1) + d$

$10 = (9+1)$ $= 999 \cdot a + 99 \cdot b + 9 \cdot c + a + b + c + d$

Eftersom både 999, 99 och 9 är delbara med 3 kommer hela talet vara delbart med 3 om $(a+b+c+d)$ också är det, dvs talets siffersumma vsv.

Del 2 – ~~Utan~~ MED digitala hjälpmedel

D1. Undersök om 41239 är delbart med 23. (1/0/0)

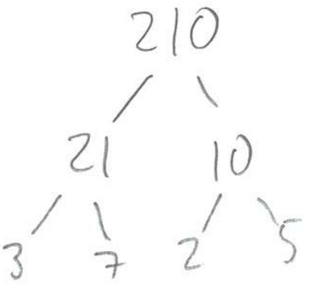
Prova att dela på räknaren och se om svaret blir jämnt:

$\frac{41239}{33} = 1793 \Rightarrow$ jämnt svar, alltså är 41239 delbart med 23

D2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (1/2/0)

Tre positiva heltal, större än 1, har produkten 210. Undersök hur många olika kombinationer av tal det finns där detta gäller.

Primtalsfaktorisera $210 = 21 \cdot 10 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$



Antal möjligheter som innehåller 3 tal (dvs där två faktorer gångrats)

I) $3,7 \Rightarrow 21 \cdot 2 \cdot 5$

II) $3,2 \Rightarrow 6 \cdot 7 \cdot 5$

III) $3,5 \Rightarrow 15 \cdot 7 \cdot 5$

IV) $7,2 \Rightarrow 3 \cdot 14 \cdot 5$

V) $7,5 \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 35$

VI) $2,5 \Rightarrow 3 \cdot 7 \cdot 10$

Totalt 6 st komb.

D3. Bestäm det minsta heltal som är jämnt delbart med både 15 och 18. (1/1/0)

Delbart med 15 $\Rightarrow$ Delbart med 3 och 5

Delbart med 18 $\Rightarrow$ Delbart med 9 och 2

$15 \Rightarrow$ Talet måste innehålla: $3 \cdot 5$

$18 \Rightarrow$ Talet måste innehålla $3 \cdot 3 \cdot 2$

Minsta komb. $\Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 90$

D4. Tre av talen mellan 1100 och 1120 är primtal. Vilka tre? (1/2/1)

Alla jämna försvinner (delbara med 2)

⇒ Kvar är: 1101 1103 1105 1107 1109 1111 1113 1115 1117 1119

Alla med 5 (el. 0) försvinner: Kvar: 1101 1103 1107 1109 1111 1113 1117 1119

Alla vars siffersumma är delbar med 3 försvinner: Siffersumma: 3 5 9 11 4 6 10 12

Kvar: 1103, 1109, 1111, 1117

1111 är delbart med 11

⇒ De tre återstående: 1103, 1109, 1117

D5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (1/1/2)

Vilket är det minsta positiva heltal som är jämnt delbart med alla heltal från 1 till och med 9? Motivera ditt svar.

Om talet ska vara delbart med t.ex 8 krävs att det innehåller faktorerna $2 \cdot 2 \cdot 2$.

Delbart med	Faktorer
2	2
3	3
4	$2 \cdot 2$
5	5
6	$2 \cdot 3$
7	7
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
9	$3 \cdot 3$

Talet måste ha (minst)

⇒ 3 st 2:or
2 st 3:or
1 st 5:a
1 st 7:a

⇒ Det minsta talet:

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$