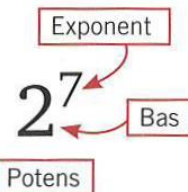


# Positiva heltalsexponenter

Additionen  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$  kan vi skriva  $7 \cdot 2$ .  
Även en upprepad multiplikation kan skrivas på ett kortare sätt.

potens  
exponent

För produkten  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  inför vi skrivsättet  $2^7$ .  
 $2^7$  kallas en *potens* med *basen* 2 och *exponenten* 7.  
 $2^7$  utläses "två upphöjt till sju" eller "sjunde potensen av två".



1301

Tolka potenserna och förenkla.

a)  $2^3 \cdot 2^4$       b)  $(2^3)^4$       c)  $\frac{3^5}{3^2}$       d)  $(5 \cdot a)^3$

a)  $2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3 \text{ faktorer}} \cdot \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}_{4 \text{ faktorer}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{7 \text{ faktorer}} = 2^7$

Vi kan direkt skriva  $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

b)  $(2^3)^4 = (2^3) \cdot (2^3) \cdot (2^3) \cdot (2^3) = 2^{12}$

Vi kan direkt skriva  $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$

c)  $\frac{3^5}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3^3$  (förkortning två gånger med faktorn 3)

Vi kan direkt skriva  $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$

d)  $(5 \cdot a)^3 = (5 \cdot a) \cdot (5 \cdot a) \cdot (5 \cdot a) = 5^3 \cdot a^3$

Vi kan direkt skriva  $(5 \cdot a)^3 = 5^3 \cdot a^3$

Om  $x$  och  $y$  är positiva heltal så kan vi tydligare formulera följande allmänna regler:

Potenslagarna

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

multiplikationsregeln

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

regeln för potens av en potens

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad \text{om } a \neq 0$$

divisionsregeln

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$$

regeln för potens av en produkt

# Negativa heltalsexponenter och exponenten noll

exponenten noll Vad ska vi mena med t ex  $3^0$ ?

$$\frac{3^2}{3^2} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{eftersom täljare och nämnare är lika stora.} \\ 3^{2-2} = 3^0 \text{ om vi använder divisionsregeln för potenser.} \end{array}$$

Vi bör alltså definiera  $3^0$  som 1.

negativ exponent Vad ska vi mena med t ex  $3^{-2}$ ?

$$\frac{3^2}{3^4} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3^2} \quad \text{om vi använder definitionen av potens.}$$
$$\frac{3^2}{3^4} = 3^{2-4} = 3^{-2} \quad \text{om vi använder divisionsregeln.}$$

Vi bör alltså definiera  $3^{-2}$  som  $\frac{1}{3^2}$ .

Allmänt gäller:

**Definitioner**

$$a^0 = 1 \quad \text{och} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad (a \neq 0)$$

Potenslagarna på föregående uppslag gäller alltså för alla heltalsvärden på  $x$  och  $y$  (positiva, negativa och noll).

**1321**

Tolka och beräkna värdet av följande uttryck.

a)  $5^{-2}$

c)  $(7 \cdot 11 \cdot 13)^0$

b)  $(3^4)^{-1}$

d)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$

a)  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

c)  $(7 \cdot 11 \cdot 13)^0 = 1$

b)  $(3^4)^{-1} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

d)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)^1} = 1 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$