

# FACIT

## Ekvationer - modellering

### Utan digitala hjälpmedel

1. Två kompisar är tillsammans 34 år gamla.  
Den ena är 2 år äldre än den andra.

Hur gamla är de var och en?

(2/0/0)

Kompis 1:  $x$   
Kompis 2:  $x+2$

Tillsammans 34 år



$$\begin{aligned}x + (x+2) &= 34 \\2x + 2 &= 34 \quad [-2] \\2x &= 32 \quad [/:2] \\x &= 16\end{aligned}$$

Kompiserna är  
16 och 18 år gamla

2. Kostnaden för ett visst taxibolag är en framkörningsavgift på 50 kr och därefter 20 kr för varje kilometer.

En viss resa kostade totalt 170 kr.

Hur lång var resan?

(2/0/0)

Antal km:  $x$

$$\text{Kostnad} = 50 + 20 \cdot x$$

$$\begin{aligned}\text{Kostnaden} = 170 &\Rightarrow 50 + 20 \cdot x = 170 \quad [-50] \\20 \cdot x &= 120 \quad [/:20] \\x &= 6\end{aligned}$$

Resan var 6 km lång

3. För två positiva heltal gäller att det ena talet är dubbelt så stort som det andra.  
Deras summa är 900.

Bestäm det mindre av de två talen.

(2/0/0)

Mindre talet:  $x$

Större talet:  $2 \cdot x$  (dubbelt så stort)

$$\begin{aligned}\text{Summan} = 900 &\Rightarrow x + 2x = 900 \\3x &= 900 \quad [/:3] \\x &= 300\end{aligned}$$

Det mindre talet  
är 300

4. Ökningen av befolkningen i en stad har skett så att den ökat med lika många procent varje år under 5 år.

Sammanlagt har den ökat med 50 % under dessa år.

Anta att man vill veta hur många procent befolkningen ökat med varje år.

Vilket av alternativen A - F nedan visar i sådana fall en korrekt uppställd ekvation? (0/1/0)

A  $5x = 1,50$

B  $5x = 150$

C  $5x = 50$

**D  $x^5 = 1,50$**

E  $x^5 = 150$

F  $x^5 = 50$

Om  $x$  är förändringsfaktorn  
gäller:  $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 1,5$

↑	↑	↑	↑	↑	↑
År 1	År 2	År 3	År 4	År 5	Totalt (+50%)

$\Rightarrow x^5 = 1,5$

5. De fyra kompisarna Adam, Bilal, Cindy och Danielle är tillsammans 117 år gamla.  
Adam är 3 år äldre än Cindy. Bilal är 2 år yngre än Cindy.  
Danielle är äldst och är dubbelt så gammal som Bilal.  
Hur gamla är de fyra kompisarna var och en? (1/2/0)

Adam:  $x+3$

Bilal:  $x-2$

Cindy:  $x$

Danielle:  $2 \cdot (x-2)$

Tillsammans 117 år  $\Rightarrow (x+3) + (x-2) + x + 2 \cdot (x-2) = 117$

$x+3 + x-2 + x + 2x-4 = 117$

$5x - 3 = 117$  [+3]

$5x = 120$  [/5]

$x = 24$

**Adam: 27 år**

**Bilal: 22 år**

**Cindy: 24 år**

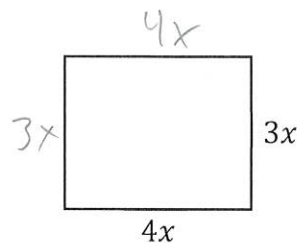
**Danielle: 44 år**

Med  $x$  känt  
kan åldrarna bestämmas  $\Rightarrow$

### Med digitala hjälpmedel

D1. Figuren visar en rektangel med sidorna  $4x$  och  $3x$

Rektangelns omkrets är  $420 \text{ cm}$



Bestäm sidornas längd.

(2/0/0)

$$\begin{aligned} \text{Omkretsen} &= \text{Summan av sidorna} = \\ &= 4x + 3x + 4x + 3x = 14x \end{aligned}$$

$$\text{Omkretsen} = 420 \Rightarrow 14x = 420$$

$$\text{Lös} \Rightarrow x = 30 \Rightarrow$$

Sidorerna är:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 30 &= 120 \text{ cm} \\ 3 \cdot 30 &= 90 \text{ cm} \end{aligned}$$

D2. Priset på en viss sorts vara har ändrats i omgångar.

Före prisförändringarna kostade varan  $600 \text{ kr}$ .

Priset ökades med  $32\%$ . Därefter sänktes priset med ett visst antal procent.

Priset efter sänkningen var  $650 \text{ kr}$ .

Hur många procent sänktes priset?

(0/2/0)

$$G \cdot F = N$$



$$600 \cdot 1,32 \cdot x = 650$$

$x$  är förändringsfaktorn  
andra året

$$\text{Lös} \Rightarrow x \approx 0,821$$

$$\Rightarrow -17,9\%$$

D3. Räntesatsen på ett bankkonto är densamma under fem år.

Sammanlagt ökar kontots värde under denna period med  $25\%$ .

Hur stor är räntesatsen?

(0/2/0)

För. faktorn på ett år:  $x$

$$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 1,25$$

Sammanlagd ökning  
på  $25\%$

$$\text{Lös} \Rightarrow x \approx 1,0456$$

$$\Rightarrow +4,56\% \text{ ränta}$$

D4. De fyra vännerna Ahmed, Bea, Celina och Dumle tar ett gemensamt lån på 262 500 kr för att köpa en sommarstuga.

De olika lånedelarna är dock inte lika stora utan är fördelade enligt följande:

Ahmeds del är 10 000 kr mindre än Celinas.

Dumles del är tre gånger så stor som Ahmeds

Beas del är hälften så stor som Celinas.

Bestäm lånets storlek för var och en av de fyra vännerna.

(0/3/0)

$$A: x - 10000$$

$$B: 0,5 \cdot x$$

$$C: x$$

$$D: 3 \cdot (x - 10000)$$

$$\text{Totalt: } 262500$$

$$(x - 10000) + 0,5 \cdot x + x + 3 \cdot (x - 10000) = 262500$$

$$\text{Lös} \Rightarrow x = 55000$$

Med  $x$  känt  
kan resp. del  
bestämmas:

Ahmed: 45 000 kr

Bea: 22 500 kr

Celina: 55 000 kr

Dumle: 135 000 kr

D5. Uppgiften är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/2/0)

År 1750 var världens befolkning 750 miljoner.

År 1870 var världens befolkning dubbelt så stor.

Med hur många procent ökade befolkningen i genomsnitt per år?

"Dubbelt så stor"  $\Rightarrow$  Total för. faktor = 2

Om den årliga för. faktorn kallas  $x$   
gäller:  $\left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} (120 \text{ är mellan } 1870 \text{ och } 1750)$

$$750 \cdot x^{120} = 1500 \Rightarrow x^{120} = 2$$

$$\text{Lös} \Rightarrow x = \sqrt[120]{2} \approx 1,00579$$

OBS! Använd fler decimaler  
än 2 i Geogebra

$\Rightarrow 0,6\%$

D6. Ulrika ska sälja godis för att få in pengar till klasskassan.

Hon säljer två olika sorter:

"Surizar" för 32 kr/påse

"Lakritz" för 44 kr/påse

Hon säljer totalt 74 påsar för 2620 kr.

Hur många påsar av respektive sort säljer hon?

(0/1/2)

Antal Surizar:  $S$

Antal Lakritz:  $L$

Totalt 74 påsar  $\Rightarrow S + L = 74 \Rightarrow S = (74 - L)$

Totalt 2620 kr  $\Rightarrow 32 \cdot S + 44 \cdot L = 2620$

Tänk  $(74 - L)$  istället för  $S \Rightarrow 32 \cdot (74 - L) + 44 \cdot L = 2620$

Lös  $\Rightarrow L = 21 \Rightarrow$

21 st Lakritz  
53 st Surizar

D7. Värdet på ett visst index ändras under fyra år enligt följande:

År 1: Minskning med 22,3 %  $\Rightarrow F_1 = 0,777$

År 2: Ökning med 40,6 %  $\Rightarrow F_2 = 1,406$

År 3: Minskning med 18,4 %  $\Rightarrow F_3 = 0,816$

År 4: ?????  $\Rightarrow F_4 = X$

Efter fjärde året är värdet detsamma som före första året.

Hur många procent förändrades värdet det fjärde året?

(0/1/2)

"Detsamma som före första året"  $\Rightarrow$

Total för. faktor = 1

$F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 = 1$

$0,777 \cdot 1,406 \cdot 0,816 \cdot X = 1$

Lös  $\Rightarrow X = 1,1217$

$\Rightarrow + 12,17\%$

Fjärde året ökade indexvärdet med 12,17 %

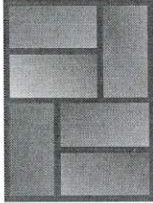
D8. Uppgiften är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(1/2/2)

**REA!**

Billiga golvplattor!

Hel låda (50 st) kostar 299:-  
och räcker till 2,25 m<sup>2</sup>



Enligt bilden gäller:  
En långsida = Två kortsidor

Bilden visar sex golvplattor i ett mönster.  
Vilka mått (längd och bredd) har en av dessa plattor?

Om en kortsida kallas  $x$  gäller:

$$2x \cdot x \quad 50 \text{ st plattor} = 2,25 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 50 \cdot x \cdot 2x = 2,25$$

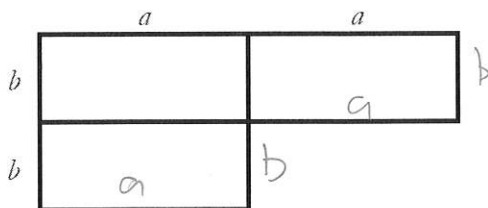
LÖS  $\Rightarrow x = 0,15$

Måtten på en platta är 0,15m och 0,30m  
dvs 15cm resp. 30cm

D9. Uppgiften är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/1/2)

Figuren visar ett område som är sammansatt av tre rektanglar.  
Både  $a$  och  $b$  är *positiva heltal* och de anger längd på sidorna.



Undersök storleken av hela områdets area om dess omkrets är 28 meter.

$$\text{Omkretsen} = 4a + 4b$$

$$\text{Omkretsen} = 28 \Rightarrow 4a + 4b = 28 \quad [ :4 ]$$

$$a + b = 7 \Rightarrow b = (7 - a)$$

$$\text{Arean} = 3 \cdot a \cdot b =$$

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{Byt ut } b \\ \text{mot } (7 - a) \end{array} \right] = 3 \cdot a \cdot (7 - a) =$$

$$a=1: 18 \text{ cm}^2$$

$$a=2: 30 \text{ cm}^2$$

$$a=3: 36 \text{ cm}^2$$

$$a=4: 36 \text{ cm}^2$$

$$a=5: 30 \text{ cm}^2$$

$$a=6: 18 \text{ cm}^2$$

$\Rightarrow$  [  $a$  är ett pos. heltal ]  
Arean kan vara 18, 30 eller 36 cm<sup>2</sup>