FACIT

Funktioner - modellering

Utan digitala hjälpmedel

1. Temperaturen i en bastu, T °C efter att kaminen varit i gång i x minuter kan beskrivas med funktionen

$T(x) = 0,05x^2 + 25$

a) Beräkna och tolka $T(0)$ (1/0/0)

$T(0) = 0,05 \cdot 0^2 + 25 = 25 \Rightarrow T(0) = 25$

Det är 25 °C i bastun när kaminen sätts i gång

b) Hur varmt är det i bastun efter 10 minuter? (2/0/0)

10 minuter $\Rightarrow x = 10$

Temp. efter 10 min = $T(10)$

$T(10) = 0,05 \cdot 10^2 + 25 = 0,05 \cdot 100 + 25 = 5 + 25 = 30$ °C

2. En hobbybagare säljer bröd.

Dag ett säljs bröd för 1000 kr

Dag två säljs bröd för 1200 kr.

Anta att utvecklingen fortsätter på samma sätt även kommande dagar.

Ta fram en funktion som beskriver antalet kronor från brödförsäljningen där x är antalet dagar som försäljningen pågått om försäljningen...

efter första dagen

a) **ökar med lika många kronor** varje dag. "Linjär funktion" (2/1/0)

Ökningen = 1200 − 1000 = 200 kr/dag

Från början = 1000 kr

$f(x) = 1000 + 200 \cdot x$

b) **ökar med lika många procent** varje dag. "exponentiell funktion" (1/2/0)

Förändringsfaktorn = $\frac{1200}{1000} = 1,2$

Från början = 1000 kr

$f(x) = 1000 \cdot 1,2^x$

3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Infusioner (eller dropp) används för att ge vätska och medicin till patienter. Sjuksköterskorna måste kunna beräkna dropphastigheten, D, i droppar per minut.

De använder formeln $D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n}$ där

d är droppfaktorn mätt i droppar per milliliter,
v är infusionens volym i milliliter och
n är antalet timmar som droppet måste sitta i.

a) En sjuksköterska vill fördubbla den tid droppet sitter i. Beskriv exakt hur D förändras om n fördubblas samtidigt som d och v inte förändras. (0/2/0)

Fördubbla tiden ⇒ n byts ut mot $2n$

Innan förändringen: Efter förändringen

$$D_1 = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n} \qquad D_2 = \frac{d \cdot v}{60 \cdot (2n)} \Rightarrow$$

D_2 är hälften så stor som D_1 (delar med ett dubbelt så stort tal)

⇒ D minskar till hälften om tiden fördubblas

b) Sjuksköterskor måste också beräkna infusionens volym, v, från dropphastigheten, D.

En infusion med en dropphastighet på 50 droppar per minut måste ges till en patient under 3 timmar. För den här infusionen är droppfaktorn 25 droppar per milliliter.

Vad har infusionen för volym i milliliter (ml)? (0/0/1)

$$D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n}$$ Vill beräkna v ⇒ Lös ut v

$$D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n} \quad [\cdot 60n]$$

$$D \cdot 60 \cdot n = d \cdot v \quad [/d]$$

$$\frac{D \cdot 60 \cdot n}{d} = v$$

Stoppa in de givna värdena!

$D = 50 \quad n = 3 \quad d = 25$

$$v = \frac{50 \cdot 60 \cdot 3}{25} = \left[\frac{50}{25} = 2\right] = 2 \cdot 60 \cdot 3 = 360 \text{ ml}$$

MED digitala hjälpmedel

D1. Mellan temperaturenheterna Celsius, C, och Fahrenheit, F gäller följande samband:

$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$

En dag ökar temperaturen från 70 Fahrenheit till 100 Fahrenheit.

Hur stor är motsvarande ökning i Celsius? (2/0/0)

$70\ F \Rightarrow C_1 = \frac{5\cdot(70-32)}{9} = 21{,}11\ °C$

$100\ F \Rightarrow C_2 = \frac{5\cdot(100-32)}{9} = 37{,}78\ °C$

ökning $= C_2 - C_1 = 16{,}67\ °C$

D2. Inom fysiken kan man beräkna fallsträckan, s meter som ett föremål har fallit efter x sekunder med funktionen

$$s(x) = \frac{9{,}82x^2}{2}$$

a) Hur långt har föremålet fallit efter 3 sekunder? (1/0/0)

3 sekunder $\Rightarrow x = 3$

$s(3) = \frac{9{,}82\cdot 3^2}{2} = 44{,}2\ m$

b) Hur långt faller föremålet mellan sekund 3 och 4? (1/1/0)

Sträckan mellan sekund 3 och 4 $\Rightarrow$

$s(4) - s(3) = 78{,}56 - 44{,}19 = 34{,}4\ m$

c) Hur lång tid tar det för föremålet att falla 130 meter? (0/1/0)

Vill lösa ekv: "$s = 130$"

Lös eller skärning:

Lös $\left(\frac{9{,}82x^2}{2} = 130\right)$

$\Rightarrow x \approx 5{,}15\ s$

"För hand"

$130 = \frac{9{,}82\cdot x^2}{2}\quad [\cdot 2]$

$260 = 9{,}82\cdot x^2\quad [/9{,}82]$

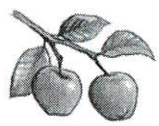
$\frac{260}{9{,}82} = x^2\quad [\sqrt{\ }]$

$x = \sqrt{\frac{260}{9{,}82}} \approx 5{,}15\ s$

"Ytterligare 9 år" ⇒ Totalt 10 år.

D3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

På ett äppelträd växer det ett år 30 äpplen. Ett år senare växer det 35 stycken.



a) Hur många äpplen kommer det att växa på äppelträdet efter ytterligare 9 år om antalet äpplen ökar med lika många varje år? (2/0/0)

Ökningen $= 35 - 30 = 5$

Från början $= 30$

$\Rightarrow f(x) = 30 + 5x$

Efter 10 år $\Rightarrow f(10) = 30 + 5 \cdot 10 =$ 80 st

b) Om antalet äpplen i stället varje år skulle öka med lika många procent som under det första året, hur många äpplen kommer det då att växa efter de ytterligare 9 åren? (1/1/1)

Lika många procent ⇒ "exponentialfunktion"

Förändringsfaktorn, $a = \frac{35}{30} = 1{,}1666\ldots$

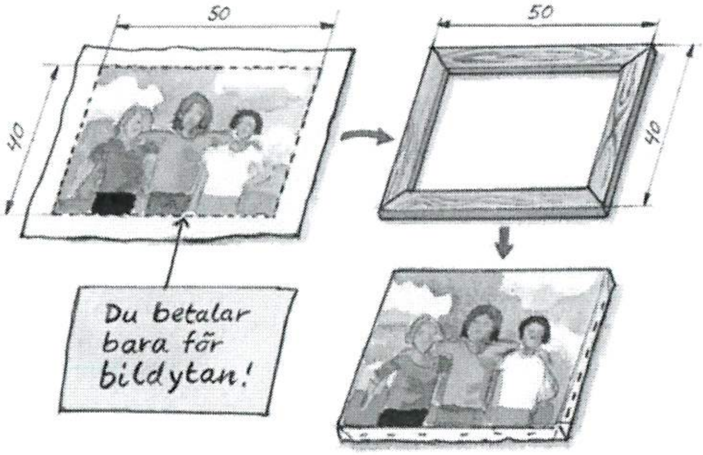
Från början $= 30$

$\Rightarrow f(x) = 30 \cdot 1{,}1666\ldots^{x}$

Efter 10 år $\Rightarrow f(9) = 30 \cdot 1{,}1666\ldots^{10} =$ 140 st

D4. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/2/2)

I en fotoaffär trycker man rektangulära bilder på målarduk och monterar därefter bilden på en träram. Träramen kostar 0,45 kr/cm. Målarduk med tryck kostar 0,12 kr/cm². Kostnad för montering är 169 kr för alla ramstorlekar.

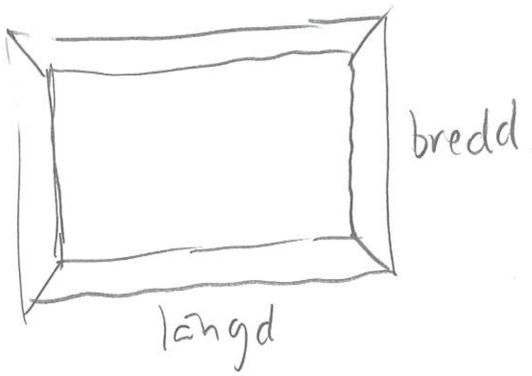


För att beräkna priset på monterade bilder behöver personalen en formel där längd och bredd ingår. I priset ska ingå målarduk med tryck, ram och kostnad för montering. Hjälp fotoaffären att göra en sådan formel.

Total kostnad = Träram + Målarduk + Montering

$= 0{,}45 \cdot \text{omkrets} + 0{,}12 \cdot \text{area} + 169$

$=$



$\Rightarrow$ omkrets $= 2 \cdot$ längd $+ 2 \cdot$ bredd

area $=$ längd $\cdot$ bredd

$= 0{,}45 \cdot (2 \cdot \text{längd} + 2 \cdot \text{bredd}) + 0{,}12 \cdot \text{längd} \cdot \text{bredd} + 169$

$= 0{,}9 \cdot \text{längd} + 0{,}9 \cdot \text{bredd} + 0{,}12 \cdot \text{längd} \cdot \text{bredd} + 169$

där längd och bredd anges i cm

D5. Gravitationskraften på en satellit, F Newton på avståndet r meter från Jorden kan beräknas med formeln

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{M \cdot m}{r^2}$$

där M är Jordens massa i kg och m är satellitens massa i kg.

Hur påverkas kraften om en viss satellit flyttas ut så att dess avstånd blir 3 gånger större? (0/0/2)

Avståndet blir 3 gånger större

$\Rightarrow r \rightarrow (3r)$

Innan förändringen:

$F_1 = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$

Efter förändringen

$F_2 = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M \cdot m}{(3r)^2} =$

$= [(3r)^2 = 9r^2] =$

$= 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M \cdot m}{9r^2}$

F_2 är 9 gånger mindre än F_1

(delas med ett 9 gångr större tal)

$\Rightarrow$ Om avståndet blir 3 ggr större blir F 9 ggr mindre.