

# FACIT

## Repetitionsuppgifter inför provet, kapitel 3 och 4

Uttryck, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler, Funktionsbegreppet – algebraiskt och grafiskt, Definitions- och värdemängd, Linjära funktioner, Exponentialfunktioner

### Del 2 – MED digitala hjälpmedel – Fullständiga motiveringar krävs (om inte annat anges)!

- D1. De två vännerna Inga och Liv samlar på gamla matteböcker.  
Inga har 10 böcker fler än vad Liv har.  
Tillsammans har de 48 böcker.  
Hur många böcker har de var och en?

Ställ upp en ekvation.

$$\text{Inga: } x + 10$$

$$\text{Liv: } x$$

$$\text{Tillsammans } 48 \Rightarrow x + x + 10 = 48$$

Lös antingen för hand eller med "LÖS" i Geogebra  $\Rightarrow x = 19$

Liv: 19 st  
Inga: 29 st

- D2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I tabellen visas prislistan hos två taxifirmor.

	Citytaxi	Taxi Nord
Startavgift	25 kr	40 kr
Kostnad per km	9 kr	7 kr

- a) Skriv den totala kostnaden  $y$  kr som en funktion av körsträckan  $x$  km för en resa med Citytaxi.

(2/0/0)

Typexempel på en linjär situation:

$$y(x) = 25 + 9 \cdot x$$

↑ Startavgift      ↑ kilometerkostnad

- b) Vid vilken körsträcka blir den totala kostnaden densamma hos de båda taxifirmorna?

(1/1/0)

Ställ upp en motsvarande funktion för Taxi Nord:

$$f(x) = 40 + 7 \cdot x$$

"Samma körsträcka"  $\Rightarrow$  " $y(x) = f(x)$ "

kan också lösas med "LÖS" el. "skärning".

$$\begin{aligned} 25 + 9x &= 40 + 7x & [-7x] \\ 25 + 2x &= 40 & [-25] \\ 2x &= 15 & [/:2] \\ x &= 7,5 \end{aligned}$$

7,5 km

- D3. När ett föremål släpps så börjar det att accelerera på grund av Jordens dragningskraft. Sambandet mellan föremålets hastighet,  $v$  meter per sekund, och den sträcka som föremålet fallit,  $s$  meter, ges av sambandet

$$s = \frac{v^2}{19,64}$$

- a) Vid ett fall hade ett föremål uppnått hastigheten  $10 \text{ m/s}$ .  
Hur långt hade föremålet fallit då?

(1/0/0)

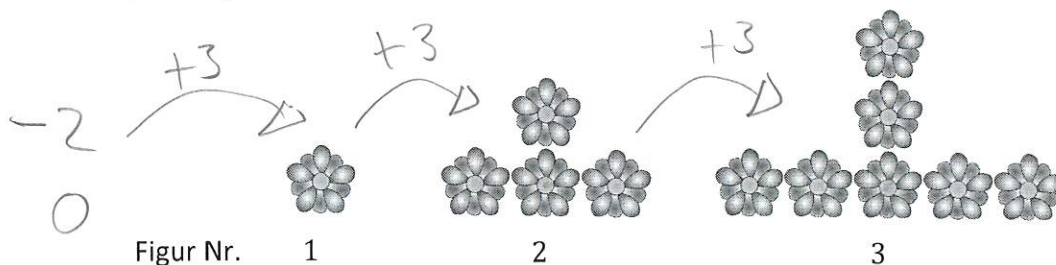
$$s(10) = \frac{10^2}{19,64} = \frac{100}{19,64} \approx 5,09 \text{ m}$$

- b) Vilken hastighet får ett föremål som släpps från 10 meters höjd?

(0/2/0)

"Vilket  $v$  ger  $s = 10$ ?"  
 För hand  $\rightarrow 10 \cdot 19,64 = v^2 \quad [\sqrt{\quad}]$   
 $10 = \frac{v^2}{19,64} \rightarrow v = \sqrt{196,4} \approx 14,01 \text{ m/s}$   
 Geogebra:  
 "Lös" el. "skärning"  $\rightarrow x \approx 14,01 \text{ m/s}$

- D4. I bilden nedan visas ett antal figurer uppbyggda av blommor. Dessa följer ett visst mönster.



Antag att mönstret fortsätter på samma sätt.

Vilket är det största figurnummer som går att bygga med 220 blommor?

(1/2/0)

Figur "noll" = -2

Antal blommor:  $s = -2 + 3 \cdot n$   
 Fig 0      öknings

$$s = 220 \Rightarrow 220 = -2 + 3n \quad [+2] \quad 3n = 222 \quad [/3] \quad n = 74$$

- D5. Den maximala tid som batteriet i en viss mobiltelefon kan hålla telefonen i gång på en laddning väntas följa modellen

$$T(x) = 32 \cdot 0,98^x$$

där

$T$  = antal timmar telefonen kan vara i gång

$x$  = antal månader som gått sedan telefonen köptes.

- a) Vad innebär de båda siffrorna 32 och 0,98 i uttrycket ovan?

(2/0/0)

32 = "Startvärdet"  $\Rightarrow$  Antal timmar hos en helt ny telefon

0,98 = Förändringsfaktorn  $\Rightarrow$  Batteriets max laddningstid minskar med 2% / mån

- b) Hur mycket kortare tid kan batteriet behålla laddningen hos en telefon som är 2 år gammal jämfört med en som är 1 år gammal, enligt modellen?

(2/1/0)

1 år  $\Rightarrow x = 12$  mån

2 år  $\Rightarrow x = 24$  mån

$$T(12) = 32 \cdot 0,98^{12} \approx 25,1$$

$$T(24) = 32 \cdot 0,98^{24} \approx 19,7$$

$$\Rightarrow \text{Skillnaden} = 25,1 - 19,7 = 5,4$$

$\Rightarrow$  5,4 h kortare

- D6. Bettan bor i Hörnefors, 37 km från Umeå.  
Hon cyklar in till Umeå med hastigheten 20 km/h.

- a) Ta fram en funktion som beskriver hur långt Bettan har kvar att cykla efter att ha cyklat i  $x$  timmar.

(1/1/0)

Har cyklat: " $s = v \cdot t$ " =  $20 \cdot x$

Har kvar:  $37 - 20 \cdot x \Rightarrow f(x) = 37 - 20x$

Namnet kan variera.

- b) Bestäm definitions- och värdemängden för funktionen i a)-uppgiften.

(0/3/0)



Def. mängd:

$$0 \leq x \leq 1,85$$

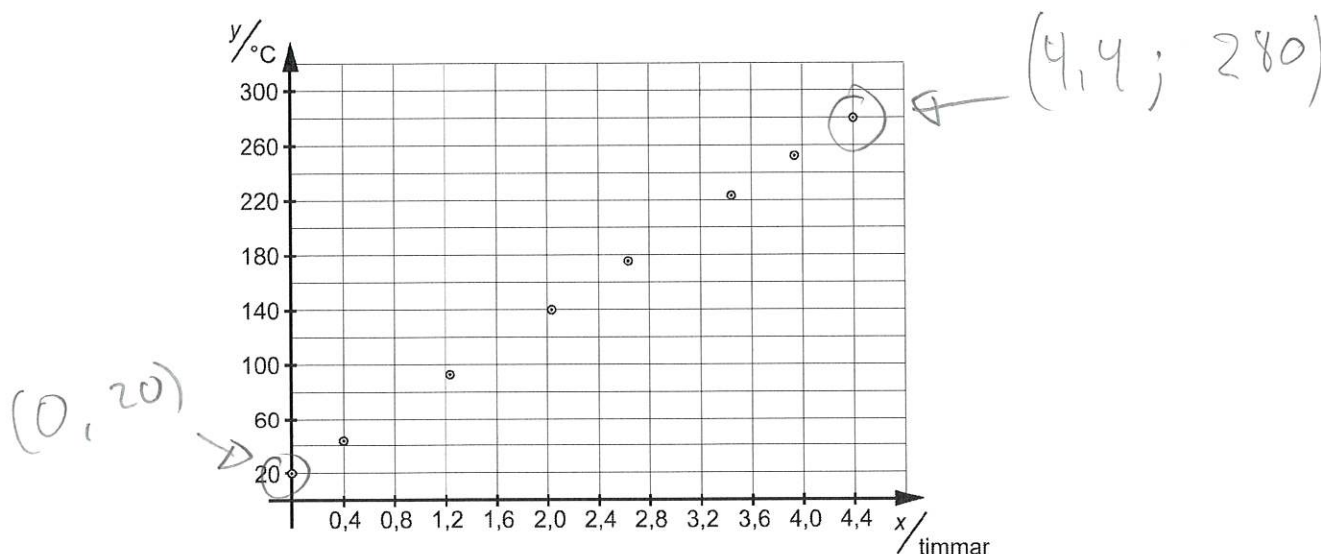
Värdemängd:

$$0 \leq y \leq 37$$

D7. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/3/0)

Carin har gjort en vas i lera som hon ska bränna i en ugn. Ugnen upphettas med vassen i. Vid upphettningen höjer man temperaturen långsamt. För att kontrollera ugnen mäter Carin temperaturen vid några tidpunkter. I diagrammet nedan ser du hur ugnens temperatur  $y$  °C i början av uppvärmningen beror av tiden  $x$  timmar efter det att ugnen slagits på.



Carin antar att sambandet mellan temperatur och tid är linjärt till dess att temperaturen är 450°C. Vid denna temperatur täpps de så kallade kikhålen i ugnen till.

Hur lång tid från start tar det innan temperaturen är 450°C?

På 4,4 timmar ökar temp. från 20 till 280  
 $\Rightarrow \frac{260}{4,4} = 59,09 \text{ °C/h}$  Den linjära funktionen  
 $f(x) = 20 + 59,09 \cdot x$

Temp 450  $\Rightarrow$  Vill lösa  $f(x) = 450$  : Lös el. skärning  $\Rightarrow x \approx 7,3 \text{ h}$

D8. Befolkningen i en viss region har fördubblats på 20 år.

Hur många procent har befolkningen i regionen ökat i genomsnitt varje år?

(0/2/0)

"Fördubblats"  $\Rightarrow$  Totala förändringsfaktorn = 2  
 Årlig för. faktor =  $x \Rightarrow x^{20} = 2$  [ $\sqrt[20]{2}$ ]  
 $x = \sqrt[20]{2}$   
 $\approx 1,0353$   
 $\Rightarrow$  Ökning med 3,53 %/år

D9. De fyra syskonen Arne, Bodil, Carmen och Desirée har köpt in andelar i en gemensam sommarstuga.

Inköpet är totalt 650 000 kr, och andelarna fördelades enligt följande:

Arne och Bodil har tillsammans stått för 300 000 kr.

Bodil har betalat 3 gånger så mycket som Arne.

Carmen har betalat hälften av vad Bodil har gjort.

Hur mycket har Desirée betalat?

(1/3/0)

Arne:  $x$   
Bodil:  $3x$

$$\begin{aligned} \text{Arne} + \text{Bodil} &= 300\,000 \\ x + 3x &= 300\,000 \end{aligned}$$

$$x = \frac{300\,000}{4} = 75\,000 \text{ kr}$$

$$\Rightarrow \text{Bodil: } 3 \cdot 75\,000 = 225\,000 \text{ kr}$$

$$\text{Carmen: } 225\,000 / 2 = 112\,500 \text{ kr}$$

Desirée:  $y$  Tillsammans 650 000  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} y &= 650\,000 - \\ & 300\,000 - 112\,500 \\ &= 237\,500 \text{ kr} \end{aligned}$$

D10. Ett visst företag ökade mellan åren 2016 och 2017 sin vinst från 300 000 kr till 330 000 kr.

Antag att företagets vinst fortsätter öka enligt två olika modeller, en **exponentiell** och en **linjär**.

Dessa båda modeller ger olika värden för vinsten år 2020.

Hur mycket skiljer dessa båda värden?

(0/2/1)

Linjär:  $L(0) = 300\,000 \rightarrow + 30\,000$   
 $L(1) = 330\,000$   
 $L(x) = 300\,000 + 30\,000 \cdot x$

Exponentiell:  $E(0) = 300\,000 \rightarrow F = \frac{330\,000}{300\,000} = 1,1$   
 $E(1) = 330\,000$   
 $E(x) = 300\,000 \cdot 1,1^x$

År 2020

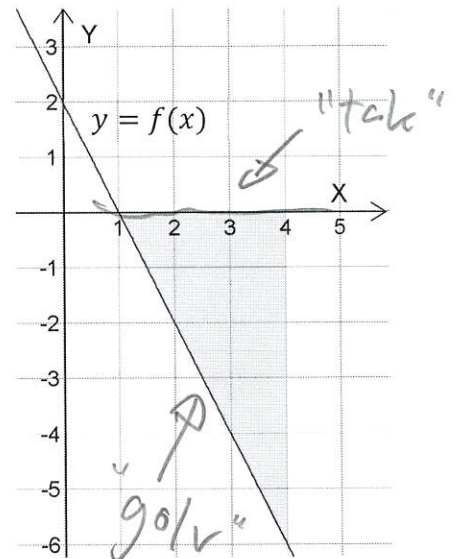
$$\Rightarrow x = 4$$

$$L(4) = 300\,000 + 30\,000 \cdot 4 = 420\,000$$

$$E(4) = 300\,000 \cdot 1,1^4 = 439\,230$$

Skilnad:  
19 230 kr

D11. Figuren till höger visar grafen till funktionen  $f(x) = -2x + 2$ .  
 I koordinatsystemet finns ett markerat område.  
 Punkterna i detta område kan beskrivas med olikheter.



Ange de olikheter som beskriver området. (0/1/1)

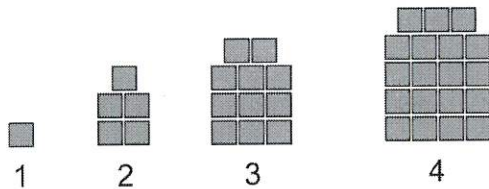
I x-led gäller: "Alla x mellan 1 och 4"

$$1 \leq x \leq 4$$

I y-led gäller: "Alla y mellan golv och tak"

$$f \leq y \leq 0 \Rightarrow [f = -2x + 2] \Rightarrow -2x + 2 \leq y \leq 0$$

D12. Figuren nedan visar ett antal figurer som byggs upp av rutor enligt ett visst mönster.  
 Antag att mönstret fortsätter på samma sätt.



Det finns ingen figur som har exakt 400 rutor, men om man vill bygga en så stor figur som möjligt av 400 rutor –

Vad blir i sådana fall dess figurnummer, och hur många rutor blir över?

(0/1/2)

Fig. består av en kvadrat med en "hatt"

Kvadratens sida är figurnumret  $\Rightarrow$   $\begin{matrix} \square \\ n \end{matrix} \Rightarrow n^2$

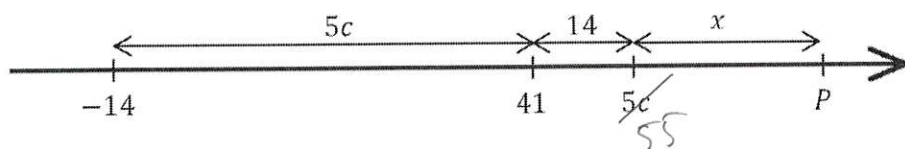
"Hatten" är 1 mindre än figurnumret  $\Rightarrow n - 1$

Totalt antal:  $s = n^2 + n - 1$

400 rutor  $\Rightarrow s = 400$  Lös el.  $\Rightarrow n \approx 19,53 \Rightarrow n = 19$   
 Skärning  $\Rightarrow$  är den största figuren

$n = 19 \Rightarrow s = 19^2 + 19 - 1 = 379 \Rightarrow$  Det blir 21 rutor över

D13. Bilden visar en tallinje indelad i tre delsträckor.



För punkten  $P$  gäller att dess koordinat ges av  $P = (c - 2)^2$

Bestäm avståndet  $x$ .

(0/1/2)

" $5c$ " motsvarar avståndet mellan  $-14$  och  $41$

$$\Rightarrow 5c = 55 \quad [15] \quad c = 11$$

Med  $c$  känt

kan  $P$  beräknas:  $(11 - 2)^2 = 9^2 = 81$

$x$  är avståndet mellan  $81$  och  $55$

$$\Rightarrow x = 81 - 55 \quad \Rightarrow x = 26$$

D14. På ett konditori säljs tre sorters bakverk: Brownies, Bullar och Biskvier.

En bulle kostar 15 kr.

Tre brownies, två bullar och en biskvi kostar 75 kr och en brownie och två biskvier kostar 30 kr.

Inge Mätt vill nu veta vad en brownie och en biskvi kostar var för sig.

Hjälp Inge ta reda på detta utifrån informationen ovan.

(0/1/2)

Brownie:  $x \Rightarrow 3x + 2 \cdot 15 + y = 75$

Biskvi:  $y \Rightarrow x + 2y = 30$

Strategi: Lös ut en variabel ur en ekv. och stoppa in i den andra.

ex: Lös ut  $x$  ur  $x + 2y = 30 \quad [-2y]$

$$x = 30 - 2y$$

Sett in i första ekv  $\Rightarrow 3 \cdot (30 - 2y) + 30 + y = 75 \Rightarrow$  Lös  $\Rightarrow y = 9$

ekv  $\Rightarrow$  Brownie: 12 kr Biskvi: 9 kr

D15. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Var och en av situationerna I, II och III nedan passar in på var sin graf i figuren.

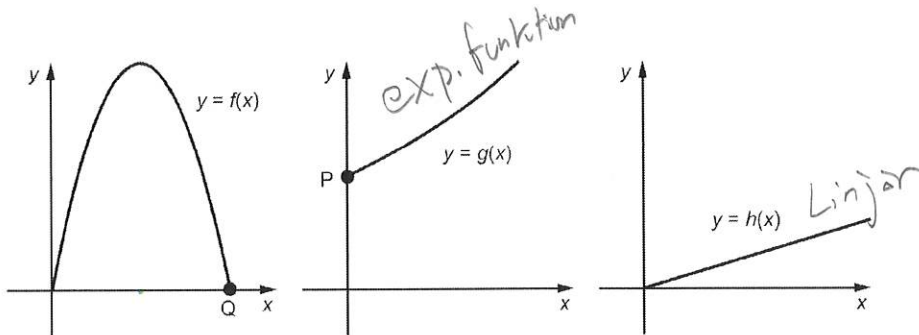
I För många varor gäller att momsen motsvarar 20 % av varans pris. Momsens storlek är en funktion av varans pris.

Linjär funktion

II Du ska bygga en rektangulär hundgård med 40 m stängsel. Hundgårdens area är en funktion av hundgårdens längd.

III Från början finns det 50 bakterier i en odling. Varje timme ökar antalet bakterier med 20 %. Antalet bakterier är en funktion av tiden.

% ökning ⇒ exp. funktion



a) Kombinera ihop situationerna I, II och III med funktionerna  $f$ ,  $g$  och  $h$ . Endast svar fordras (2/0/0)

f: II g: III h: I

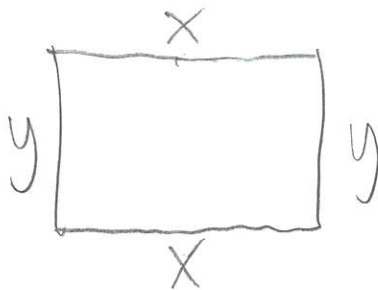
b) Vilket  $y$ -värde ska stå vid punkten P? Endast svar fordras (1/0/0)

P motsvarar startvärdet vid exp. funktionen = 50

c) Vilket  $x$ -värde ska stå vid punkten Q? Endast svar fordras (0/1/0)

~~Handwritten scribbles covering the text for question c)~~

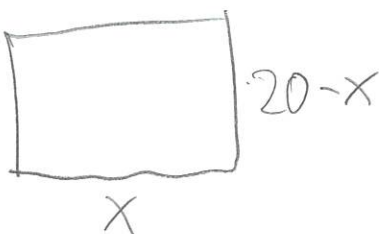
d) Ställ upp  $y$  som en funktion av  $x$  för situation II. (0/0/2)



Omkrets = 40

⇒  $2x + 2y = 40$

Lös ut  $y$  ⇒  $y = 20 - x$



Area = Basen • Höjden =  $x \cdot (20 - x)$

⇒

$y(x) = 20x - x^2$