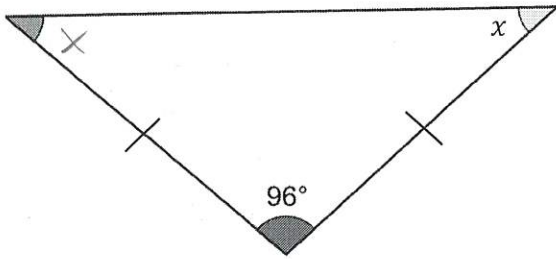


FACIT

Vinklar

Utan digitala hjälpmedel

1. Figuren visar en likbent triangel med en vinkel markerad.



Bestäm vinkeln x

(2/0/0)

Triangeln är likbent \Rightarrow Den sista vinkeln är också x

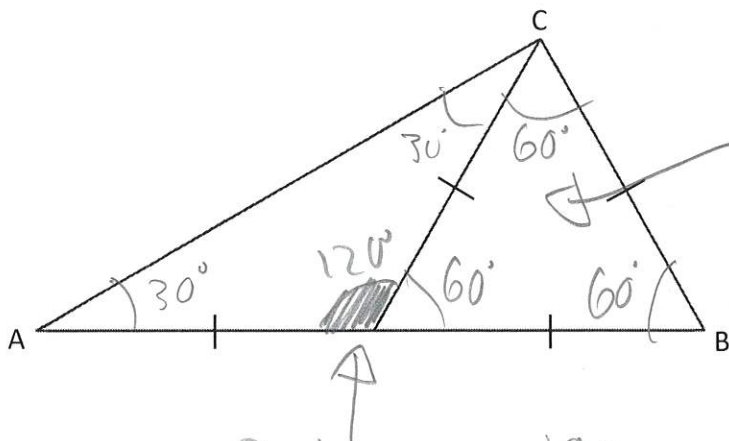
$$\text{Vinkelsumman} = 180^\circ \Rightarrow x + x + 96 = 180^\circ$$

$$2x = 84 \Rightarrow x = 42^\circ$$

2. Figuren nedan visar triangel ABC som är sammansatt av **en likbent** och **en liksidig** triangel.

Visa med beräkningar att triangel ABC har en vinkel som är 90°

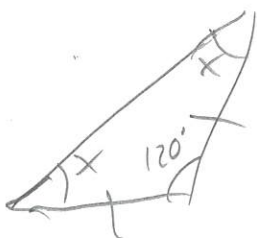
(2/1/0)



Liksidiig \Rightarrow
Alla vinklar = 60°

Resten av 180

$$(180 - 60 = 120^\circ)$$



$$\text{Likbent} \Rightarrow x + x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 60^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

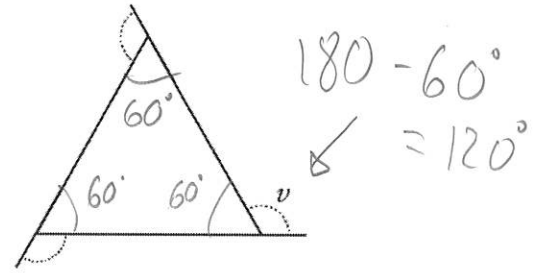
Vinkeln vid C består av $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

3 Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(2/0/0)

Vinkeln v är en *yttervinkel* till en liksidig triangel (se figur).

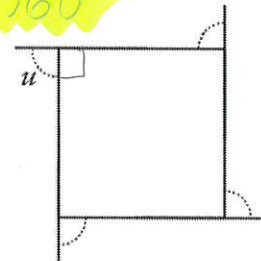
- Hur stor är vinkeln v ?
- Hur stor är summan av yttervinklarna till triangeln?



Varje yttervinkel är $v = 120^\circ$
 \Rightarrow Summan = $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$

Vinkeln u är en *yttervinkel* till en kvadrat (se figur).

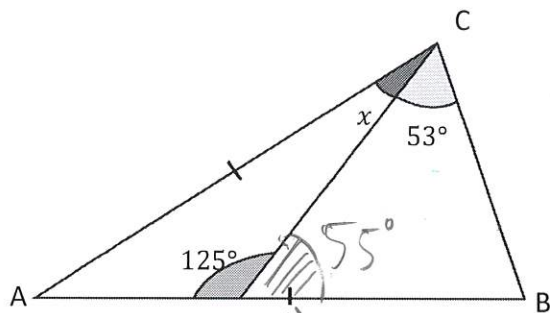
- Hur stor är summan av yttervinklarna till en kvadrat?



En yttervinkel hos en kvadrat är en rät vinkel. ($180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$)

Summan = $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$

4. Figuren visar den **likbenta triangeln ABC** som är sammansatt av två mindre trianglar.



Bestäm vinkel x

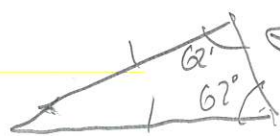
Resten av 180°
 $\Rightarrow 180 - 125^\circ = 55^\circ$

(2/1/0)



y är sista vinkeln i en triangel
 $\Rightarrow 55^\circ + 53^\circ + y = 180^\circ$
 $108^\circ + y = 180^\circ$ $[-108^\circ]$
 $y = 72^\circ$

Eftersom ABC är likbent gäller:



Lika stora vinklar \Rightarrow

$x + 53^\circ = 72^\circ$
 $x = 19^\circ$

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

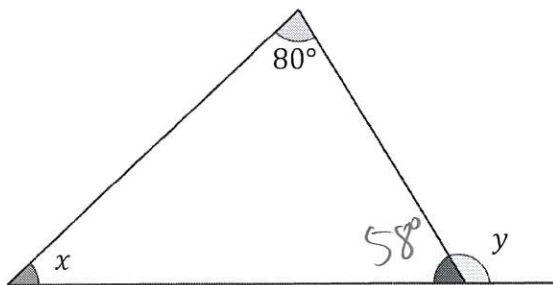
(2/1/0)

Figuren består av två likbenta trianglar.
 Vinkel x i figuren består av två mindre vinklar.
 Hur stor är vinkel x ? Redovisa din lösning
 i figur och ruta. Figuren är ej skal enligt ritad.

Likbent med
 toppvinkeln 90°
 \Rightarrow Basvinklarna
 är $\frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$
 $x = 45^\circ + 30^\circ$
 Svar: $x = 75^\circ$

Likbent
 $\Rightarrow y = 30^\circ$

6. Figuren visar en triangel med yttervinkeln y markerad



a) Utgå från att $x = 42^\circ$ och bestäm vinkel y .

(2/0/0)

Om $x = 42^\circ$ gäller att sista innervinkeln
 blir $180^\circ - 80^\circ - 42 = 58^\circ \Rightarrow$ yttervinkeln
 $= 180^\circ - 58^\circ \Rightarrow y = 122^\circ$

b) Ta fram y som funktion av x .

(1/2/0)

Sista innervinkeln blir:

$$180 - 80 - x = 100 - x$$

Yttervinkeln $y = 180^\circ - \text{sista innervinkeln} =$

$$= 180^\circ - (100 - x) = 80^\circ + x$$

$$y(x) = 80^\circ + x$$



7. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

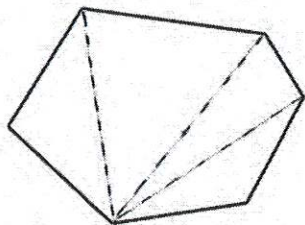
(1/1/1)

Anna och Erik ska bestämma vinkelsumman i en sexhörning.
De har gjort sina indelningar på olika sätt. Här ser du hur de har gjort sina indelningar och sina beräkningar:

Annas lösning

$$4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

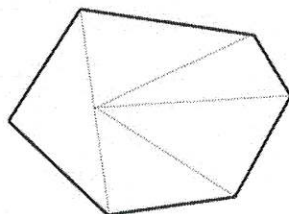
Vinkelsumman är 720°



Eriks lösning

$$5 \cdot 180^\circ - 180^\circ = 720^\circ$$

Svara: Sexhörningens vinkelsumma är 720° .



Både Anna och Erik har kommit fram till rätt resultat men på olika sätt. Redogör för hur Anna och Erik kan ha resonerat.

Anna: Hon har delat in figuren i trianglar, totalt fyra stycken.



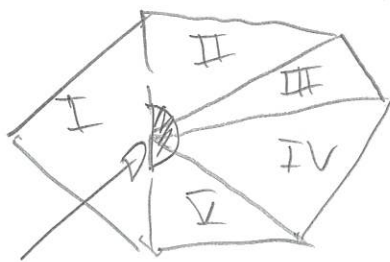
Varje triangel har 180°

Deras totala vinkelsumma

$$\text{blir } 180 \cdot 4 = 720^\circ$$

vilket täcker in alla innervinklar i sexhörningen.

Erik:



180° som inte räknas med bland sexhörningens innervinklar.

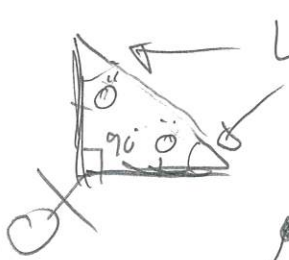
Han har delat in i 5 trianglar, vilket ger en total vinkelsumma på $5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$

MEN! 180° av dessa matcher inte sexhörningens innervinklar utan finns "i mitten" (se figur)

8. ABC är en likbent rätvinklig triangel. Sträckan BD bildar vinklarna x och y med sidan AC såsom figuren visar.

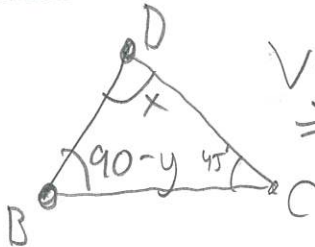
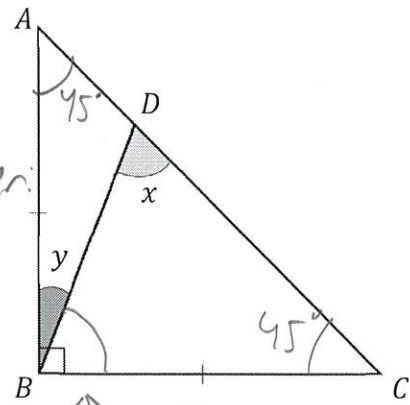
Bestäm sambandet mellan x och y (0/2/0)

Eftersom ABC är likbent gäller:



Lika stora vinklar $\Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$

$$\hat{A} = 45^\circ$$



Vinkelsumman = 180°

$$\Rightarrow x + 45 + 90 - y = 180$$

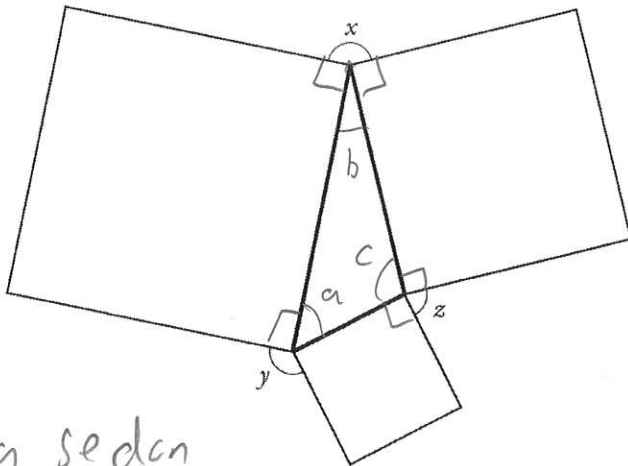
$$x - y = 45 \Rightarrow y = x - 45$$

Resten av de 90° som finns i hörnet B: $90 - y$

9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/1/2)

Sidorna i en triangel utgör också sidorna i tre olika kvadrater, se figur.

Visa att vinklarna $x + y + z = 360^\circ$.



Vid varje hörn gäller:
 innervinkeln + $2 \cdot 90^\circ$
 + motsvarande "utanförvinkel"
 bildar ett helt varv.

Lägg sedan ihop alla dessa tre ekvationer \rightarrow

$$b + x + 180^\circ = 360^\circ$$

$$a + y + 180^\circ = 360^\circ$$

$$c + z + 180^\circ = 360^\circ$$

$$a + b + c$$

är summan av innervinklarna vilket blir 180°

$$180^\circ + (x + y + z) + 540^\circ = 1080^\circ$$

Lös ut $(x + y + z)$

$$\Rightarrow (x + y + z) + 720^\circ = 1080^\circ$$

$$x + y + z = 360^\circ$$

MED digitala hjälpmedel

D1. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

- Hur stor är en yttervinkel till en regelbunden femhörning och hur stor är en innervinkel i en regelbunden femhörning?

(0/2/0)



Regelbunden 5 hörning (ish)

Innervinkeln: Dela in i 3
trianglar \Rightarrow

Tot. vinkelsumma = 540°

En innervinkel = $540/5 = 108^\circ$ (inner)

Yttervinkeln: $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ (ytter)

Undersök med hjälp av yttervinklar, vilka samband som gäller för innervinklar i regelbundna månghörningar.

(0/0/2)

För alla regelbundna månghörningar gäller att summan av yttervinklarna blir 360°

(se t.ex uppgift 3) för varför)

\Rightarrow För en n -hörning är då en yttervinkel $\frac{360}{n}$

Motsvarande innervinkel blir alltid

$$180^\circ - \text{yttervinkeln} = 180^\circ - \frac{360}{n}$$

Detta kan (om man så vill) skrivas på flera sätt:

$$\text{Yttervinkeln} = \frac{360}{n}$$

$$\text{Innervinkeln} = 180^\circ - \frac{360}{n} = \frac{180^\circ \cdot n - 360^\circ}{n}$$