

Matematik 1c - Prov, kapitel 6

Koordinatsystem, Funktionsbegreppet, Definitions- och värdemängd,

Linjära och exponentiella funktioner

Namn: FACIT

Del 1 – Uppgift 1 – 7 - Utan miniräknare – svaren skrivs direkt på provpappret.

1. Funktionen $f(x)$ är definierad som $f(x) = 2x - 1$.

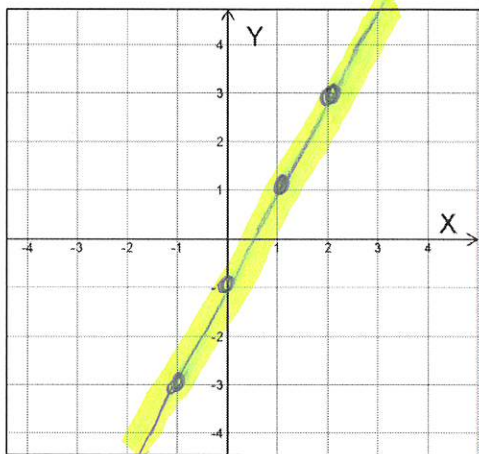
a) Bestäm $f(3)$
 "Vad blir svaret om $x=3$?"
 $2 \cdot 3 - 1 = 5$

Svar: $f(3) =$ 5 (1/0/0)

b) Lös ekvationen $f(x) = 15$
 "Vad ska x vara för att svaret ska bli 15?"

Svar: $x =$ 8 (1/0/0)

c) Rita i det tomma koordinatsystemet grafen till $f(x)$ (1/1/0)



Välj några x -värden och beräkna dess y -värden
 ex: $x = -1 \Rightarrow f(-1) = -3$
 $x = 0 \Rightarrow f(0) = -1$
 $x = 1 \Rightarrow f(1) = 1$
 $x = 2 \Rightarrow f(2) = 3$

\Rightarrow punkter på grafen: $(-1, -3)$ $(0, -1)$ $(1, 1)$ $(2, 3)$

2. Bilden till höger visar grafen till funktionen $g(x)$

a) Bestäm $g(2)$ "Vad är y då $x=2$?"

Svar: $g(2) =$ 5 (1/0/0)

b) Lös ekvationen $g(x) = -3$ "Vad är x då $y=-3$?"

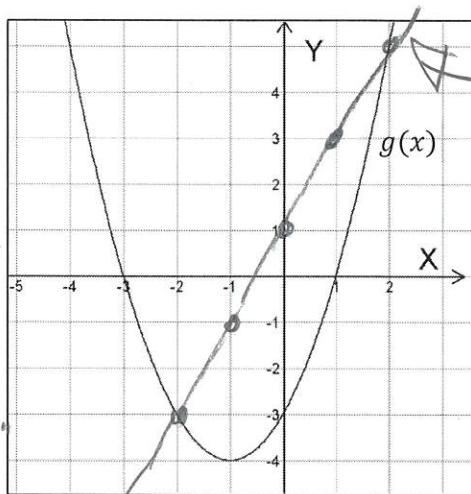
Svar: $x = -2$ $x = 0$ (2/0/0)

c) Lös olikheten $g(x) < 0$ "Vilka x -värden har y -värden mindre än noll?"

Svar: $-3 < x < 1$ (0/2/0)

d) Lös olikheten $g(x) \leq 2x + 1$ \rightarrow Rita grafen till $2x+1$ i samma bild

Svar: $-2 \leq x \leq 2$ (0/0/2)



Grafen till $2x+1$

"Alla x mellan -3 och 1 "

" g har lägre y -värden än " $2x+1$ "-grafens mellan x -värdena -2 och 2 "

3. För de båda funktionerna $L(x)$ och $E(x)$ gäller: ↑ ökning med 20

$L(x)$ är en **linjär funktion**. $L(3) = 20$ och $L(4) = 40$

$E(x)$ är en **exponentialfunktion**. $E(3) = 20$ och $E(4) = 40$

↖ Fördubbling ↗

a) Bestäm $E(5)$

Fördubbling av 40

Svar: $E(5) = \underline{80}$ (1/0/0)

b) Bestäm $L(2)$

" $L(3) - 20 = 20 - 20$ "

Svar: $L(2) = \underline{0}$ (1/0/0)

c) Bestäm $E(1) - L(1)$

$E(2) = 10$
 $E(1) = 5$

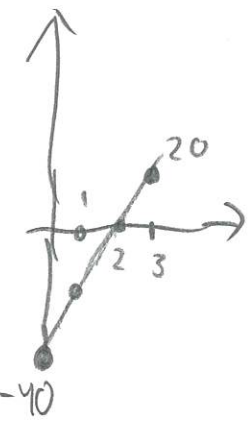
$L(2) = 0$
 $L(1) = -20$

Svar: $E(1) - L(1) = \underline{25}$ (0/0/1)

d) Bestäm ett **funktionsuttryck** för $L(x)$.

Motivera ditt svar i rutan nedan. (1/2/0)

L ökar med 20 för varje x -steg
 \Rightarrow " k " = 20
 Startvärdet fås genom att tänka "baklänges"
 $L(0) = -40 \Rightarrow \underline{L(x) = 20 \cdot x - 40}$

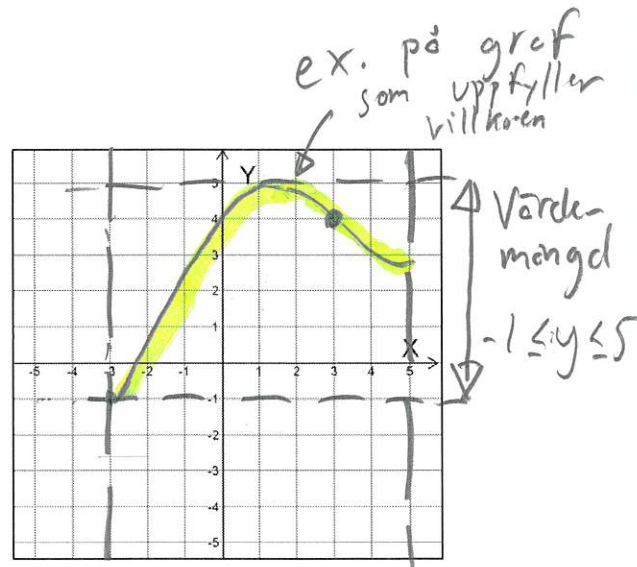


4. Rita i koordinatsystemet till höger upp en **valfri** funktionsgraf som uppfyller de tre villkoren nedan: (1/1/1)

I. Definitionsmängden är $-3 \leq x \leq 5$

II. $f(3) = 4$ \leftarrow Punkten $(3, 4)$ på grafen

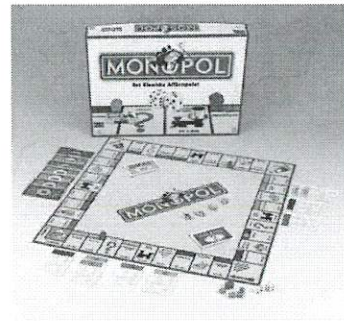
III. Värdemängden är $-1 \leq f(x) \leq 5$



↑
"y"

↔
Definitionsmängd
 $-3 \leq x \leq 5$

5. I sällskapsspelet Monopol har varje spelare pengar. Alla spelare börjar spelet med lika mycket pengar, och därefter varierar varje spelares pengar beroende på hur spelet utvecklas.



Funktionen $P(x)$ beskriver hur mycket pengar en viss spelare har efter x genomförda spelrundor.

- a) Tolka betydelsen av " $P(0) = 30000$ "

(2/0/0)

Efter noll omgångar, dvs vid starten av spelet, har spelaren 30 000 pengar

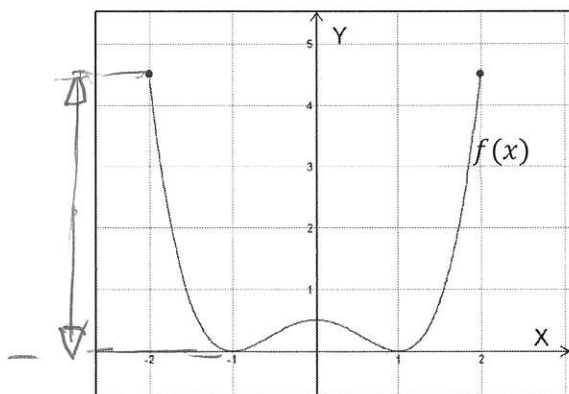
- b) "Efter fyra spelrundor hade spelaren nästan dubbelt så mycket pengar som efter tio spelrundor. Det fattades bara 5000".

Skriv detta med hjälp av matematiska symboler utgående från $P(x)$

(0/1/1)

$P(4) = 2 \cdot P(10) - 5000$
 ↑ Pengarna efter 4 spelrundor ↑ Dubbelt så mycket ↑ Pengarna efter 10 spelrundor

6. Grafen till funktionen $f(x)$ visas nedan



Värdemängden \Rightarrow
 De y -värden som finns i grafen

Kan lika gärnas skrivas "y"

- a) Ange funktionens värdemängd.

Svar: $0 \leq f \leq 4,5$ (0/1/0)

- b) Bestäm de värden på talet a som gör att $f(a + 3) = 0$

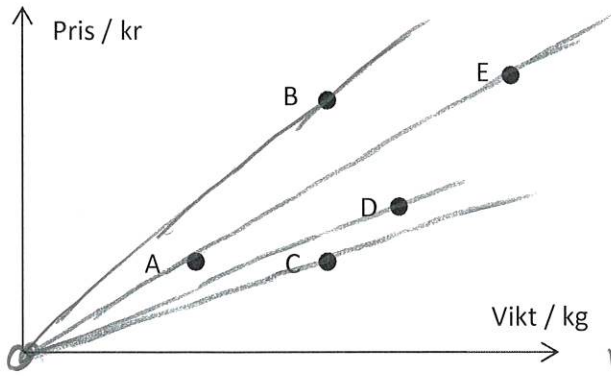
De x -värden som gör att $y = 0$

$\Rightarrow x_1 = -1 \Rightarrow a + 3 = -1$

$x_2 = 1 \Rightarrow a + 3 = 1$

Svar: $a_1 = -4$ $a_2 = -2$ (0/0/1)

7. En butik gjorde en undersökning om vikt och pris på chokladkakor. Resultat visas i följande diagram.



a) Vilka chokladkakor väger lika mycket?

Svar: B och C (1/0/0)

b) Vilken av chokladkakorna har högst kilopris?

Motivera ditt svar i rutan nedan.

(0/1/1)

Kilopriset motsvarar lutningen av en linjar funktionsgraf från origo och punkterna.
Brentast lutning \Rightarrow B har högst kilopris

- Slut på Del 1 -

Del 2 – Uppgift 8 – 12 - Med miniräknare – Svar och uträkningar skrivs på lösblad.

8. Beräkna värdet av $\sqrt[5]{250}$. Svara med två decimaler.

(1/0/0)

Endast svar krävs!

$\sqrt[5]{250}$ kan i Geogebra skrivas som $\text{nroot}(250,5)$ men lättast är kanske att utnyttja att $\sqrt[5]{} = ()^{1/5}$

$$\sqrt[5]{250} = 250^{1/5} \approx 3,02$$

9. Legolas köper vid ett tillfälle gammalt lego, som väntas stiga i värde.

Legots värde ges av funktionen $f(x) = 800 \cdot 1,15^x$ där x är antalet år sedan legot köptes.



a) Vad innebär siffran "1,15" ?

(2/0/0)

1,15 är en förändringsfaktor som säger att värdet ökar med 15% /år

b) Använd miniräknaren och lös ekvationen

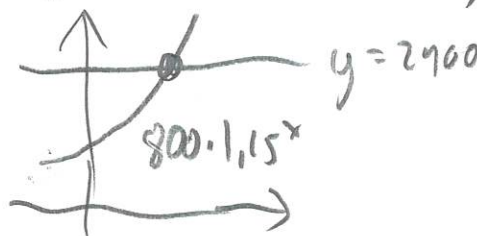
$$800 \cdot 1,15^x = 2400.$$

Endast svar krävs!

(0/1/0)

Geogebra: Lös ($800 \cdot 1,15^x = 2400$)

Skärning:



eller via $\Rightarrow (7,86; 2400)$

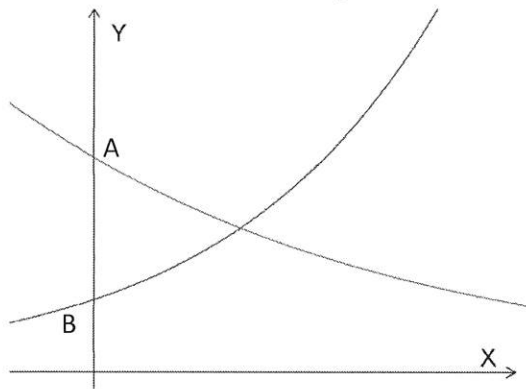
$$x = 7,86$$

c) Tolka vad ekvationen i b) och dess lösning innebär för Legolas och hans lego.

(1/1/0)

Efter knappt 8 år har värdet på legot tredubblats (ökat från 800kr till 2400kr)

10. Bilden nedan visar graferna till $f(x) = 6 \cdot 0,90^x$ och $g(x) = 2 \cdot 1,20^x$



- a) Vilken av funktionerna hör ihop med vilken graf?

(1/0/0)

Kortfattad motivering krävs

Den med ökning har en för. faktor som är större än 1 $\Rightarrow 2 \cdot 1,20^x = B$

$B = g(x)$ På motsvarande sätt fås att $6 \cdot 0,90^x = A$

$A = f(x)$ Det går också att resonera via startvärdena

- b) Använd miniräknaren för att lösa ekvationen $6 \cdot 0,90^x = 2 \cdot 1,20^x$

Endast svar krävs!

(0/1/0)

Lös $(6 \cdot 0,90^x = 2 \cdot 1,20^x)$ eller



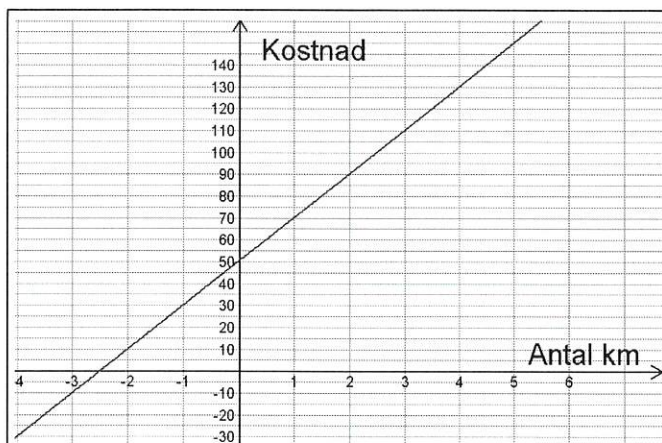
$(3,82; 4,01)$

Ekv. lösning

är $x \approx 3,82$

11. Resekostnaden för att åka med företaget "Lyxig Taxi AB" beskrivs av funktionen $K(x) = 50 + 20x$ där x är antalet körda km

Taxiföretaget bestämmer sig för att öka sin tydlighet mot kunderna och tar därför fram nedanstående graf för att visa hur kostnaden blir för olika körda sträckor.



Tony tittar på grafen en stund och undrar om den verkligen bör användas.

Vad svarar du? Är grafen lämplig att använda?

Varför/Varför inte?

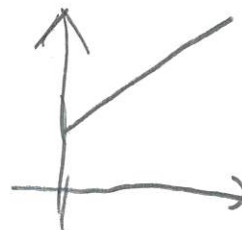
(1/1/1)

Grafen beskriver rätt kostnad för olika resesträckor, ex. 4 km $(4, 130)$ på grafen
 $K(4) = 50 + 20 \cdot 4 = 130$

MEN! Den tar ingen hänsyn till vilken definitions- eller värdemängd, så nej den är olämplig.

En taxiresa kan inte vara negativ, och inte heller en kostnad för en taxiresa.

En lämpligare graf vore:



12. En viss kommun har en befolkning som ökar.
 År 1990 var kommunens befolkning 100000 invånare

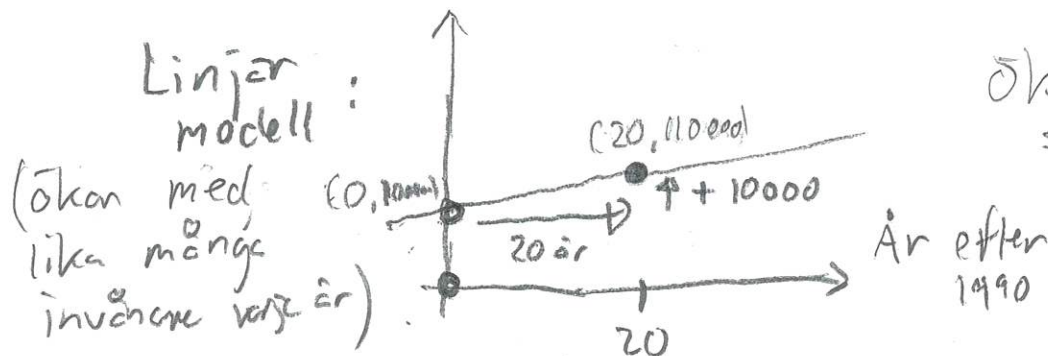
År 2010 hade befolkningen ökat till 110000 invånare.

Kommunfullmäktige undrar förhoppningsvisfullt hur lång tid det tar att nå kommunens befolkningsmål med 200000 invånare

Undersök hur lång tid det kan ta att uppnå befolkningsmålet, både utgående från en linjär modell och en exponentiell modell.

Glöm inte redovisa hur du kommer fram till dina svar!

(2/2/2)

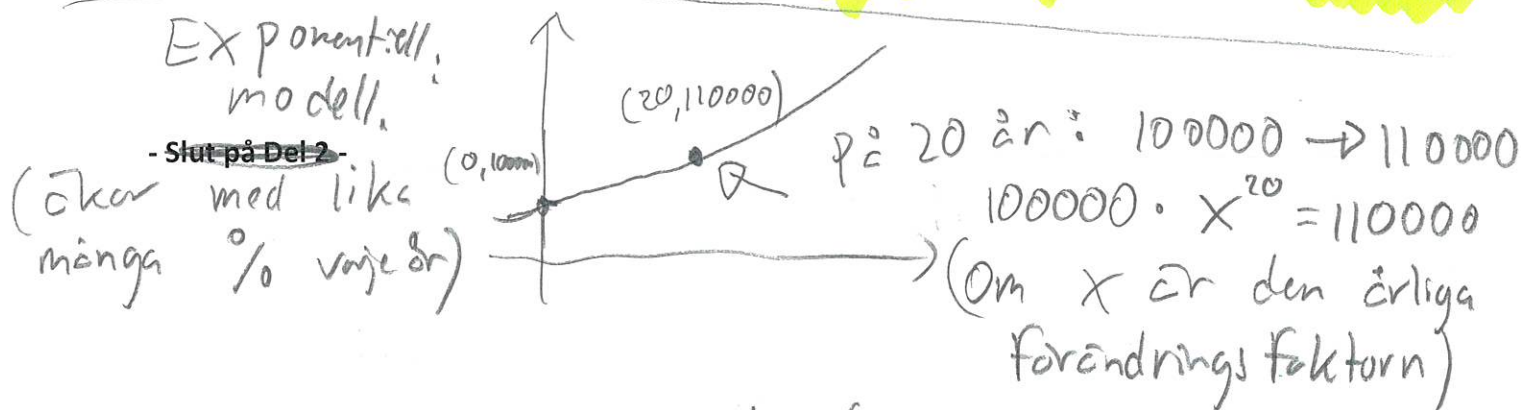


$$f(x) = 100000 + 500x$$

Vill lösa "f = 200000" \Rightarrow

$$\text{Lös } (f = 200000) \Rightarrow x = 200$$

\Rightarrow År 2190 enl. linjära modellen



$$\text{Lös } (100000 \cdot x^{20} = 110000) \rightarrow$$

$$x \approx 1,00477688 \dots$$

$$g(x) = 100000 \cdot 1,00477688^x$$

Vill lösa (g = 200000) \Rightarrow

$$\text{Lös } (g = 200000) \Rightarrow x \approx 145,45 \text{ år}$$

\Rightarrow År 2135 enl. exp. modellen