

Funktionsbegreppet - algebraiskt

Utan digitala hjälpmedel

1. Nedan representeras tre stycken funktioner som en beskrivning mellan IN och UT.

Fyll i de siffror som saknas.

a)

IN		UT
3	IN GÅNGER FYRA PLUS ETT	13

 $3 \cdot 4 + 1 = 13$ (1/0/0)

b) $\frac{x}{4} = 16 \rightarrow$

IN		UT
64	IN DELAT MED FYRA	16

 (1/0/0)

c) $7 - x = 3 \rightarrow$

IN		UT
4	SIJU MINUS IN	3

 (1/0/0)

2. Funktionen f är definierad som $f(x) = 4x + 2$

- a) Bestäm $f(5)$ (1/0/0)

Vad blir värdet av " $4x+2$ " om $x=5$?

$$f(5) = 4 \cdot 5 + 2 = 22$$

- b) Lös ekvationen $f(x) = 26$ (1/0/0)

Vad ska x vara i " $4x+2$ " för att ge svaret 26?

$$4x + 2 = 26 \Rightarrow x = 6$$

- c) Bestäm $f(2) + f(3)$ (0/1/0)

Värdet av
" $4x+2$ " då $x=2$

$$\Rightarrow f(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10$$

Värdet av
" $4x+2$ " då $x=3$

$$f(3) = 4 \cdot 3 + 2 = 14$$

$$f(2) + f(3) = 10 + 14 = 24$$

3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften

(1/0/0)

Bestäm $f(0,3)$ då $f(x) = 3x - 0,2$

Vad blir värdet av "3x-0,2" då $x=0,3$?

$$f(0,3) = 3 \cdot 0,3 - 0,2 = 0,9 - 0,2 = 0,7$$

4. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = 6 - 2x$ och $g(x) = 4x + 12$

a) Bestäm $f(4)$

(1/0/0)

Värdet av "6-2x" då $x=4$

$$f(4) = 6 - 2 \cdot 4 = 6 - 8 = -2$$

b) Bestäm $f(2) \cdot g(2)$

(2/0/0)

Värdet av
"6-2x" då $x=2$

$$f(2) = 6 - 2 \cdot 2 = 2$$

Värdet av "4x+12"
då $x=2$

$$g(2) = 4 \cdot 2 + 12 = 20$$

$$f(2) \cdot g(2) =$$

$$= 2 \cdot 20 = 40$$

c) Lös ekvationen $f(x) = g(x)$

(1/1/0)

"För vilket värde på x gäller att
 $6 - 2x = 4x + 12$?"

$$6 - 2x = 4x + 12 \quad [+2x] \Rightarrow 6 = 6x + 12 \quad [-12] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6x = -6 \quad [/6] \Rightarrow x = -1$$

d) Bestäm $f(g(3))$

(0/1/1)

$$g(3) = \text{värdet av "4x+12" då } x=3$$
$$= 4 \cdot 3 + 12 = 24$$

$$f(\underbrace{g(3)}_{24}) = f(24) = \text{värdet av "6-2x" då } x=24$$
$$= 6 - 2 \cdot 24 = 6 - 48 = -42$$

5. En bastu värms upp. Bastuns temperatur i $^{\circ}\text{C}$ efter x minuter räknat från klockan 18.00 kan beskrivas med funktionen $T(x)$.

a) Tolka betydelsen av $T(0) = 25$

(1/1/0)

"När $x = 0$ är värdet på $T = 25$ "

$\Rightarrow$ Klockan 18.00 är det 25°C i bastun

b) "Klockan 18.40 är temperaturen 30 grader högre än klockan 18.20"

Skriv påståendet ovan utgående från $T(x)$

(0/2/0)

$$\text{kl. 18.40} = T(40)$$

$$\text{kl. 18.20} = T(20)$$

$$T(40) = T(20) + 30 \Rightarrow T(40) - T(20) = 30$$

6. För funktionen f gäller $f(x) = 3x^2 - 6x - 1$

a) Bestäm $f(-1)$

(0/1/0)

Vad blir värdet av " $3x^2 - 6x - 1$ " då $x = -1$?

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) - 1 = \left[\begin{array}{l} (-1)^2 = 1 \\ -6(-1) = +6 \end{array} \right] = 3 + 6 - 1 = 8$$

b) Undersök om det är sant att $f(1+2) = f(1) + f(2)$

(0/2/0)

$$f(1+2) = f(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 - 1 = 27 - 18 - 1 = 8$$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

" $f(1+2) = f(1) + f(2)$ " skulle innebära att

" $8 = -4 + -1$ ". Det stämmer INTE.

7. För funktionen f gäller $f(x) = \frac{1}{x}$

a) Bestäm $f(2) + 3 \cdot f(4)$

(1/1/0)

$$f(2) = \frac{1}{2} \quad f(4) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

b) Lös ekvationen $f(x) = 3$

(0/1/0)

Vilket x gör att " $\frac{1}{x} = 3$ "?

$$\frac{1}{x} = 3 \quad [\cdot x] \Rightarrow 1 = 3 \cdot x \quad [/:3] \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

c) Lös ekvationen $f(x+2) = 4$

(0/1/1)

" $f(x+2)$ " $\Rightarrow$
Byt ut x mot $(x+2)$

$$\frac{1}{x+2} = 4 \quad [\cdot (x+2)]$$
$$1 = 4 \cdot (x+2) \Rightarrow 1 = 4 \cdot x + 8 \quad [-8] \Rightarrow -7 = 4 \cdot x \quad [/:4]$$
$$-\frac{7}{4} = x$$

8. För funktionen f gäller att $f(x) = 4 - 3x$

a) Bestäm $f(a) - f(2)$

(0/1/0)

Byt ut x mot a $\Rightarrow 4 - 3a - (4 - 3 \cdot 2)$
Byt ut x mot 2 $= 4 - 3a - 4 + 6 = 6 - 3a$

b) Bestäm $f(a-2)$

(0/0/1)

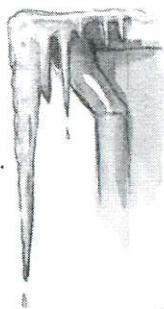
Byt ut x mot $(a-2)$

$$4 - 3 \cdot (a-2) = 4 - 3a + 6 = 10 - 3a$$

9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften

(0/0/1)

En istapp har volymen $V(t)$ cm³,
där t är tiden i minuter efter klockan 08.00.
Klockan 09.00 har istappen volymen 21 cm³.
Använd funktionen $V(t)$ och skriv detta
påstående med matematiska symboler.



Klockan 9.00 $\Rightarrow$ 60 min efter 8.00 $\Rightarrow t = 60$

$$\Rightarrow V(60) = 21$$

10. För funktionen f gäller att $f(x) = 6x + 3$

Bestäm värdet av $\frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$

(0/0/2)

$$\begin{aligned} \frac{6 \cdot (a+h) + 3 - (6 \cdot (a-h) + 3)}{2h} &= \frac{6 \cdot a + 6h + 3 - 6(a-h) - 3}{2h} \\ &= \frac{6a + 6h + 3 - 6a + 6h - 3}{2h} = \frac{12h}{2h} = 6 \end{aligned}$$

11. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x + 5$

Lös ekvationen $f(f(x)) = -13$

(0/0/2)

" $f(f(x))$ " = Lagg in " $2x+5$ "
på x 'ets plats

$$2 \cdot (2x + 5) + 5 = 4x + 10 + 5 = 4x + 15$$

$$\begin{aligned} "f(f(x)) = -13" &\Rightarrow 4x + 15 = -13 \quad [-15] \\ 4x &= -28 \quad [:4] \\ x &= -7 \end{aligned}$$