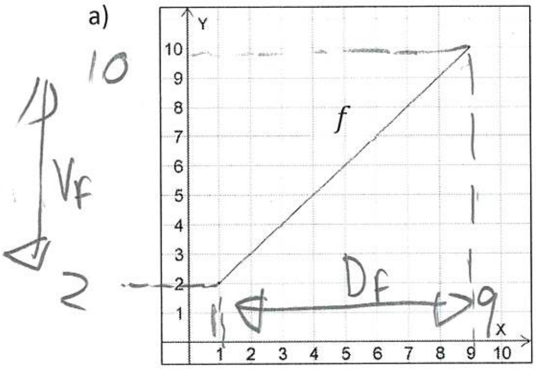
FACIT

Definitions- och värdemängd

Utan digitala hjälpmedel

1. Figurerna visar graferna till några funktioner med begränsad definitionsmängd: Bestäm **definitionsmängd** och **värdemängd** till respektive funktion.

a)

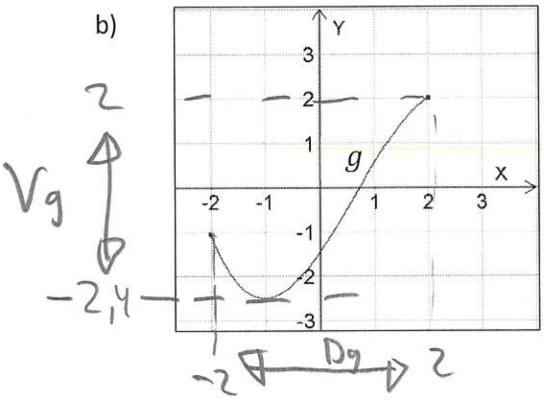


(2/1/0)

Definitionsmängd = D_f
"Använda x-värden" : $1 \le x \le 9$

Värdemängd = V_f =
= "De y-värden som finns" $2 \le y \le 10$

b)

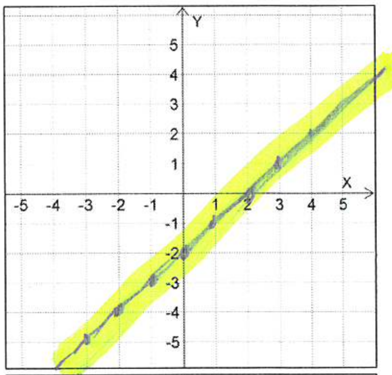


(1/2/0)

D_g : $-2 \le x \le 2$

V_g : $\sim -2,4 \le y \le 2$

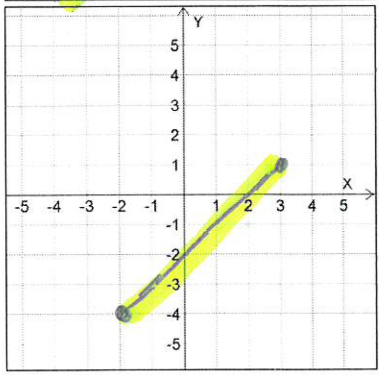
2. a) Rita i det övre koordinatsystemet till höger upp grafen till funktionen $f(x) = x - 2$ där definitionsmängden är **alla** $\boldsymbol{x}$ (2/0/0)



Välj några x-värden och beräkna y med $f(x) = x - 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

b) Rita i det nedre koordinatsystemet till höger upp grafen till funktionen $f(x) = x - 2$ där definitionsmängden är $-2 \le x \le 3$ (1/1/0)



Samma graf som i a)-uppg. men "klippt" vid $x = -2$ och $x = 3$

c) Ange *värdemängden* till funktionen i b) (0/1/0)

Enl. grafen i b) ⇒ y-värdena som är kvar

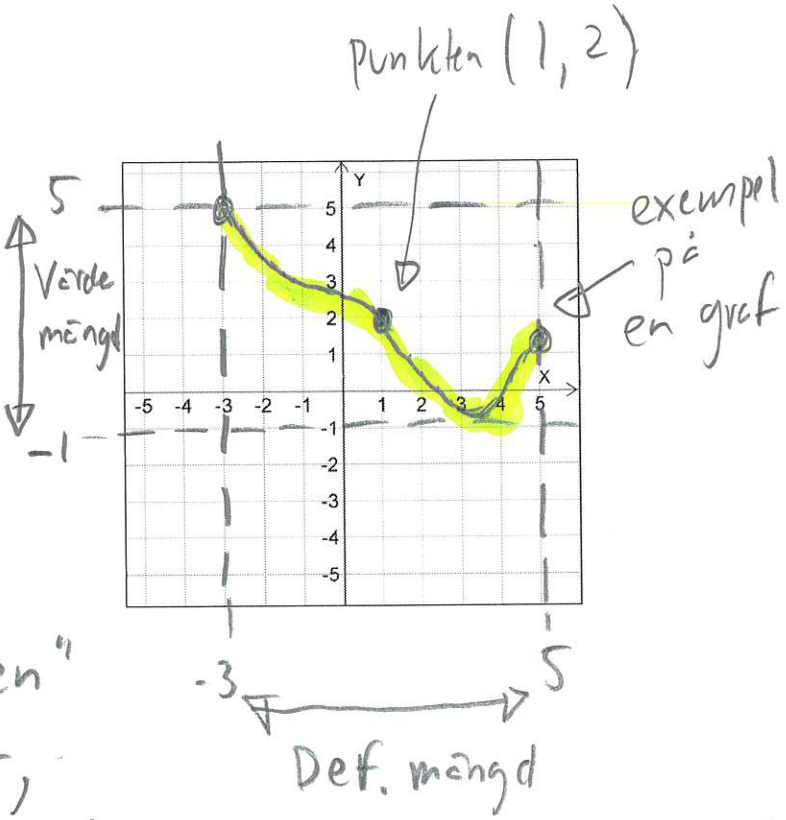
$-4 \le y \le 1$

3. Rita i koordinatsystemet till höger upp en *valfri* funktionsgraf som uppfyller de tre villkoren nedan:

I. Definitionsmängden är $-3 \leq x \leq 5$

II. $f(1) = 2$ ← Punkten (1, 2) på grafen

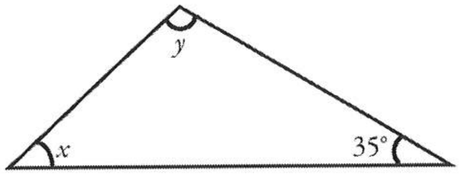
III. Värdemängden är $-1 \leq f(x) \leq 5$



Rita först ut "ramen" och punkten. Därefter, Rita valfri graf som toucher "Taket" och "Golvet"

4. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I en triangel är vinklarna angivna.



a) Skriv y som en funktion av x. (0/1/0)

Vinklarna är 180° tillsammans ⇒

$x + y + 35 = 180°$ "y som funktion av x" ⇒ Lös ut y

$y = 180 - 35 - x$ $\quad$ $y = 145 - x$

b) Ange funktionens värdemängd. (0/0/2)

$y(x) = 145 - x$

Värdemängden fås genom att resonera kring det minsta resp. största y kan bli:

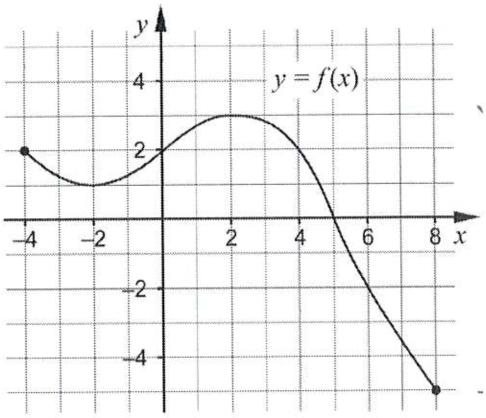
Minst: $x < 145$ $\Rightarrow y > 0°$

$x > 0$ $\quad y < 145°$ ⇒

Värdemängden: $0° < y < 145°$

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Figuren visar grafen till funktionen f



3

-5

Värdemängden: y-värdena i grafen:

$-5 \leq y \leq 3$

a) Vilket av alternativen A-F anger funktionens värdemängd? (0/1/0)

A. $-5 \leq y \leq 2$

B. $-5 \leq x \leq 2$

C. $-4 \leq y \leq 8$

D. $-4 \leq x \leq 8$

E. $-5 \leq y \leq 3$

F. $-5 \leq x \leq 3$

"Alla y mellan -5 och 3"

b) Bestäm $f(a)$ då $f(a+1) = -2$ (0/0/2)

Börja med att lösa ekv: $f(x) = -2$

$f(x) = -2 \Rightarrow$ "Vilket x ger $y = -2$?"

Den har lösningen $x = 6$

Tolka sedan x:et som "a+1"

$\Rightarrow x = 6 \Rightarrow a+1 = 6 \quad [-1]$

$a = 5$

$f(a) = f(5) =$ "Vad är y då $x = 5$?" $= 0 \Rightarrow f(a) = 0$

MED digitala hjälpmedel

D1. En förening anordnar ett bingospel.
För att trycka upp bingobrickor, köpa priser och ordna en lokal att hålla till i betalar de totalt 2000 kr
Varje deltagare som ska vara med i bingospelet betalar 75 kr/bricka.

a) Vad blir vinsten om företaget säljer 40 brickor? (2/0/0)

Inkomster: $75 \cdot 40 = 3000$ kr

Utgifter: 2000 kr   Vinst = Inkomster − Utgifter

$3000 - 2000 = 1000$ kr

b) Kalla antalet sålda bingobrickor för x.
Ställ upp funktion, $V(x)$, som beskriver hur vinsten/förlusten förändras när antalet sålda bingobrickor ändras. (1/1/0)

Inkomster: $75 \cdot x$

Utgifter: 2000 $V(x) = 75x - 2000$

b) Som mest kan företaget sälja 300 brickor.
Bestäm **värdemängden** för $V(x)$ (0/1/1)

Största vinsten fås då $x = 300 \Rightarrow$

$V(300) = 20500$ kr

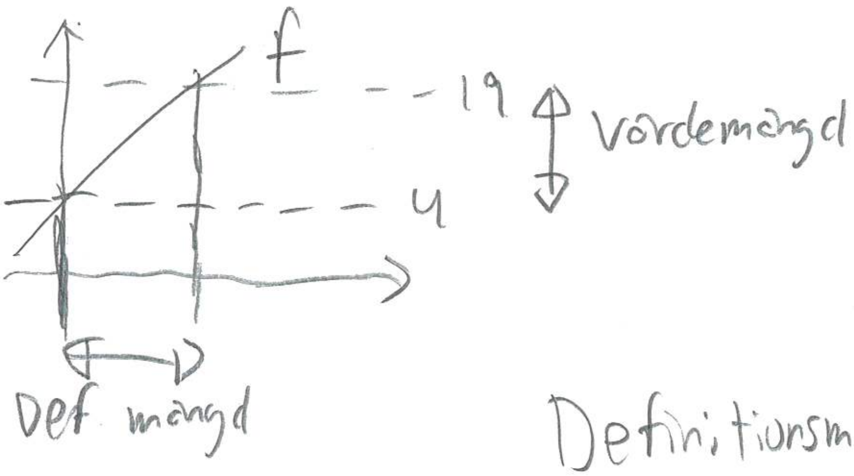
Minsta "vinsten" (eg. förlusten) fås då $x = 0 \Rightarrow$

$V(0) = -2000$ kr

Värdemängden blir:

$-2000 \leq V \leq 20500$

D2. Bestäm ***definitionsmängden*** hos funktionen $f(x) = 5x + 4$ om dess *värdemängd* är $4 \leq f(x) \leq 19$ (0/2/0)

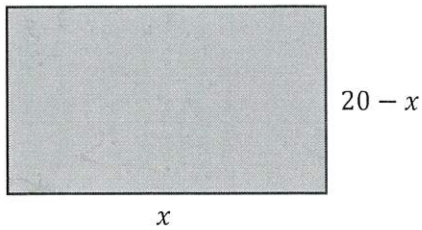


Lös $(f = 19) \Rightarrow$
$x = 3$

Lös $(f = 4) \Rightarrow$
$x = 0$

Definitionsmängden: $0 \leq x \leq 3$

D3. Rektangeln till höger har sidor som varierar när värdet av variabeln x ändras.



Basen är alltid lika stor som x

Höjden är resultatet av $20 - x$

a) Vad beskrivs av funktionen nedan? (1/0/0)
$f(x) = x \cdot (20 - x)$

Basen · Höjden = Arean av rektangeln

b) För att det ska vara en "giltig" rektangel kan dess sidor inte vara negativa tal.
Ange *definitionsmängden* till funktionen i a) (0/2/0)

Basen positiv $\Rightarrow$ $x > 0$

Höjden positiv $\Rightarrow$ $20 - x > 0 \quad [+x]$

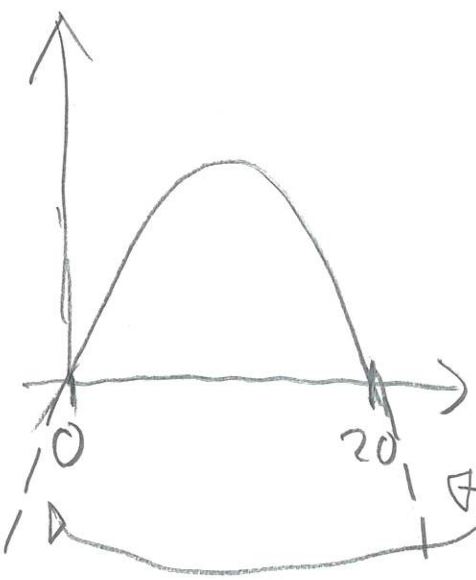
$20 > x$

Def. mängden: $0 < x < 20$

c) Ange *värdemängden* till funktionen i a) (0/1/1)

Funktionen inritad i Geogebra $\Rightarrow$

$f(x) = x \cdot (20 - x)$



100

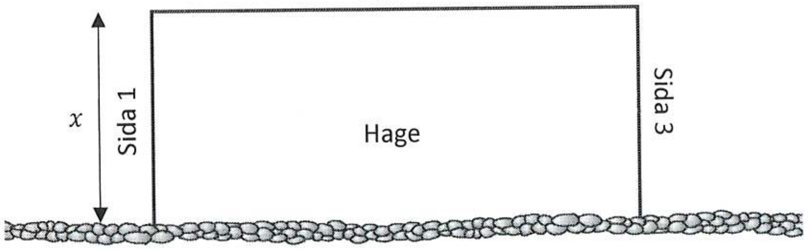
Värdemängden i

$0 < f < 100$

0

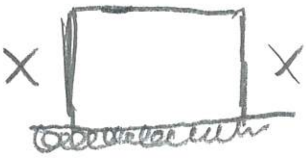
Tillhör inte definitionsmängden
$(0 < x < 20)$

D4. En bonde ska bygga en rektangelformad hage åt sina kor.
Hagen ska ligga mot en stenmur, så det är **tre av rektangelns** sidor som ska byggas.
Till sin hjälp har bonden tillgång till 300 meter stängsel. Se figur.



Utgå från att Sida 1 är x meter lång (enligt figuren).

a) Ta fram en funktion som beskriver hur hagens area ändras när x ändras, $A(x)$ (0/1/1)



Sida 3 = Sida 1 = X
Sida 2 blir då resten av de 300m:
$(300 - 2x)$

Arean = Basen · Höjden ⇒ $A(x) = (300 - 2x) \cdot x$

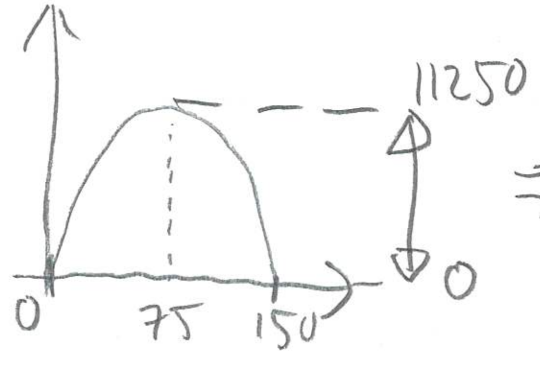
b) Bestäm definitionsmängd och värdemängd för funktionen i a) (0/1/2)

Ingen sida får vara negativ ⇒

Basen: $300 - 2x > 0 \quad [+2x]$
$300 > 2x \quad [/2]$
$150 > x$ ⇒ Def. mängden: $0 < x < 150$

Höjden: $x > 0$

Skriv in i Geogebra ⇒



⇒ Värdemängden $0 < A < 11250$