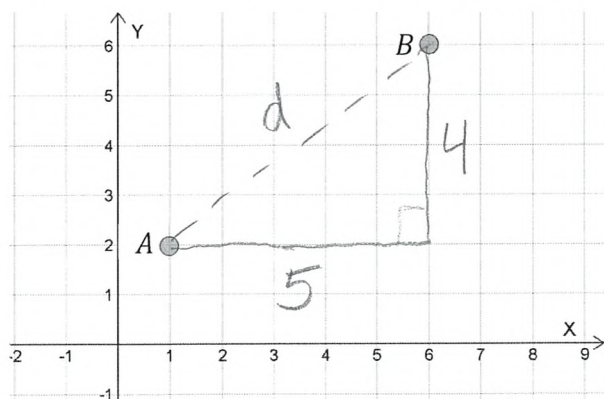


FACIT

Koordinatgeometri

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Figuren visar ett koordinatsystem med de två punkterna A och B markerade.



Bestäm avståndet mellan punkterna A och B .

(2/0/0)

Svara exakt!

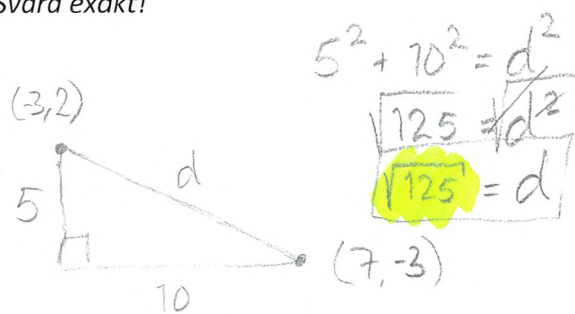
$$\begin{aligned} 5^2 + 4^2 &= d^2 \\ 25 + 16 &= d^2 \\ \sqrt{41} &= \sqrt{d^2} \\ \sqrt{41} &= d \end{aligned}$$

2. Bestäm avståndet mellan punkterna...

- a) $(-3, 2)$ och $(7, -3)$.

(2/0/0)

Svara exakt!

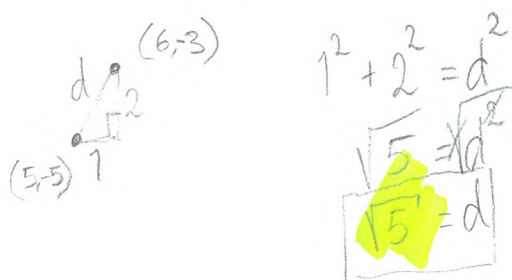


$$\begin{aligned} 5^2 + 10^2 &= d^2 \\ \sqrt{125} &= \sqrt{d^2} \\ \sqrt{125} &= d \end{aligned}$$

- b) $(6, -3)$ och $(5, -5)$.

(2/0/0)

Svara exakt!



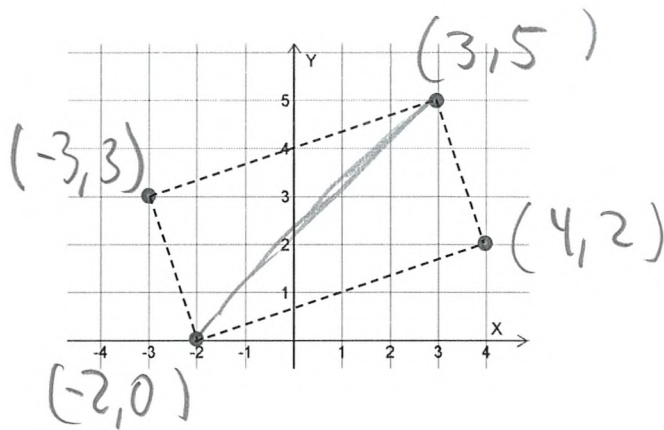
$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 &= d^2 \\ \sqrt{5} &= \sqrt{d^2} \\ \sqrt{5} &= d \end{aligned}$$

3. Till höger visas fyra punkter i ett koordinatsystem. Dessa bildar tillsammans en rektangel.

Diagonalerna i en rektangel är lika långa.

Längden hos en av diagonalerna hos rektangeln till höger kan skrivas på formen

$$d = \sqrt{\text{Heltal}}$$



- a) Bestäm talet d .

(0/1/0)

Svara exakt!

Det finns två diagonaler, ex: $(-2, 0) \rightarrow (3, 5)$

Pyth. sats:  $5 \Rightarrow 5^2 + 5^2 = d^2$

$$\Rightarrow d = \sqrt{50}$$

- b) Rektangelns area är ett heltal. Bestäm detta heltal.

(0/2/0)

Arean ges av basen $\cdot$ höjden

Basen motsvarar avståndet mellan $(-2, 0) \rightarrow (4, 2)$
och höjden $(4, 2) \rightarrow (3, 5) = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$$\text{Basen} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \Rightarrow \text{Arean} = \sqrt{40} \cdot \sqrt{10} =$$

4. För de båda punkterna $A = (a, 2a)$ och $B = (2a, 4a)$ gäller att a är en positiv konstant

Avståndet mellan punkterna A och B är 10 längdenheter.

Bestäm koordinaterna för punkten A . Svara exakt!

$$\sqrt{400} = 20$$

(0/1/0)

$$(a, 2a) \rightarrow (2a, 4a) = 10 \Rightarrow$$

$$\sqrt{a^2 + (2a)^2} = 10$$

$$\sqrt{a^2 + 4a^2} = 10$$

$$\sqrt{5a^2} = 10$$

$$5a^2 = 100$$

$$a^2 = 20$$

$$a = \sqrt{20} \Rightarrow$$

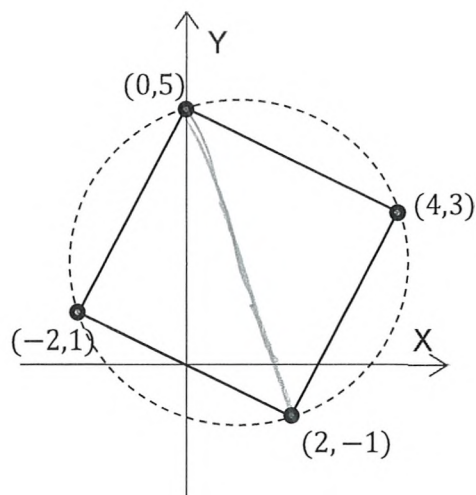
OBS! $(2a)^2 = 4a^2$

$$A = (\sqrt{20}, 2\sqrt{20})$$

5. Figuren visar ett koordinatsystem med en cirkel i vilken en kvadrat skrivits in så att kvadratens hörn ligger på cirkelns rand.

Bestäm cirkelns radie. Svara exakt!

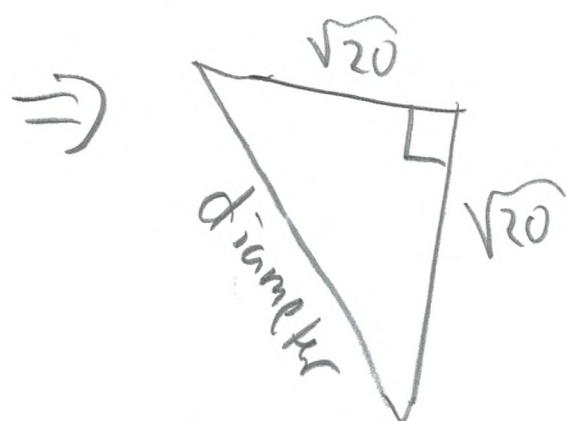
(0/1/1)



Sidan hos kvadraten motsvarar avståndet mellan $(0,5) \rightarrow (4,3)$

$$s = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

Cirkelns diameter motsvarar avståndet mellan två motstående hörn



Pyth. sats $\Rightarrow$

diametern =

$$\sqrt{(\sqrt{20})^2 + \sqrt{20}^2}$$

$$= \sqrt{20 + 20} = \sqrt{40}$$

$$\text{Radien} = \frac{\text{Diametern}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2}$$

FACIT

Del 2 – Med digitala hjälpmedel

D1. Bestäm avståndet mellan punkterna $(-16, 4)$ och $(6, 19)$.

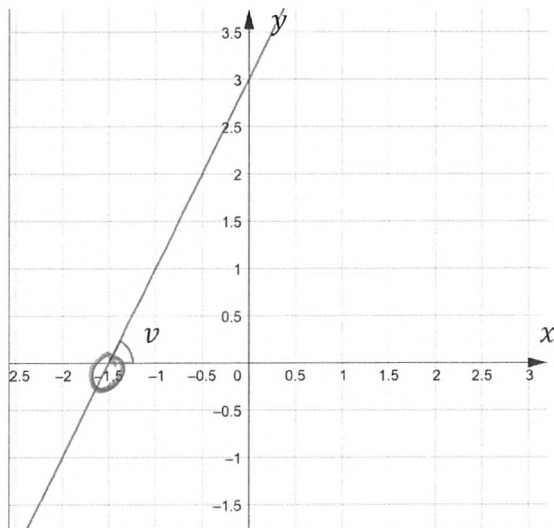
(1/0/0)

Svara med 1 decimal noggrannhet!

Kommandot "Avstånd" i Geogebra ger:

$$26,6271... \approx 26,6$$

D2. Grafen till funktionen $f(x) = 2x + 3$ bildar en vinkel, v , mot x -axeln.



a) Bestäm storleken på vinkel v .

(2/0/0)

Utgå från den rätvinkliga triangeln



$$\tan v = \frac{3}{1,5} \Rightarrow$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{3}{1,5}\right) \approx 63,44^\circ$$

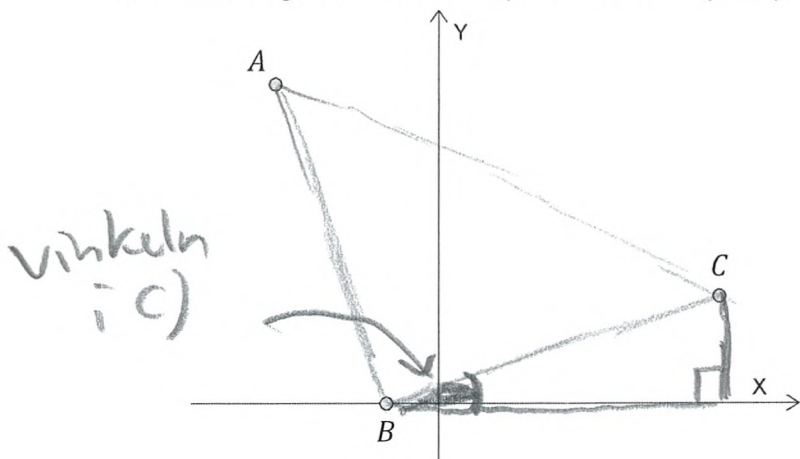
b) Bestäm avståndet mellan de punkter där f skär x - respektive y -axeln.

(1/0/0)

Enligt grafen gäller: $(-1,5, 0) \rightarrow (0, 3)$

"Avstånd" $\Rightarrow \approx 3,35$

D3. En triangel har sina hörn i punkterna $A = (-3,6)$, $B = (-1,0)$ och $C = (5,2)$



a) Visa att triangeln är likbent.

(2/0/0)

Likbent $\Rightarrow$ Två sidor lika

Sidorna kan bestämmas med "Avstånd"

$$A \rightarrow B : \sim 6,325$$

$$B \rightarrow C : \sim 6,325$$

$$A \rightarrow C : \sim 8,944$$

$\leftarrow$ Två sidor lika
 $\Rightarrow$ Likbent!

b) Visa att en triangelns vinklar är 90° genom att använda Pythagoras sats.

(0/2/0)

Pyth. sats. fungerar om $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$

$$(AB)^2 + (BC)^2 = (6,325)^2 + (6,325)^2 = 80$$

$$(AC)^2 = (8,944)^2 = 80 \Rightarrow \text{Pyth. sats gäller} \Rightarrow 90^\circ \text{ vinkel}$$

c) Bestäm den minsta av triangelns övriga vinklar.

(0/1/0)

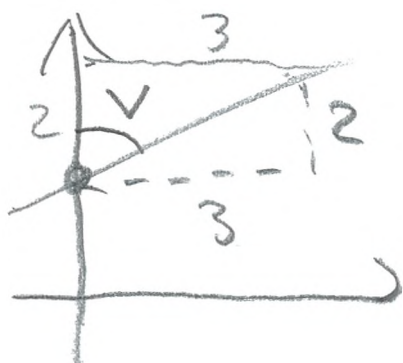


Trigonometri ger: $\sin v = \frac{2}{\sqrt{40}}$

$$v = \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{40}}\right) \approx 18,4^\circ$$

- D3 Linjen $y = \frac{2}{3}x + 3$ går igenom y-axeln vid $y = 3$.
Vilken vinkel, $v < 90^\circ$, bildas mot y-axeln?

(0/1/0)



Trigonometri ger:

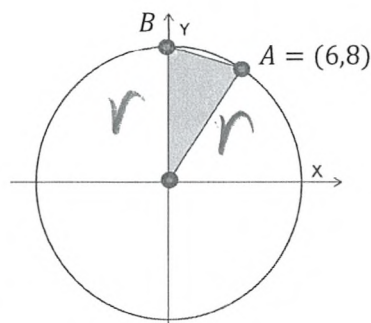
$$\tan v = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow v = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \approx 56,3^\circ$$

- D4 Figuren visar en cirkel med centrum i origo. Punkten $A = (6,8)$ ligger på cirkeln. En triangel med hörn i origo, A samt den punkt där cirkeln möter y-axeln (B) bildas.

Bestäm triangelns omkrets.

(1/2/0)



Radien = Avståndet mellan origo och A

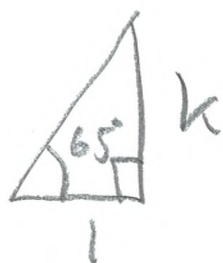
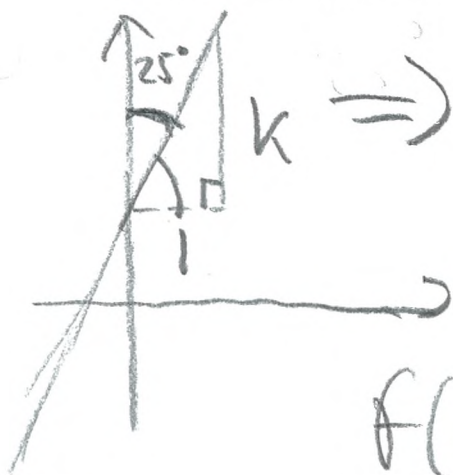
$$r = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow B = (0,10)$$

Sista sidan
 $A \rightarrow B \Rightarrow \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$

$$\text{Omkretsen} = 10 + 10 + \sqrt{40} \approx 26,32$$

- D5 För funktionen $f(x) = kx + m$ gäller att den bildar vinkeln 25° mot y-axeln. Bestäm de möjliga värden som $f(10)$ kan ha om $f(0) = 2k$.

(0/0/2)



$$\tan 65^\circ = \frac{k}{1}$$

$$\Rightarrow k \approx 2,1445$$

$$f(0) = 2k = 2 \cdot 2,1445 \approx 4,289$$

Funk. har formeln $f(x) = 2,1445 \cdot x + 4,289$
 $\Rightarrow f(10) \approx 25,73$

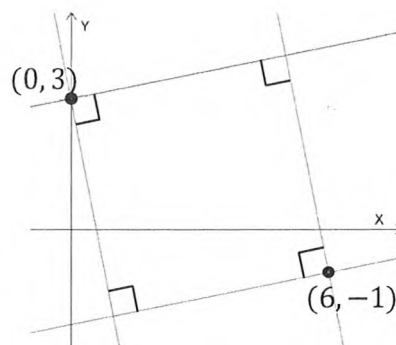
D67 Figuren visar fyra linjer som tillsammans bildar en **kvadrat** i koordinatsystemet.

Två av kvadratens hörn motstående hörn ligger i punkterna $(0, 3)$ och $(6, -1)$

Bestäm kvadratens area

(Svara med 2 decimalers noggrannhet!)

(0/0/2)



Kvadratens diagonall ges av
avståndet mellan $(0, 3)$ och $(6, -1)$

$\Rightarrow$

$\sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$

De två sidorna är lika $\Rightarrow$

$$s^2 + s^2 = (\sqrt{52})^2$$

$$2 \cdot s^2 = 52$$

$$s = \sqrt{26}$$

$$A = \sqrt{26} \cdot \sqrt{26} = 26 \text{ ae}$$