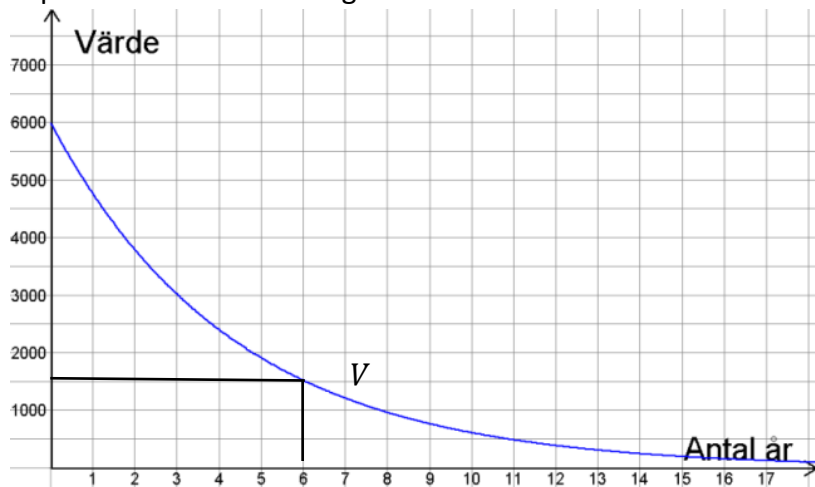


Utan digitala hjälpmedel

1. Värdet hos en dator, V kr x år efter 2004 antas följa en exponentialfunktion vars graf visas nedan



- a) Vad var datorn värd år 2010 enligt modellen?

(1/0/0)

År 2010 motsvarar 6 år efter 2004.

Läser man av grafen vid x -värdet 6 fås svaret: 1500 kr

- b) Vilket av alternativen A – E nedan beskriver bäst datorns värde?

(1/0/0)

A $V(x) = 6000 \cdot 1,2^x$

B $V(x) = 6000 \cdot 0,8^x$

C $V(x) = 6000 \cdot 0,2^x$

D $V(x) = 6000 - 500x$

E $V(x) = 6000 + 500x$

Grafen visar en minskning med ca 20 %.

Alltså alternativ **B**

2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(1/0/0)

Adam köper en begagnad moped.

Formeln $y = 10\,000 \cdot 0,8^x$ beskriver mopedens värde y kronor x år senare.

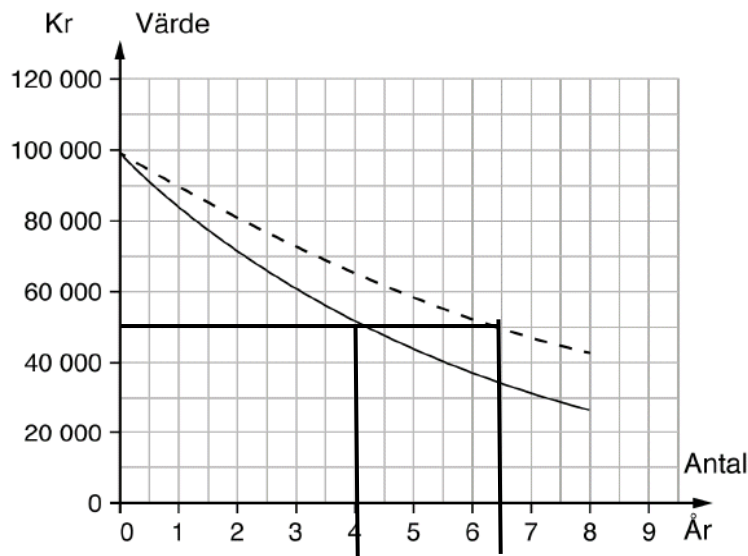
Hur stor är värdeminskningen i procent per år?

Förändringsfaktorn är 0,80.

Det motsvarar en minskning på 20 %

3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Kim köper en begagnad bil för 100 000 kr. Värdet på bilen kommer att minska. I diagrammet visas hur värdet förändras om det minskar med 10 % respektive 15 % per år.



15 % minskning motsvarar den nedre grafen

- a) Vilket är värdet efter tre år, enligt diagrammet, om den procentuella minskningen är 15 % per år?

Svar: Ca 60000 kr (1/0/0)

- b) Ungefär hur mycket längre tid krävs för att värdet ska halveras när den procentuella minskningen är 10 % i stället för 15 % per år?

"Halveras" => 50 000 kr

Svar: Ca 2,5 år (0/1/0)

4. För **exponentialfunktionen**, f gäller att $f(3) = 20$ och $f(4) = 40$.

- a) Bestäm $f(5) + f(6)$

(1/1/0)

Det sker samma procentuella förändring hela tiden.

Mellan $x = 3$ och $x = 4$ sker en fördubbling. Alltså är förändringsfaktorn 2.

$$f(5) = 80 \text{ och } f(6) = 160$$

$$\text{De tillsammans blir } 80 + 160 = 240$$

- b) Bestäm funktionsuttrycket för $f(x)$

(0/1/1)

Tänk fördubbling baklänges,

dvs

$$f(2) = 10$$

$$f(1) = 5$$

$$f(0) = 2,5$$

Funktionsuttrycket blir därför $f(x) = 2,5 \cdot 2^x$

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

En boll släpps ner på golvet. Studshöjden beskrivs med formeln

$b = 2,0 \cdot 0,65^x$, där b är studshöjden i meter och x är antalet studsar.

a) Vad innebär 2,0 i formeln?

(0/1/0)

Att bollen släpps från höjden 2,0 meter innan första studsar.

b) Vad beräknas med uttrycket: $2,0 \cdot 0,65^4 - 2,0 \cdot 0,65^5$

(0/1/1)

$2,0 \cdot 0,65^4$ innebär höjden bollen får efter fjärde studsar

$2,0 \cdot 0,65^5$ innebär höjden bollen får efter femte studsar

Skillnaden mellan dessa är:

"Hur mycket högre bollen studsar efter fjärde studsar jämfört med efter femte"

c) Vilken fråga ger lösningen till följande olikhet svar på:

(0/0/1)

$$0,5 < 2,0 \cdot 0,65^x$$

Hur många studsar kan bollen studsar utan att studshöjden blir mindre än 0,5 meter?

MED digitala hjälpmedel

D1. Värdet på en viss bostadsrätt kan beräknas med funktionen

$$V(x) = 640\,000 \cdot 1,13^x$$

Där V är värdet i kronor x år efter 2006

a) Vad innebär siffran 1,13 i formeln?

(1/0/0)

1,13 är en förändringsfaktor.

Den innebär att lägenhetens värde ökar med 13 % per år.

b) Beräkna bostadens värde år 2014.

(2/0/0)

2014 är 8 år efter år 2006.

Alltså ska $x = 8$ stoppas in i formeln:

$$\text{Värdet år 2014} = V(8) = 640\,000 \cdot 1,13^8 \approx 1,7 \text{ miljoner}$$

D2. En boll släpps från 100 cm:s höjd ner på ett golv. Efter första studsens studsar bollen upp 80 cm över golvet. Bollen fortsätter studsa på samma sätt, så att varje ny höjd blir 80 % av närmast föregående höjd.

a) Hur högt studsar bollen upp efter andra studsens?

(2/0/0)

Det blir hela tiden 80 % av föregående studs:

Efter studs 1: 80 cm

$$\text{Efter studs 2: } 80 \cdot 0,80 = 64 \text{ cm}$$

b) Hur många gånger studsar bollen innan studshöjden blir mindre än 30 cm?

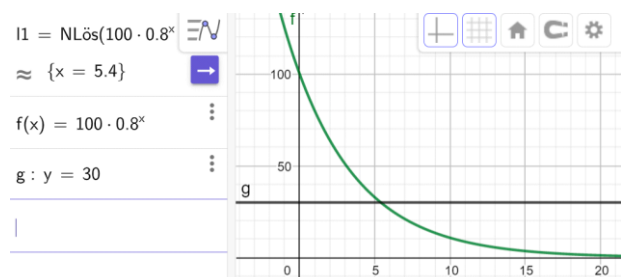
(0/2/0)

Kan lösas på många sätt, genom prövning, eller via grafiskt tänk,

Oavsett så handlar det om att lösa ekvationen $100 \cdot 0,8^x = 30$

Lös($100 \cdot 0,8^x = 30$) ger svaret 5,4

dvs 6 studsar



D3. En bonde odlar spannmål.

År 2000 fick bonden 1000 kg spannmål på sina odlingar.

År 2001 hade odlingsmarken ökat så bonden fick 1100 kg.

Anta att utvecklingen fortsatte på så sätt att skörden **ökade med lika procent** varje år.

a) Hur många kilo spannmål fick bonden år 2002?

(1/1/0)

Förändringsfaktorn blir $1100/1000 = 1,1$

Dvs det ökar med 10 % för varje år.

År 2002: $1100 \cdot 1,1 = 1210 \text{ kg}$

b) Ta fram en funktion som beskriver spannmålsskörden x år efter 2000.

(0/2/0)

Startvärdet: 1000 kg

Förändringsfaktorn: 1,1

Spannmålsskörden: $S(x) = 1000 \cdot 1.1^x$

(Namnet på funktionen är valfritt, dvs $f(x)$ eller $g(x)$ eller dyl hade gått lika bra)

c) Vilket år passerade skörden för första gången 2500 kg ?

(0/1/1)

Grafisk lösning via Geogebra:

Skriv in funktionen i b)

Och $y = 2500$

Zooma x- och y-axeln var för sig,

Och använd "Skärning(f,g)"

(eller klicka på skärning mellan två objekt)

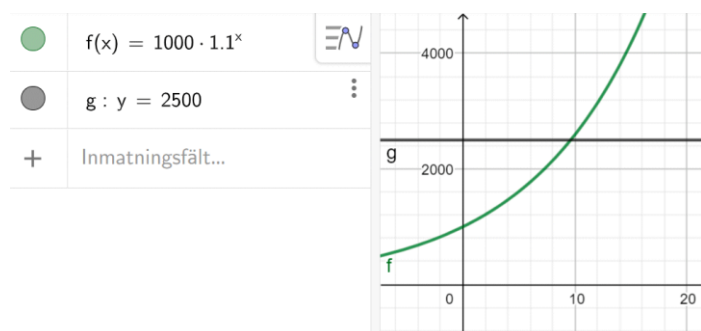
$A = \text{Skärning}(f, g, (9.61, 2500))$

$\rightarrow (9.61, 2500)$

Dvs efter 9,61 år

Det motsvarar under "år 9" efter 2000.

Någon gång under år 2009



- D4. En lägenhet såldes första januari år 2005 för 800 000 kr.
Första januari år 2014 var samma lägenhet värd 1 200 000 kr.
Anta att lägenhetens värde årligen ökat med **lika många procent** under hela tidsperioden, och även fortsätter att göra det.

a) Hur många procent ökar lägenhetens värde med i genomsnitt varje år?

(0/2/0)

År 2005: 800 000

År 2014: 1 200 000

Om x är den årliga förändringsfaktorn gäller:

$$800000 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 1200000$$

$$\text{Dvs } 800000 \cdot x^9 = 1200000$$

Lös i Geogebra ger:

$$\text{Ekv1: } 800000x^9 = 1200000$$

$$x \approx 1,046 \Rightarrow \text{Ökning med 4,6 \%}$$

$$l1 = \text{NLös}(\text{Ekv1})$$

$$\approx \{x = 1.04608\}$$

b) Vad var lägenhetens värde första januari år 2016?

(0/2/0)

Med förändringsfaktorn känd fås funktionen som

$$f(x) = 800000 \cdot 1,04608^x$$

där x är antalet år som gått sedan 2005

$$\text{År 2016 är värdet isf } f(11) = 800000 \cdot 1,04608^{11} \approx 1,313000 \text{ kr}$$

OBS!! Även funktionen "RegressionExp" kan användas för att få funktionen.

c) Bestäm vilket år värdet på lägenheten väntas passera 2 500 000 kr.

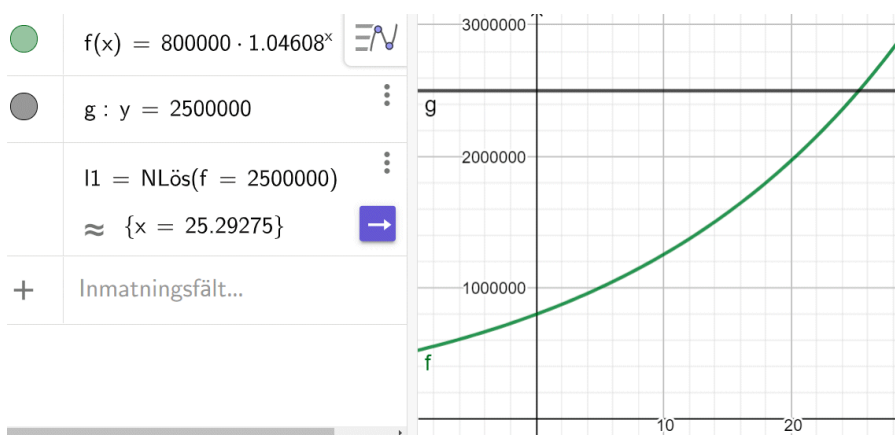
(0/1/1)

Utnyttja funktionen ifrån b)

$$f(x) = 800000 \cdot 1,04608^x$$

där x är antalet år som gått sedan 2005

Lös ekvationen $f(x) = 2500000$ antingen grafiskt eller via "Lös"-kommandot:



$$\text{Dvs år } 2005 + 25 = 2030$$