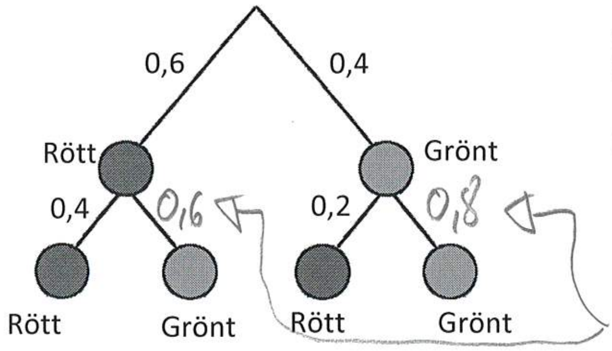
FACIT

Träddiagram

Del 2 – MED digitala hjälpmedel

D1. På väg till skolan passerar Bettan två övergångsställen med trafikljus. Träddiagrammet visar sannolikheten för att respektive trafikljus är rött respektive grönt när Bettan kommer fram.



Börja med att fylla i de saknade sannolikheterna enligt tanket att det ska bli 100 % totalt

Bestäm sannolikheten för att Bettan ska komma till grönt ljus på båda trafikljusen. (2/0/0)

P(grönt, grönt) = 0,4 · 0,8 = 0,32 = 32 %

D2. De två vännerna Emma och Marina brukar lägga fotbollsstraffar på varandra. När Emma lägger straff på Marina i målet är sannolikheten för mål 0,65.

dvs inte bli mål

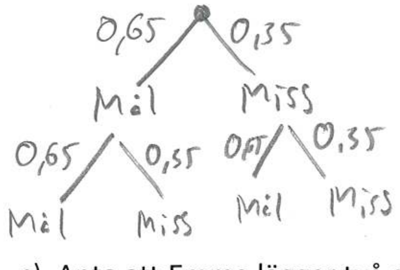
a) Emma skjuter 40 straffar. Hur många av dessa väntas Marina rädda? (2/0/0)

Sannolikheten för mål = 0,65 ⇒ Inte mål = 0,35

⇒ 35 % av straffarna blir inte mål

⇒ 0,35 · 40 = 14 st

b) Om Emma skjuter två straffar efter varandra, hur stor är sannolikheten för två gjorda mål? (1/0/0)



P(Mål, Mål) = 0,65 · 0,65

= 0,4225 ≈ 42,3 %

c) Anta att Emma lägger två straffar. Hur stor är sannolikheten att det blir precis ett mål och en miss? (1/1/0)

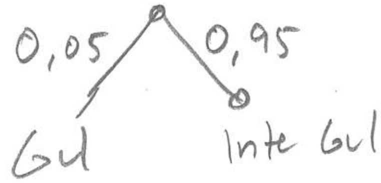
Ett mål och en miss kan fås på 2 sätt: Först mål och sedan miss, eller tvärtom:

P(Precis ett mål) = P(Mål, Miss) + P(Miss, Mål) =

= 0,65 · 0,35 + 0,35 · 0,65 = 0,455 = 45,5 %

D3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (1/0/0)

I en skål är alla karameller lika stora. Endast en karamell är gul. Om man tar en karamell utan att titta så är sannolikheten att få en gul karamell 0,05. Hur många karameller finns i skålen?

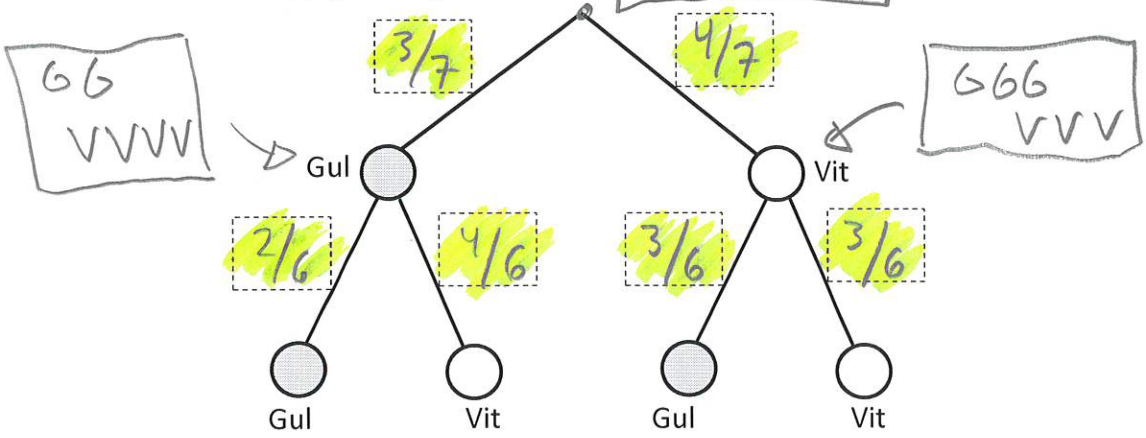


0,05 motsvarar $\frac{1}{20}$

$\Rightarrow$ "En av 20 är gul" $\Rightarrow$ 20 st Karameller

D4. I sin golfbag har Johanna 7 golfbollar, tre gula och fyra vita. Johanna plockar upp två golfbollar utan att titta. Nedan visas ett påbörjat träddiagram för vilka färger hon får upp på sina golfbollar.

GGG VVVV



a) Fyll i de saknade sannolikheterna i rutorna ovan (2/0/0)

Eftersom detta är en beroende-situation (dvs andra bollens sannolikheter påverkas av den första), rita gärna ut typ "GGG VVV" som hjälp.

b) Bestäm sannolikheten för att Johanna ska plocka upp en boll av varje färg (1/1/0)

P(en av varje färg) = P(gul, vit) + P(vit, gul) =

$= \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{4}{7} \approx 0{,}571 \approx 57{,}1\%$

c) Anta att Johanna istället plockar upp tre bollar.
Hur stor är sannolikheten att **minst en** av dem är gul? (0/2/0)

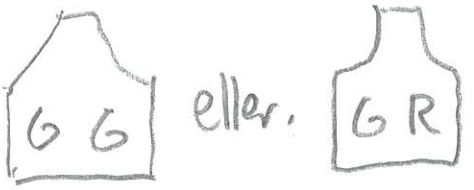
Istället för att räkna ut alla möjligheter som leder till minst en gul, utnyttja "motsatsen", dvs. P(minst en gul) = 100% − P(alla 3 vita) =

$= 100\% - \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0{,}886 \approx 88{,}6\%$

D5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/2/0)

I en påse finns två lika stora karameller kvar.
Den ena är grön. Den andra karamellen är röd eller grön.
Om man plockar upp en karamell, hur stor är då sannolikheten
att karamellen som man plockar upp är grön?

Man vet inte om den andra karamellen är röd eller grön. Där för gäller två möjligheter:

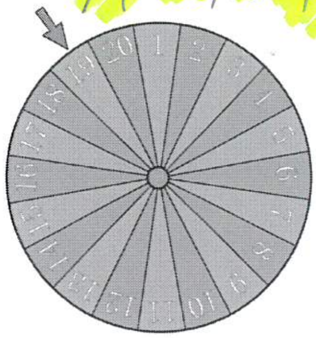


För den som plockar karamellen är det där för som om det vore en påse med 4 karameller, varav en röd

$\Rightarrow P(\text{grön}) = 3/4 = 0,75 = 75\%$

D6. Ville Vinna spelar på ett lyckohjul med siffrorna 1- 20.

Ville satsar på att hjulet ska stanna på någon av
siffrorna **1 till och med 5**.



a) Hur stor är sannolikheten att Ville vinner på sitt spel om hjulet snurras en gång? (1/0/0)

$1-5 \Rightarrow 5$ nummer av $20 \Rightarrow$

$P(\text{vinst}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

b) Ville fortsätter spela på samma sätt tre gånger i följd.
Hur stor är sannolikheten att Ville vinner på alla tre spel? (0/1/0)

$P(\text{vinst, vinst, vinst}) = 0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,25$

$= 0,0156 \approx 1,6\%$

c) Anta att Ville fortsätter spela på samma sätt under lång tid.
Ta fram ett funktionsuttryck, $P(n)$, för sannolikheten att han åtminstone vinner en gång efter att ha spelat n gånger (0/1/1)

$P(n \text{ förluster}) = \underbrace{\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdots}_{n \text{ st}} = \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$P\left(\begin{matrix}\text{åtminstone} \\ \text{en vinst}\end{matrix}\right) = 100\% - P\left(\begin{matrix}\text{bara} \\ \text{förluster}\end{matrix}\right) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

D7. I en behållare ligger 8 blå, 4 röda och 1 vit kula.

Tre kulor plockas upp utan att titta.

Hur stor är sannolikheten att få upp den vita kulan? (0/1/2)

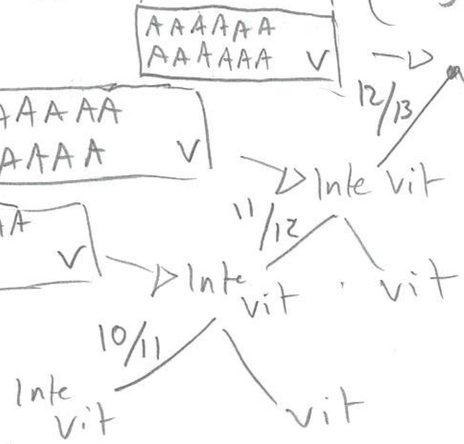
$P\left(\begin{matrix}\text{Att få}\\ \text{vit kula}\end{matrix}\right) = 100\,\% - P\left(\begin{matrix}\text{missa vit}\\ \text{3 gånger på rad}\end{matrix}\right)$

$= 1 - \frac{12}{13} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{10}{11} =$

$= \frac{13}{13} - \frac{10}{13} = \frac{3}{13}$

$\approx 0{,}231 \approx 23{,}1\,\%$

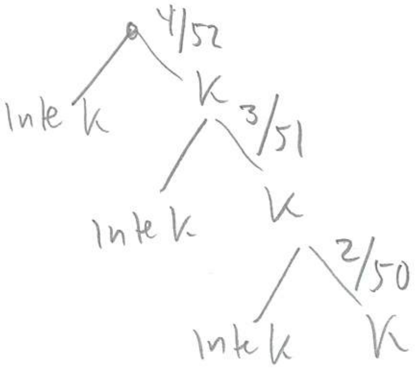
A = Annan färg än vit



D8. I en vanlig kortlek finns 52 kort.
Dessa är fördelade med de 13 valörerna 2,3,4,5,6,7,8,9,10, J, Q, K, A
och finns i fyra färger: Hjärter, Spader, Ruter och Klöver.

Inge Tur tar upp tre kort efter varandra.

a) Hur stor är sannolikheten att alla tre är kungar (K)? (0/1/1)



$P(K, K, K) =$

$\frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} \approx 0{,}000181$

$\approx 0{,}018\,\%$

b) Hur stor är sannolikheten alla tre INTE är samma färg? (0/1/2)

Inte samma färg fås lättast genom
100 % − P(samma färg), där P(samma färg)
ges av P(alla hjärter) + P(alla spader)
+ P(alla ruter) + P(alla klöver) =

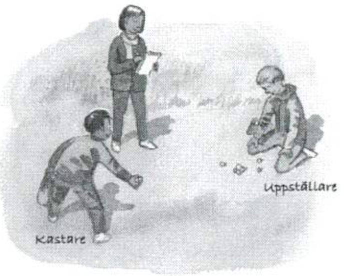
$= \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} + \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} + \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} + \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50}$

$\approx 0{,}0518 \Rightarrow P\left(\begin{matrix}\text{INTE}\\ \text{samma färg}\end{matrix}\right) \approx 100\,\% - 5{,}18\,\% \approx 0{,}948$

$\approx 94{,}8\,\%$

D9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/3/3)

På en skolgård spelar barnen kula. Barnen kastar kulor mot pyramider som består av fyra kulor. Följande spelregler gäller:



Spelregler:

- Spelet spelas i par. En person som ställer upp en pyramid (uppställare) och en person som kastar kulor mot pyramiden (kastare).
- Kastaren kastar en kula i taget.
- En spelomgång pågår tills kastaren träffar pyramiden.
- Om kastaren träffar pyramiden så vinner hon/han de fyra kulorna som finns i pyramiden.
- Kastaren förlorar alltid den kula som hon/han kastar. Det gäller både om hon/han träffar pyramiden eller inte.

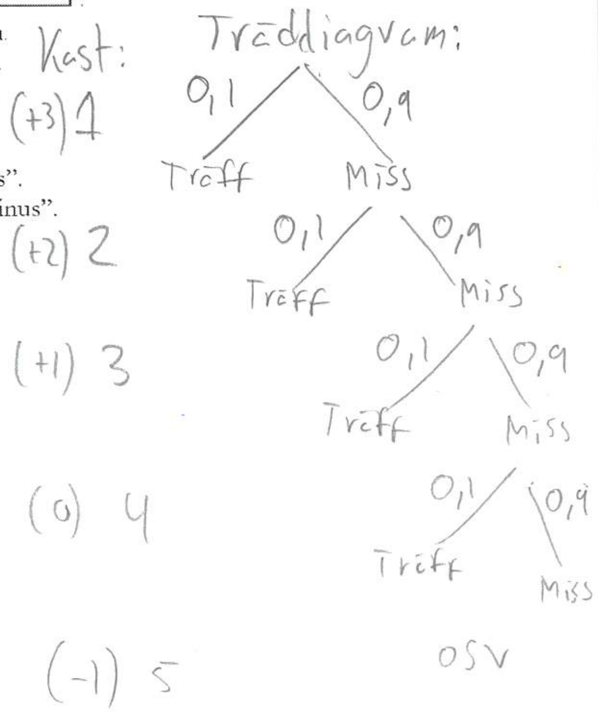
Camilla har under en dag observerat sin lillebror Niklas när han kastar kula. Av 150 kast har Niklas träffat pyramiden 15 gånger och missat 135 gånger.

Besvara följande frågor utifrån spelreglerna och Camillas observationer av hur ofta Niklas träffar eller missar.

$\frac{15}{150} = 0,1$

Om Niklas har fler kulor efter en spelomgång än före kallas det att "gå plus". Om Niklas har färre kulor efter en spelomgång än före kallas det att "gå minus".

- Hur stor är sannolikheten att Niklas "går plus" med *precis två* kulor i en spelomgång?
- Hur stor är sannolikheten att Niklas "går plus" med *minst en* kula i en spelomgång?
- Hur stor är sannolikheten att Niklas "går minus" med *minst en* kula i en spelomgång? Motivera.



- Går plus med precis 2 ⇒ Träff i kast 2

$\Rightarrow P(M,T) = 0,9 \cdot 0,1 = 0,09 = 9\%$

- Går plus med minst 1 ⇒ Träff i kast 1, 2 el. 3 = 100% − Miss i kast 1, 2, 3

$P(M,M,M) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729 \Rightarrow$ Resten innebär en träff: $0,271 \approx 27,1\%$

(kan också bestämmas genom:

$P(T) + P(M,T) + P(M,M,T) = 0,1 + 0,9 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,271$)

- Går minus med minst 1 ⇒ Fler än 4 missar på rad

$P(M,M,M,M) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,9^4 = 0,656 = 65,6\%$

Vad som händer efter fjärde kulan kommer bara påverka hur mycket minus det blir, men minst 1 blir det oavsett

$\Rightarrow 65,6\%$