

Matematik

Bedömningsanvisningar

För samtliga skriftliga delprov

1c

Kontaktpersoner

Upplysningar om kursproven för kurs 1 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax 08-618 35 71. E-post: info@prim-gruppen.se

Kontakt, PRIM-gruppen

Karin Rösmer (provkonstruktör), tfn 08-1207 6627

Katarina Kristiansson (provkonstruktör), tfn 08-1207 6574

Veronica Palmgren (administratör), tfn 08-1207 6522

Samuel Sollerman (provansvarig)

Astrid Pettersson (projektledare)

E-post: fornamn.efternamn@mnd.su.se

Kontakt, Skolverket

Ansvarig på Skolverket för kursproven i matematik är:

Thomas Dahl. E-post: thomas.dahl@skolverket.se

Marcus Strömbäck Hjärne. E-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se

Kontakt, distribution

Frågor om distribution kan ställas till Tommy Mobrin, FS ProfLog AB, tfn 08-690 94 90. E-post: tommy.mobrin@fsproflog.se

Innehåll

Bedömning.....	5
Bedömningsanvisningar Del B	6
Bedömningsanvisningar Del C	8
Bedömningsanvisningar Del D.....	9
Bedömda elevarbeten Del B	12
Bedömda elevarbeten till uppgift 7 b)	12
Bedömda elevarbeten till uppgift 11.....	13
Bedömda elevarbeten Del C	14
Bedömda elevarbeten till uppgift 14.....	14
Bedömda elevarbeten Del D.....	25
Bedömda elevarbeten till uppgift 18.....	25
Bedömda elevarbeten till uppgift 19.....	27
Bedömda elevarbeten till uppgift 20.....	28
Bedömda elevarbeten till uppgift 22 c)	30
Bedömda elevarbeten till uppgift 23.....	31
Kravgränser.....	33
Provsammanställning – Centralt innehåll kurs 1c.....	34
Provsammanställning – Förmågepoäng kurs 1c.....	35

Bedömning

Det här häftet innehåller bedömningsanvisningar för samtliga skriftliga delprov.

Utgångspunkten för bedömningen är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg. Elevernas lösningar ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa förmågepoäng, E-, C- och A-poäng, som märkts med den förmåga som främst provas. Uppgiftens innehåll och elevarbetenas kvalitet har bedömts utifrån ämnesplanen och dess kunskapskrav. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med kvalitativa förmågepoäng.

I provhäftena visas endast nivån på poängen. Till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften kan ge högst 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng.

I bedömningsanvisningarna anges vad som krävs för varje poäng. Poängen anges med både nivån och med den förmåga som främst provas. Till exempel innebär +E_p en poäng som svarar mot kunskapskravet för E-nivån för procedurförmågan och +A_r en poäng som svarar mot kunskapskravet för A-nivån för resonemangsförmågan. I några av uppgifterna ger en visad kunskap två poäng. De två poängen skrivs på samma rad, t.ex. +E_M+E_R. I några av uppgifterna har vi ansett det lämpligt att ange bedömningsanvisningarna i matrisform då progressionen i förmågorna då framgår tydligare.

För uppgifter av kortvarstyp, där endast svar krävs, finns exempel på godtagbara svar i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

För uppgifter där redovisning fordras finns exempel på godtagbara svar och bedömningsanvisningar för delpoäng. För full poäng krävs redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Godtagbar metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng. Fel i lösningen av en deluppgift bör inte påverka bedömningen av lösningarna i de följande deluppgifterna. Om uppgifternas komplexitet inte minskas avsevärt på grund av tidigare fel kan full poäng utdelas för uppgiftens lösning, trots förekomst av följdfel.

I slutet av dessa bedömningsanvisningar, sid. 34, finns en provsammanställning som visar vilket centralt innehåll som respektive uppgift prövar. På sid. 35 finns även en provsammanställning där samtliga kvalitativa förmågepoäng finns markerade. En ifylld sammanställning ger en bild över elevens förmågespridning på provet och kan användas för att ge återkoppling av provresultatet till eleven.

Dokument med provkonstruktörernas uppdelning och numrering av kunskapskrav och centralt innehåll finns på www.prim-gruppen.se. På hemsidan finns även provspecifika serviceblanketter som kan underlätta sammanställning av resultat eller återkoppling av provresultat till elever.

Mer information om bedömningen finns i det gröna häftet med lärarinformation.

Bedömningsanvisningar Del B

1.	122 Korrekt svar.	(1/0/0) E_p	
2.	Godtagbart ritad graf där målgången är före den ritade.	(1/0/0) $+E_M$	
3.	12 timmar Korrekt svar.	(2/0/0) $+E_M + E_p$	
4.	$b - 3$ Korrekt svar.	(1/0/0) $+E_B$	
5.	(5,2) ; ritad resultant (där storlek och riktning tydligt framgår) Påbörjad lösning, ritar ut någon vektor eller ställer upp additionen. Lösning med korrekt svar.	(2/0/0) $+E_B$ $+E_p$	
6.	$x = 0,5 ; \frac{1}{2}$ Påbörjad lösning, t.ex förenklar något av uttrycken eller visar att 0,5 är en lösning till ekvationen. Algebraisk lösning med korrekt svar.	(1/1/0) $+E_p$ $+C_p$	
7. a)	B och C Korrekt svar.	(1/0/0) $+E_B$	
b)	C Motivering med korrekt svar. Använder en generell lösningsmetod.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 12.</i>	(0/2/1) $+C_{PL} + C_M$ $+A_{PL}$	
8.	2·2·3·11 Korrekt faktoreruppdelning som innehåller minst två primtal. Fullständig primtalsfaktorisering.	(1/1/0) $+E_B$ $+C_B$	

9.	Större än 3 men mindre än 3,5 dvs. $3,0 < x < 3,5$ Godtagbart svar.	(0/1/0) +C _B	
10.	0,0025 (%) Korrekt svar.	(0/1/0) +C _B	
11.	 Redovisar lösning som ger exakta eller ungefärliga värden på delskalan. Beräkning med exakta värden med korrekt markering. Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 13.	(0/1/1) +C _B +A _{PL}	
12.	a Korrekt svar.	(0/1/0) +C _R	
13. a)	"Att bollen släpps från 2 meter" ; "Starthöjden" Godtagbart svar.	(0/1/0) +C _M	
b)	"Skillnaden i studshöjd mellan studs 4 och studs 5" Svar som beskriver beräkningen. Svar som innehåller en knapphändig förklaring. Fullständig förklaring. Bedömda avskrivna elevarbeten. 0/1/0 Höjden studs fyra minus höjden studs fem. 0/2/0 Skillnaden i höjd mellan två studsar. 0/2/1 Skillnaden i studshöjd mellan studs 4 och studs 5.	(0/2/1) +C _M +C _R +A _M	
c)	"Hur många studsar kan bollen studsas och ändå ha en studshöjd över 0,5 meter?" Godtagbar tolkning av olikheten med godtagbar formulerad fråga. Bedömda avskrivna elevarbeten. 0/0/0 Antal studs. 0/0/1 Antalet studsar som är över en halvmeter. 0/0/2 Hur många studsar tar bollen innan den hamnar på 0,5 meter?	(0/0/2) +A _B +A _M	

Bedömningsanvisningar Del C

Uppgift 14, bedömningsmatris (3/5/4)

	E	C	A
Metod och genomförande Begrepp Procedur Problemlösning	Eleven gör korrekta beräkningar till minst två <i>tvåsiffriga</i> heltal. $+E_P$ Eleven gör minst en korrekt tallek till ett <i>tresiffrigt</i> heltal. $+E_{PL}$	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för tallek med <i>tvåsiffriga</i> heltal. $+C_B$ Eleven förenklar algebraiska uttryck för <i>tvåsiffriga</i> heltal. $+C_P$ Eleven använder det givna algebraiska uttrycket och löser problemet för <i>tvåsiffriga</i> tal. $+C_{PL}$	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för tallek med <i>tresiffriga</i> heltal. $+A_B$ Eleven använder ett algebraiskt uttryck för tallek med både <i>två- och tresiffriga</i> heltal och analyserar problemet i sin helhet. $+A_{PL}$
Resonemang	Eleven upptäcker utifrån exempel något mönster för <i>tvåsiffriga</i> tal, t.ex. att svaren är delbara med tre eller tiotalssiffran i talet är ett lägre. $+E_R$	Eleven undersöker sin upptäckt även för <i>tresiffriga</i> heltal och drar en korrekt slutsats utifrån sin egen upptäckt. $+C_R$	Eleven tolkar den algebraiska härledningen för <i>tresiffriga</i> heltal. $+A_R$
Kommunikation		Elevens redovisning är strukturerad och omfattar minst tre deluppgifter och det matematiska språket är godtagbart. $+C_K$	Eleven gör en väl-strukturerad, fullständig lösning samt använder matematiska symboler och det matematiska språket är lämpligt. $+A_K$



Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 14–24.

Bedömningsanvisningar Del D

15.	44,1° Korrekt bestämd vinkel.	(1/0/0) +E _p	
16.	0,48 ; 48 % Påbörjad lösning, t.ex. beräknar sannolikheten för något utfall. Lösning med godtagbart svar.	(1/1/0) +E _B +C _p	
17.	13 kr ; 12,98 kr Lösning där jämförelse görs mot index för år 2007, t.ex. 314/290. Redovisad lösning med godtagbart svar.	(0/2/0) +C _{PL} +C _p	
18. a)	22,75 % ; 23 % Lösning med godtagbart svar.	(1/0/0) +E _p	
b)	Svar i intervallet (3 013 – 3 020) kr Lösning med godtagbart svar. <i>Lösningar i uppgift 24b, 24c och 24d som baseras på ett räknefel (följdfel) från 24a ger samma bedömning som om värdet var korrekt så länge använt värde inte minskar uppgiftens komplexitet avsevärt.</i>  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 25–26.</i>	(1/0/0) +E _{PL}	
c)	23 404 kr ; svar i intervallet (23 000 – 24 000) kr Påbörjad lösning som innehåller upprepad procentuell förändring. Lösning med godtagbart svar med en effektiv lösningsmetod, t.ex. 1,2275 ¹² .  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 25–26.</i>	(1/1/1) +E _B +C _M +A _p	
19.	0,33 ; 33% ; $\frac{1}{3}$; $\frac{9}{27}$ Påbörjad lösning, t.ex. visar utfallsrummet för två tärningar. Redovisar möjliga utfall för jämn produkt. Redovisar möjliga utfall för jämn summa vid jämn produkt. Redovisning med godtagbart svar.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 27.</i>	(1/1/2) +E _B +C _K +A _B +A _{PL}	

20. a)	$4a + 4b$ Korrekt svar (svaret behöver inte anges i förenklad form).	(1/0/0) +E _{PL}	
b)	18 m², 30 m² och 36 m² Påbörjad lösning, t.ex. $a + b = 7$ eller identifierar minst ett korrekt talpar. Redovisning där arean för ett korrekt talpar framgår. Identifierar alla möjliga talpar (1,6) ; (2,5) ; (3,4). Tydlig redovisning där samtliga möjliga areor framgår. Redovisar att antalet lösningar är begränsade. Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 28–29.	(0/2/3) +C _{PL} +C _K +A _{PL} +A _K +A _R	
21. a)	Svar i intervallet 55 % – 65 % (t.ex. $\frac{4}{7}$; 4,5 miljarder av 7 miljarder). Avläser de värden som krävs för beräkningen med godtagbart svar.	(2/0/0) +E _P +E _B	
b)	180 % Påbörjad lösning där det framgår att ökningen jämförs med värdet 2,5 miljarder. Redovisad lösning med godtagbart svar.	(1/1/0) +E _P +C _B	
c)	"Tillväxthastigheten har minskat med 78 % mellan de två perioderna." ; "Befolkningsändringen var 4,5 gånger mer 1950–2010 än 2010–2070." Redovisad lösning där förändringsfaktor (1,40) eller ökning i procent (40 %) mellan 2010 och 2070 framgår. Bestämmer förhållandet mellan procentuella befolkningsändringarna med en godtagbar slutsats.	(0/2/1) +C _B +C _{PL} +A _{PL}	
22. a)	A(ν) = 8 tan ν ; A = 8 tan ν. Påbörjad lösning, t.ex. tecknar uttrycket för höjden. Lösning med godtagbart uttryck eller funktion. Korrekt svar i förenklad form.	(0/2/1) +C _{PL} +C _B +A _K	
b)	0° < ν < 90° ; (0° ≤ ν < 90°) Anger godtagbart övre eller nedre gräns. Godtagbart angivna gränser med korrekta symboler.	(0/1/1) +C _B +A _K	
c)	"Arean blir större när vinkeln ν blir större och kan bli hur stor som helst, ∞ stor, och kan bli hur liten som helst." För något resonemang kring hur arean varierar beroende på ν . För ett resonemang kring areafunktionens värdemängd, både övre och nedre gräns. Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 30.	(0/1/1) +C _R +A _R	

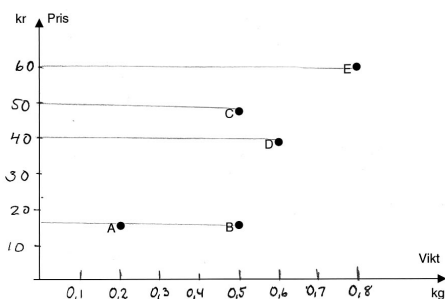
23.	Påbörjad lösning som behandlar den skuggade arean eller använder Pythagoras sats antingen genom beräkningar eller genom tecknade algebraiska uttryck. Lösning som behandlar den skuggade arean och använder Pythagoras sats antingen genom beräkningar eller genom tecknade algebraiska uttryck. Visar att likheten gäller för minst ett värde eller påbörjar bearbetning av de algebraiska uttrycken. Visar algebraiskt att likheten gäller för samtliga värden och använder därmed ett effektivt sätt. Använder genomgående ett korrekt matematiskt symbolspråk.  Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 31–32.	(1/2/3) +E_{PL} +C_{PL} +C_R +A_{PL}+A_p +A_K	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															

Bedömda elevarbeten Del B



Bedömda elevarbeten till uppgift 7 b)

Elevarbete 1



Kilopris

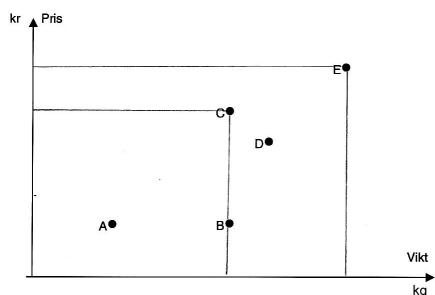
A: $5 \cdot 18 \text{ kr} = 90 \text{ kr}$ C: $2 \cdot 50 \text{ kr} = 100 \text{ kr}$
 B: $2 \cdot 18 \text{ kr} = 36 \text{ kr}$ E: $60 + 15 \text{ kr} = 75 \text{ kr}$
 D: Mindre än 80 kr

Svar: C

0/2/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M		X	
R			
K			

Elevarbete 2

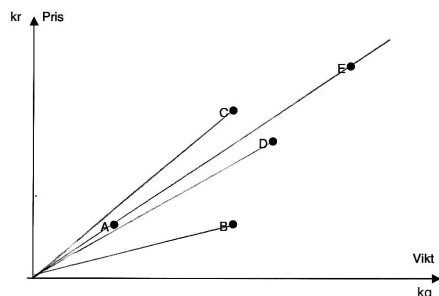


C har dyrast kilopris. Jag ser det på diagrammet eftersom C är näst högst upp på y-axeln. Detta gör att kakan är dyr. Men på x-axeln så är punkten i mitten. Alltså är det dyr/vikt

0/2/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M		X	
R			
K			

Elevarbete 3



C:s kurva stiger snabbast.

Svar: C

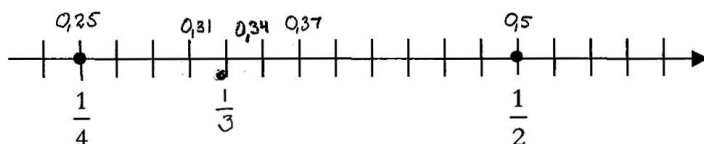
0/2/1

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M		X	
R			
K			



Bedömda elevarbeten till uppgift 11

Elevarbete 1



$$\frac{1}{3} = 0,33 \quad \frac{0,25 + 0,5}{2} = 0,37 = \text{mitten}$$

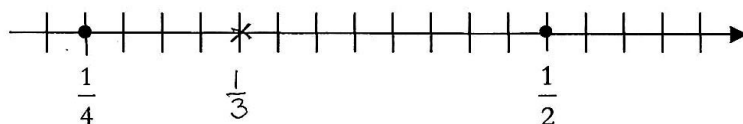
$$\frac{0,25 + 0,37}{2} = 0,31 \quad \frac{0,31 + 0,37}{2} = 0,34$$

Sen bedömde jag vart 0,33 hamnade.

0/1/0

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 2



$$\frac{1}{4} \Rightarrow 12 \text{ steg}$$

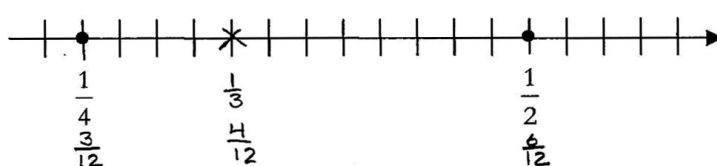
$$1 \Rightarrow 12 \times 4 = 48 \text{ steg}$$

$$\frac{48}{3} = 16$$

0/1/1

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			X
M			
R			
K			

Elevarbete 3



$$\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$$

Fyra markeringar på tallinjen är $\frac{1}{12}$

0/1/1

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			X
M			
R			
K			

Bedömda elevarbeten Del C



Bedömda elevarbeten till uppgift 14

Elevarbete 1

Jag tänker på talet 22

Siffrer summan blir $2+2=4$

$22-4=18$ Svar 18

Jag tänker på talet 12

Siffrer summan blir $1+2=3$

$12-3=9$ Svar: 9

Tal 44

Siffrer summan $4+4=8$

$44-8=36$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X			1/0/0
Resonemang				0/0/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				1/0/0

Elevarbete 2

Jag tänker på talet 84

Siffersumman blir $8+4=12$

$$84-12=72 \quad \text{Svar } 72$$

Jag tänker på talet 42

Siffersumman blir $4+2=6$

$$42-6=36 \quad \text{Svar } 36$$

Jag tänker på talet 64

Siffersumman blir $6+4=10$

$$64-10=54 \quad \text{Svar: } 54$$

$$28$$

$$2+8=10$$

$$28-10=18$$

$$14$$

$$1+4=5$$

$$14-5=9$$

$$12$$

$$1+2=3$$

$$12-3=9$$

Alla tal under 20 blir svaret 9 på.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X			1/0/0
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				2/0/0

Jag tänker på talet 24.

Siffersumman blir $2+4=6$

$$24 - 6 = 18$$

$$36 \quad 36 - 9 = 27 \quad 3 \cdot 9$$

$$41 \quad 41 - 5 = 36 \quad 4 \cdot 9$$

$$65 \quad 65 - 11 = 54 \quad 6 \cdot 9$$

$$13 \quad 13 - 4 = 9 \quad 1 \cdot 9$$

$$26 \quad 26 - 8 = 18 \quad 2 \cdot 9$$

$$19 \quad 19 - 10 = 9 \quad 1 \cdot 9$$

$$52 \quad 52 - 7 = 45 \quad 5 \cdot 9$$

Svar: Alla svaren är svar till 9:ans
gänger tabell

$$111 \quad 111 - 3 = 108 \quad (9 \cdot 12)$$

$$236 \quad 236 - 11 = 225 \quad (9 \cdot 25)$$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven visar att upptäckten stämmer även för tresiffriga heltal genom att ange att $108 = 9 \cdot 12$ och $1225 = 9 \cdot 25$ (C_R).

Jag tänker på 74. Siffersumma $7+4=11$

$$74 - 11 = 63 \quad \text{Svar } 63$$

Jag tänker på 89 Siffersumma $8+9=17$

$$89 - 17 = 72 \quad \text{Svar} = 72$$

Jag tänker på 63 Siffersumma $6+3=9$

$$63 - 9 = 54 \quad \text{Svar} = 54$$

Jag tänker på 99 Siffersumma $9+9=18$

$$99 - 18 = 81 \quad \text{Svar} = 81$$

Svarens gemensamhet är att tiotalet alltid blir en lägre.

Jag tänker på 133. Siffersumma $1+3+3=7$

$$133 - 7 = 126 \quad \text{Svar} = 126$$

Jag tänker på 878. Siffersumma $= 8+7+8=23$

$$878 - 23 = 855 \quad \text{Svar} = 855$$

Min upptäckt stämmer inte med tresiffrigt tal.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

Tal: 74 Siffersumma: $7+4=11$ $74-11=63$
 Tal: 14 Siffersumma: $1+4=5$ $14-5=9$
 Tal: 64 Siffersumma: $6+4=10$ $64-10=54$
 Svaret är samma som första siffran i talet
 multiplicerat med nio.

Tal ab Siffersumma: $a+b$

$$10a + b$$

$$10a + b = ab = 9a$$

987 Siffersumma: $9+8+7=24$

$$987 - 24 = 963 \qquad 9 \cdot 9 = 81$$

Svar: Nej

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven påbörjar tecknande av ett algebraiskt uttryck för tallek med tvåsiffriga heltal men slutför inte detta (C_B). Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

$$\begin{array}{rcl}
 15 & \rightarrow & 1+5=6 \quad 15-6=9 \\
 16 & \rightarrow & 1+6=7 \quad 16-7=9 \\
 25 & \rightarrow & 2+5=7 \quad 25-7=18 \\
 26 & \rightarrow & 2+6=8 \quad 26-8=18 \\
 35 & \rightarrow & 3+5=8 \quad 35-8=27
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 15 \\ 16 \\ 25 \\ 26 \\ 35 \end{array}} \right\} 9, 18, 27, 36, 45 \text{ etc.}$$

Vad talen har gemensamt är att resultatet blir en del av nians multiplikationstabell.

Generaliserad :

$$10a + b - (a + b) = 10a - a = a \cdot 9$$

Som jag märkte är svaret en del av nians tabell, beroende på det första talet. Relationen är $a \cdot 9$ vilket ger samma resultat som $10a - a$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Ex} & 25 & 25 - (2+5) = 18 \\
 & \downarrow & \\
 & a & a \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18
 \end{array}$$

Funkar inte på tresiffriga tal då dessa bygger på tvåsiffriga

$$\begin{array}{c}
 a - 1 \quad 2 \quad 3 \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad b
 \end{array}
 \quad ??$$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X X X		1/3/0
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				2/4/0

Kommentar: Eleven gör ingen tallek för ett tresiffrigt tal. Eleven drar en slutsats utan att göra någon undersökning för tresiffriga tal (C_R).

Jag tänker på talet 21 siffersumman blir $2+1=3$

$$21 - 3 = 18$$

$$\cdot 17$$

$$1+7=8$$

$$17-8=9$$

$$\cdot 64$$

$$6+4=10$$

$$64-10=54$$

$$\cdot 72$$

$$7+2=9$$

$$72-9=63$$

Alla talen (svaren) är delbara med 3

$$10a + b \quad \text{Siffersumma } (a+b)$$

$$\text{Talet} - \text{siffersumma} \quad 10a + b - (a+b)$$

där a är första siffran b = andra siffran

Eftersom a är multiplicerat med 10 så kommer du alltid få tiotalet som det var i talet, b är då bara antalet ental som fattas.

$$\text{Ex talet är } 21 \quad (10 \cdot 2) + 1 = 21$$

Formeln $(10a) + b$ fungerar inte med tresiffriga tal då 10an endast bildar 10-tal och inte hundratal som det behövs i ett tresiffrigt tal.

I stället blir formeln:

$$(100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c \quad \begin{array}{l} \text{siffersumma} \\ (a+b+c) \end{array}$$

där a = första siffran, b = andra siffran
 c = tredje siffran.

$$\text{Talet} - \text{siffer summan: } (100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c - (a+b+c)$$

$$\text{Ex talet } 132 \quad (100 \cdot 1) + (10 \cdot 3) + 2 = 132$$

Dock om man vill använda formeln $(10 \cdot a) + b$ måste a bestå av de två första siffrorna

$$\text{ex } (10 \cdot 13) + 2 = 132$$

Talleken med tresiffriga tal:

121

$$1+2+1=4$$

$$121-4=117$$

148

$$1+4+8=13$$

$$148-13=135$$

292

$$2+9+2=13$$

$$292-13=279$$

981

$$9+8+1=18$$

$$981-18=963$$

Slutsats: Det tresiffriga talen är även
delbara med 3.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X	X	2/1/1
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				3/3/1

Kommentar: Eleven tecknar men förenklar inte det algebraiska uttrycket för tvåsiffriga tal (C_P). Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

Elevarbete 8

$$45 \text{ tänker jag på} \quad 45 - (4 + 5) = 36$$

$$24 \text{ har siffrer summa } 6. \quad 24 - 6 = 18$$

Svaret blir första siffran multiplicerat med 9
 $(2 \cdot 9 = 18, 4 \cdot 9 = 36)$

$$10a + b - (a + b) = 9a \quad \text{Det stämmer alltså.}$$

$$396 - (3 + 9 + 6) = 396 - 18 = 378$$

Om vi testar att göra det i generell form
 får vi $100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b$.

Svaret blir alltså 99 multiplicerat med första
 siffran adderat med 9 multiplicerat med
 andra siffran. Anledningen att det blir
 så här är att man drar en hundradel
 av värdet från a eftersom det är ett
 hundratal. Från b dras en tiondel av
 värdet och från c dras hela värdet (det
 är ju ett ental). Därför blir det $99a + 9b$.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X X X	X	2/3/1
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				3/4/1

Kommentar: Eleven drar ingen slutsats utifrån sin undersökning av tresiffriga heltal (C_R).

$$74$$

$$7 + 4 = 11$$

$$74 - 11 = 63$$

$$57$$

$$5 + 7 = 12$$

$$57 - 12 = 45$$

$$12$$

$$1 + 2 = 3$$

$$12 - 3 = 9$$

$$28$$

$$2 + 8 = 10$$

$$28 - 10 = 18$$

$$35$$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

Efter mina observationer kom jag till slutsatsen att svaret blir ett tal i nians tabell.

Det är 9 multiplicerat med den första siffran.

Tex

$$\underline{35}$$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

ab är ett tvåsiffrigt heltal.

$$ab \quad 10a + b$$

$$a + b$$

$$10a + b - (a + b) = 9a$$

De två siffrorna adderas

$a + b$ tas bort vilket resulterar i $9a$, vilket är delbart med 9.

Tresiffriga positiva heltal

$$123$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$123 - 6 = 117$$

$$578$$

$$5 + 7 + 8 = 20$$

$$578 - 20 = 558$$

$$946$$

$$9 + 4 + 6 = 19$$

$$946 - 19 = 927$$

Efter att ha observerat några resultat som involverar tresiffriga heltal har jag kommit till slutsatsen att talen fortfarande ingår i nians tabell.

Dock stämmer det inte längre att det är den första siffran multiplicerad med 9 som blir resultatet.

tex 123

$$1+2+3=6$$

$$123-6=117$$

$$\frac{117}{9}=13$$

$$100a + 10b + c$$

abc är ett tresiffrigt heltal

$$a+b+c$$

siffrorna adderas

$$100a + 10b + c - (a+b+c) = 99a + 9b$$

Resultatet är delbart med 9 $\frac{99}{9}=11$ $\frac{9}{9}=1$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X X X	X X	2/3/2
Resonemang	X	X	X	1/1/1
Kommunikation		X	X	0/1/1
Summa				3/5/4

Bedömda elevarbeten Del D



Bedömda elevarbeten till uppgift 18

Elevarbete 1

a) $2000 \text{ kr} \Rightarrow 2455 \text{ kr}$

$$\frac{455}{2000} = 0,22755 \approx 22,8\% \quad \text{Svar: } 22,8\%$$

b) $2455 \cdot 1,2275 = 3013,5125 \text{ kr} \quad \text{Svar: } 3013,5125 \text{ kr.}$

c) $2455 \cdot 1,2275^6 = 8398,0895 \quad \text{Svar: } 8398 \text{ kr.}$

Kommentar: Lösningen innehåller upprepad procentuell förändring.

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B	X		
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 2

a) $455 \text{ kr} = \text{ca } 23\%$

b) $\frac{2455}{100} \times 123 \approx 3020 \quad 3020 \text{ kr.}$

c) $3 \text{ mån} = 3715 \text{ kr} \quad 9 \text{ mån} = 12866 \text{ kr}$
 $4 \text{ mån} = 4570 \text{ kr} \quad 10 \text{ mån} = 15825 \text{ kr}$
 $5 \text{ mån} = 5621 \text{ kr} \quad 11 \text{ mån} = 19465 \text{ kr}$
 $6 \text{ mån} = 6914 \text{ kr} \quad 12 \text{ mån} = 23942 \text{ kr}$
 $7 \text{ mån} = 8504 \text{ kr}$
 $8 \text{ mån} = 10460 \text{ kr}$

23942 kr

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/0

	E	C	A
B	X		
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 3

a) Svar: 18,5%

b) $2455 \cdot 1,185 = 2929 \text{ kr}$

c) $2000 \cdot 1,185^{12} = 15334 \text{ kr}$

Kommentar: Lösningen i b) och c) baseras på ett följdfel från a) vilket ger samma bedömning som om värdet var korrekt.

0/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/1

	E	C	A
B	X		
P			X
Pl			
M		X	
R			
K			

Elevarbete 4

a) $2455 - 2000 = 455$

$$\frac{455}{2000} = 0,2275 = 22,75\%$$

Svar: 22,75%

b) $2455 \cdot 1,2275 = 3013,5125 \approx 3014 \text{ kr}$

Svar: 3014 kr

c) $2000 \cdot 1,2275^{12} \approx 23404$

Svar: 23404 kr

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/1

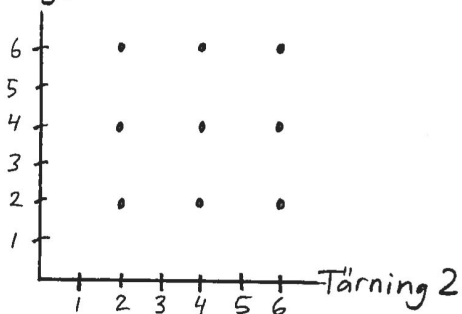
	E	C	A
B	X		
P			X
Pl			
M		X	
R			
K			



Bedömda elevarbeten till uppgift 19

Elevarbete 1

Tärning 1



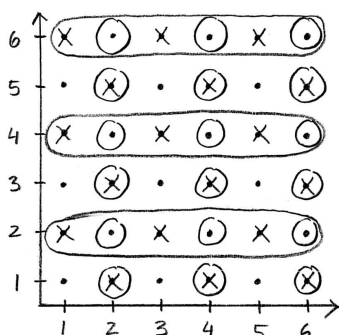
$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Det är $\frac{1}{4}$ sannolikhet att både summa och produkt är jämn.

1/0/1

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 2



= jämna produkter

X = jämna produkter som ej ger jämna summor

(blankt) = varken jämn produkt eller jämn summa

⊙ = jämna summor och jämna produkter

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Svar: $\frac{1}{4}$ chans/sannolikhet.

1/1/1

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			
M			
R			
K			X

Elevarbete 3

1·2	3·2	5·2
1·4	3·4	5·4
1·6	3·6	5·6
2·1	4·1	6·1
<u>2·2</u>	<u>4·2</u>	<u>6·2</u>
2·3	4·3	6·3
<u>2·4</u>	<u>4·4</u>	<u>6·4</u>
2·5	4·5	6·5
<u>2·6</u>	<u>4·6</u>	<u>6·6</u>

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

Kommentar: Visar utfallsrummet för alla jämna produkter.

1/1/2

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			X
M			
R			
K			X



Elevarbete 1

a) $O = 4a + 4b$

b) Vi säger att a är 4 och b är 3

Arean blir då $2a \cdot 2b - a - b$

$$8 \cdot 6 - 4 - 3 = 48 - 7$$

$$48 - 7 = 41 \text{ m}^2$$

Svar: Arean av hela området kan vara 41 m^2 .

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/1/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M			
R			
K			

Kommentar: Anger ett korrekt talpar.

Elevarbete 2

a) $4b + 4a$

b) $4b + 4a = 28$

$$b + a = \frac{28}{4}$$

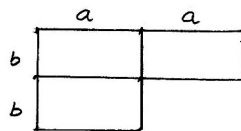
$$b + a = 7$$

tex $b = 2$ $a = 5$

$$4b + 4a = (4 \cdot 2) + (4 \cdot 5) = 8 + 20 = 28$$

Svar $b = 2$

$a = 5$



1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/1/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M			
R			
K			

Elevarbete 3

a) $O = b + b + a + a + b + a + b + a = 4b + 4a$

b) Omkrets $4a + 4b = 28$ $\frac{4a + 4b}{4} = \frac{28}{4}$

$$a + b = 7$$

Area

$$1 + 6 = 7$$

$$1 \cdot 6 = 6$$

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ m}^2$$

$$2 + 5 = 7$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$10 \cdot 3 = 30 \text{ m}^2$$

$$3 + 4 = 7$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 \cdot 3 = 36 \text{ m}^2$$

Svar: 18 m^2 , 30 m^2 o 36 m^2

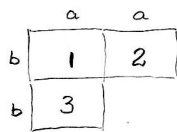
1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/2/2

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M			
R			
K		X	X

Elevarbete 4



$$O = 28 \text{ m} \quad 4a + 4b = 28$$

$$a = x \text{ m} \quad b = \frac{28 - 4x}{4} = 7 - x$$

Varje rektangels area $x \cdot (7 - x)$

Hela områdets area $3x \cdot (7 - x)$

x	Arean
0	0
1	18
2	30
3	36
4	36
5	30
6	18
7	0

Arean kan vara 18, 30, 36 m² beroende på vilket värde a och b har. a och b var heltal så de måste vara mellan 1-6 m långa

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/2/3

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M			
R			X
K		X	X



Bedömda elevarbeten till uppgift 22 c)

Elevarbete 1 Arean varierar väl beroende på vad det är för vinkel. Kommentar: Eleven beskriver att arean förändras men inte hur.	0/0/0 <table> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																										
B																													
P																													
Pl																													
M																													
R																													
K																													
Elevarbete 2 Arean blir större när v blir större Kommentar: Eleven beskriver hur arean förändras.	0/1/0 <table> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R			X	K			
	E	C	A																										
B																													
P																													
Pl																													
M																													
R			X																										
K																													
Elevarbete 3 Arean kan vara ∞ liten om man tar $v = \infty$ liten och arean kan vara nästan ∞ stor om man tar $v = \infty$ nära 90° Dock så kan triangeln inte få en ∞ area.	0/1/1 <table> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R		X	X	K			
	E	C	A																										
B																													
P																													
Pl																													
M																													
R		X	X																										
K																													



Elevarbete 1

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

Lilla cirkelns area $BO^2 \cdot \pi$ Stora cirkelns area $AO^2 \cdot \pi$ Skuggade områdets area: $AO^2 \cdot \pi - BO^2 \cdot \pi$ $AB^2 \cdot \pi =$ skuggade områdets area

$$AB^2 \pi = AO^2 \pi - BO^2 \pi$$

$$\frac{AB^2 \pi}{\pi} = \frac{AO^2 \pi}{\pi} - \frac{BO^2 \pi}{\pi}$$

$$AB^2 = AO^2 - BO^2$$

$$\sqrt{AB^2} = \sqrt{AO^2} - \sqrt{BO^2}$$

$$AB = AO - BO$$

$$AB = O(A - B)$$

Elevarbete 2

1/1/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R		X	
K			

$$AB = BC = 3,5$$

$$BO = 1,6$$

$$OA = 3,9$$

$$AB^2 \cdot \pi = 38,48451001$$

$$\pi \cdot OA^2 - \pi OB^2 = 39,74114707$$

Svar: Det är ungefär rätt.

Kommentar: Eleven beräknar den skuggade arean och visar att likheten gäller för ett värde.

Elevarbete 3

$$AB=3 \quad OB=2$$

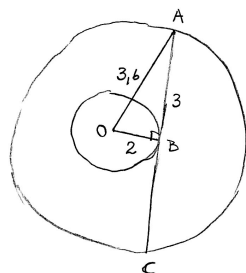
$$3^2 + 2^2 = AO^2 \quad 13 = AO^2 \quad \sqrt{13} = \sqrt{AO^2} \quad AO \approx 3,6$$

$$3,6^2 \cdot \pi \approx 40,715$$

$$2^2 \cdot \pi \approx 12,566$$

$$40,715 - 12,566 \approx 28$$

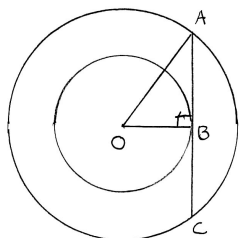
$$3^2 \cdot \pi = 28,27 \approx 28$$



1/2/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X	X	
M			
R		X	
K			

Elevarbete 4



Arean av skuggat enligt Oskar: πAB^2

För att jämföra tar vi den stora minus den lilla:

$$r^2 \text{ på den stora} = (AB^2 + OB^2)\pi$$

$$\text{Och den lilla: } (OB^2)\pi$$

$$\text{Alltså den stora: } (AB^2 + OB^2)\pi$$

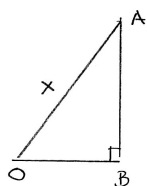
$$\text{Minus den lilla } OB^2\pi$$

$$\text{Kvar blir } AB^2\pi$$

1/2/2

	E	C	A
B			
P			X
Pl	X	X	X
M			
R		X	
K			

Elevarbete 5



$$x^2 = s_{AB}^2 + s_{OB}^2$$

$$x = \sqrt{s_{AB}^2 + s_{OB}^2}$$

enligt Pythagoras sats det halva längden
av den stora cirkelns radie.

$$A_O = (\sqrt{s_{AB}^2 + s_{OB}^2})^2 \cdot \pi - A_o$$

Den skuggade delens area är den stora
cirkelns area minus den lilla.

$$A_o = s_{OB}^2 \cdot \pi$$

Och här räknar vi ut dem båda två....

$$A_o = \pi \cdot s_{AB}^2 + s_{OB}^2 \cdot \pi - s_{OB}^2 \cdot \pi = \pi s_{AB}^2$$

Vi har fått fram att sträckan AB i

kvadrat gånger pi är den skuggade delens area.

1/2/3

	E	C	A
B			
P			X
Pl	X	X	X
M			
R		X	
K			X

Kravgränser

Provbetyg kan endast ges då eleven har genomfört samtliga fyra delprov.

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 91 poäng fördelade på 27 E-poäng, 37 C-poäng och 27 A-poäng.

Provbetyget E

För att få provbetyget E ska eleven ha erhållit minst 20 poäng.

Provbetyget D

För att få provbetyget D ska eleven ha erhållit minst 34 poäng varav minst 12 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget C

För att få provbetyget C ska eleven ha erhållit minst 45 poäng varav minst 21 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget B

För att få provbetyget B ska eleven ha erhållit minst 58 poäng varav minst 8 poäng på nivå A.

Provbetyget A

För att få provbetyget A ska eleven ha erhållit minst 68 poäng varav minst 14 poäng på nivå A.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 20 poäng	Minst 34 poäng	Minst 45 poäng	Minst 58 poäng	Minst 68 poäng
Nivåkrav		Minst 12 poäng på lägst nivå C	Minst 21 poäng på lägst nivå C	Minst 8 poäng på nivå A	Minst 14 poäng på nivå A

Provsammanställning – Centralt innehåll kurs 1c

		Poäng			Taluppfattning aritmetik o algebra					Geometri					Samband o förändring					Sannolikhet o statistik		Problem- lösning		
Del	Upp- gift nr	E	C	A	A1	A2	A3	A4	A5	G1	G2	G3	G4	G5	F1	F2	F3	F4	F5	S1	S2	P1	P2	P3
A	M	3	5	5					X				X			X	X	X				X		
B	1	1	0	0		X	X									X								
B	2	1	0	0														X						
B	3	2	0	0		X	X																	
B	4	1	0	0		X	X																	
B	5	2	0	0							X	X										X		
B	6	1	1	0		X	X		X															
B	7a	1	0	0														X				X		
B	7b	0	2	1													X	X				X		
B	8	1	1	0	X	X																		
B	9	0	1	0		X																		
B	10	0	1	0											X									
B	11	0	1	1	X	X																X		
B	12	0	1	0	X	X							X									X		
B	13a	0	1	0													X	X						
B	13b	0	2	1		X										X	X	X	X					
B	13c	0	0	2				X								X	X	X						
C	14	3	5	4	X	X	X															X		
D	15	1	0	0		X				X														
D	16	1	1	0		X														X				
D	17	0	2	0		X										X							X	
D	18a	1	0	0		X										X	X						X	
D	18b	1	0	0		X									X	X						X	X	
D	18c	1	1	1		X									X	X	X					X	X	
D	19	1	1	2		X															X	X		
D	20a	1	0	0			X															X		
D	20b	0	2	3	X	X	X															X		
D	21a	2	0	0		X														X				
D	21b	1	1	0		X									X	X				X				
D	21c	0	2	1		X									X	X				X		X	X	
D	22a	0	2	1						X							X	X	X			X		
D	22b	0	1	1						X							X					X		
D	22c	0	1	1						X							X					X		
D	23	1	2	3			X							X								X	X	
		27/37/27			11/11/7					3/4/3					6/12/8					3/5/3		4/5/6		

Provsammanställning – Förmågepoäng kurs 1c

		E				C				A				
Begrepp	Del A, Muntligt					M					M			
	Del B	4	5	7a	8	8	9	10	11	13c				
	Del C					14					14			
	Del D	16	18c	19	21a	21b	21c	22a	22b	19				
Procedur	Del A, Muntligt													
	Del B	1	3	5	6	6								
	Del C	14				14								
	Del D	15	18a	21a	21b	16	17				18c	23		
Problem-lösning	Del A, Muntligt													
	Del B					7b				7b	11			
	Del C	14				14				14				
	Del D	18b	20a	23			17	20b	21c	22a	23	19	20b	21c
Modellering	Del A, Muntligt	M				M				M				
	Del B	2	3			7b	13a	13b			13b	13c		
	Del C													
	Del D					18c								
Resonemang	Del A, Muntligt	M	M			M	M			M	M			
	Del B					12	13b							
	Del C	14				14				14				
	Del D					22c	23			20b	22c			
Kommuni-kation*	Del A, Muntligt					M				M				
	Del B													
	Del C					14				14				
	Del D					19	20b			20b	22a	22b	23	
		27				37				27				

* Kommunikation på E-nivå antas vara en förutsättning för att erhålla förmågepoäng i övriga förmågor. Således provas inte denna förmåga på E-nivå i enskilda uppgifter.

