

Matematik 1c - Saker att kunna med Geogebra/Miniräknaren

Geogebra

- G1. Skriva in de fyra räknesätten.
- G2. Skriva in decimaltal
- (G3. Primtalsfaktorisera (Ingår inte längre i kursen))
- (G4. Byta baser (Ingår inte längre i kursen))
- G5. Skriva upphöjt till i inmatningen
- G6. Hantera funktioner
- G7. Skala om x-axeln och y-axeln var för sig och zooma in och ut.
- G8. Hitta skärningspunkter mellan funktioners grafer, eller med koordinataxlarna
- G9. Lösa ekvationer med kommandot Lös
- G10. Regression - Kunna ta fram linjära funktioner givet två punkter
- G11. Regression - Kunna ta fram exponentialfunktioner givet två punkter
- G12. Kunna hantera glidare
- G13. Hantera funktioner i CAS-läge

Miniräknaren

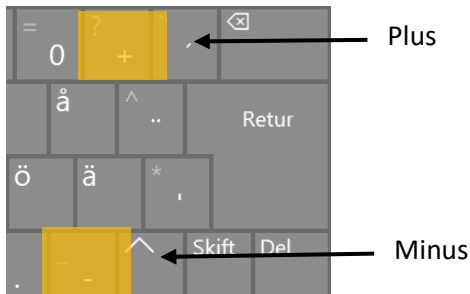
- M1. Hantera tiopotenser
- M2. Hantera inmatningar som kräver parenteser
- M3. Kunna skilja på räknesättet minus och negativa tal minus-knapparna.
- M4. Kunna höja upp för att beräkna potenser
- M5. Kunna hantera "ANS"-verktyget.
- M6. Kunna gå tillbaka till föregående inmatning och ändra

Geogebra

G1. Skriva in de fyra räknesätten

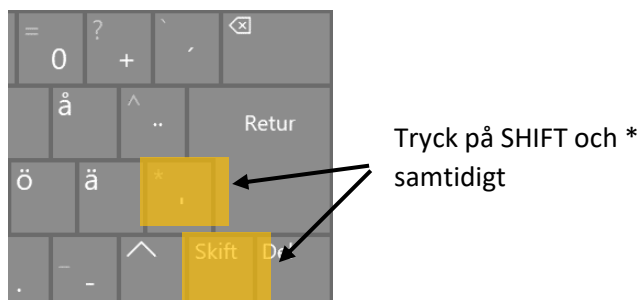
Räknesätten kan klickas fram, men det är stor fördel rent tidsmässigt att lära sig skriva dem via tangentbordet.

Plus och minus fås via ett direkt knapptryck på respektive tangent:



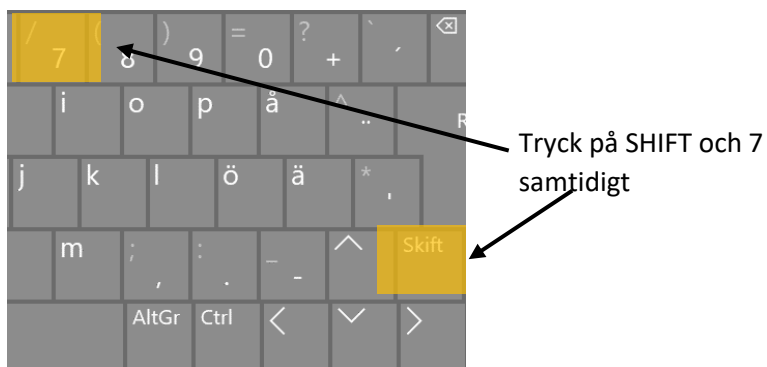
$$b = -5 + 3 - 4 + 7 - 2$$
$$\rightarrow -1$$

Gång får via "*" som sitter bredvid ENTER-knappen:



$$c = 3 \cdot 4 (-2)$$
$$\rightarrow -24$$

Division fås via "/" som sitter på samma knapp som 7



$$d = \frac{5}{3 + 4 + 2}$$
$$\rightarrow \frac{5}{9}$$

$$d = \frac{5}{3 + 4 + 2}$$
$$\rightarrow \frac{5}{9}$$

⋮



Svaret skrivs i bråkform.

Önskar man decimaltal, tryck på knappen till höger

$$\approx 0.56$$

Geogebra

G2. Skriva in decimaltal

Alla decimaltal skrivs i Geogebra med **PUNKT**, och alltså **INTE KOMMA**.

Exempel: Beräkna $4,5 \cdot 3,9$

Lösning: Skriv " $4.5 \cdot 3.9$ " (se G1 för hur man skriver *)

$a = 4.5 \cdot 3.9$
 $\rightarrow 17.55$

**OBS!! PUNKT
INTE KOMMA!!**

Alltså gäller att $4,5 \cdot 3,9 = 17,55$

(G3. Primtalsfaktorisera (Ingår inte längre i kursen))

Primtalsfaktorisering görs i Geogebra med kommandot:

Primfaktorer(Heltal)

Svaret blir en lista med de primfaktorer som ingår i heltalet som matades in.

Exempel: Skriv talet 945 i primtalsfaktorer.

Lösning: Skriv "*Primfaktorer(945)*" i Geogebra.

Primfaktorer(945)
 $\rightarrow \{3, 3, 3, 5, 7\}$

Alltså gäller att $945 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

Geogebra

(G4. Byta baser (Ingår inte längre i kursen))

Geogebra kan hantera basbyten åt båda hållen, dvs tal skrivna i basen 10 kan skrivas i någon annan bas, och motsatsen.

1. Tal skrivet i basen 10 som ska till någon annan bas:

TillBas(Tal, Bas)

2. Tal skrivet i någon annan bas som ska till basen 10

FrånBas(Tal, Bas)

Exempel D2: Skriv talet $(12321)_4$ i basen 5

Lösning: Det finns inget kommando som går direkt från basen 4 till basen 5.

Strategin är istället att gå via basen 10 enligt tänket:

$$(12321)_4 \xrightarrow{\text{"FrånBas"}} \text{Basen 10} \xrightarrow{\text{"TillBas"}} (\quad)_5$$

FrånBas(12321, 4)

→ 441

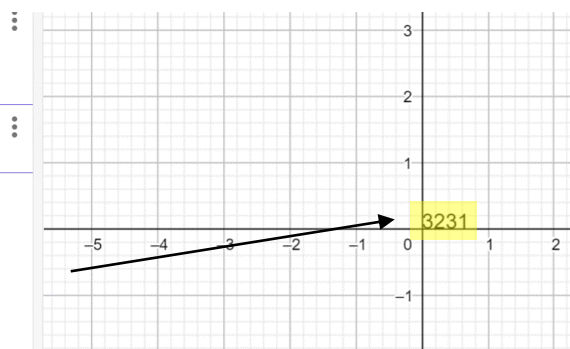
TillBas(441, 5)

a = FrånBas("12321", 4)

→ 441

TillBas(441, 5)

Notera att svaret vid "TillBas" räknas som en text, och därmed skrivs det i koordinatsystemet



Alltså gäller:

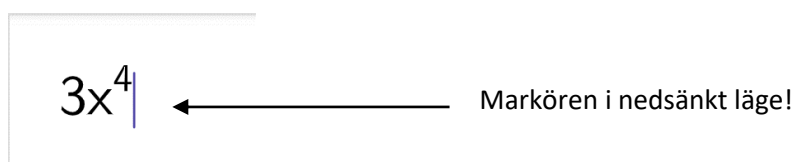
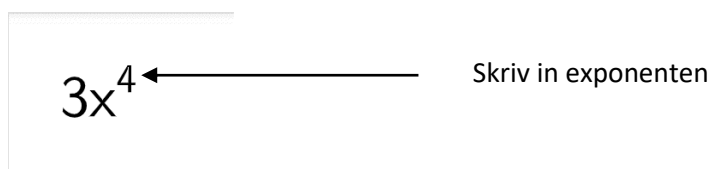
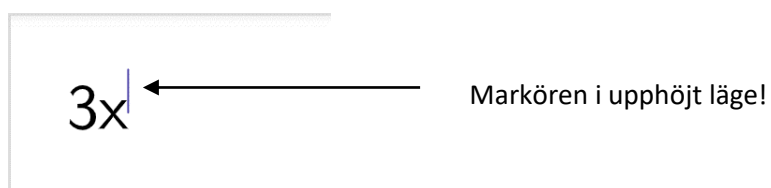
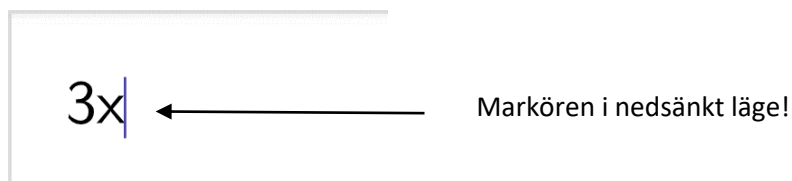
$$(12321)_4 = 441 = (3231)_5$$

Geogebra

G5. Skriva upphöjt till i inmatningen

Att skriva "upphöjt till" görs väldigt ofta. Det kan göras genom klickning, men kan med fördel göras via tangentbordet med hjälp av "^" som görs via SHIFT och knappen med " ^ "

Exempelvis, om " $3x^4$ " ska skrivas in gäller:



Geogebra

G6. Hantera funktioner

Funktioner skrivs in genom att skriva in själva funktionsuttrycket.

Då ges funktionen ett namn enligt namnprincipen f, g, h osv

Exempel 1: För funktionen f gäller att $f(x) = 5x - 4$.

Bestäm värdet av $f(12)$

Skriv in själva **funktionsuttrycket**.

$$5x - 4$$

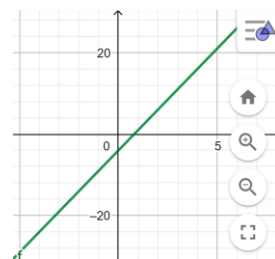


När du trycker Enter
ges funktionen sitt namn

$$f(x) = 5x - 4$$

Samtidigt dyker dess
graf upp i
koordinatsystemet

(Se mer i G7)



Skriv det du vill beräkna,
I detta fall $f(12)$

$$f(12)$$

$$\rightarrow 56$$

Alltså är $f(12) = 56$

Exempel 2: En boll kastas rakt upp.

Bollens höjd över marken, h meter,
efter tiden, t sekunder,
ges av sambandet

$$h = 11,5t - 4,91t^2 + 1,2$$

På vilken höjd är bollen efter 1,5 sekunder?

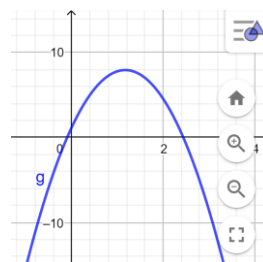
I formeln heter variabeln t , men skriv alltid in variabeln x i Geogebra, dvs

$$11.5x - 4.91x^2 + 1.2$$

Tryck Enter och funktionen får ett namn ,

och dess graf dyker upp i koordinatsystemet

$$g(x) = 11.5x - 4.91x^2 + 1.2$$



Höjden efter 1,5 sekunder = $g(1.5)$

$$g(1.5)$$

$$\rightarrow 7.4$$

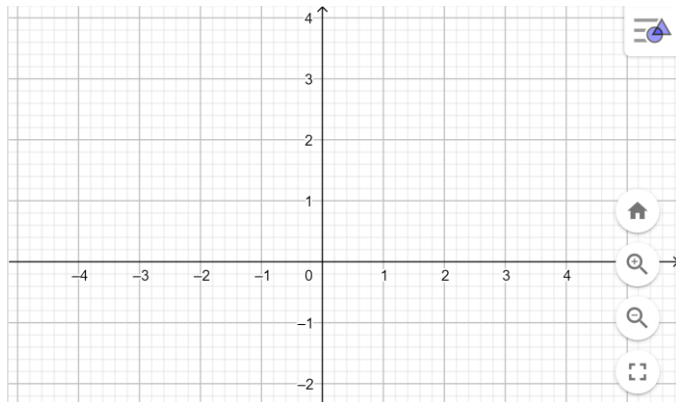
Bollens höjd är 7,4 meter efter 1,5 sekunder

Geogebra

G7. Skala om x-axeln och y-axeln var för sig och zooma in och ut.

Ofta behöver man få en bättre uppfattning om en graf än standardinställningen, (T.ex. så kan hela eller viktiga delar av grafen vara utanför bild)

Då behöver man kunna justera visandet av koordinatsystemet efter behov.

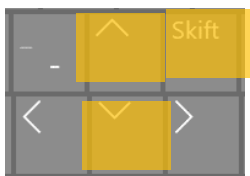


Klicka någonstans i koordinatsystemet

Håll inne SHIFT och tryck på piltangenterna samtidigt.



Höger och vänster skalar om x-axeln



Upp och ned skalar om y-axeln

Zoomning kan också göras via ikonerna i koordinatsystemet.



Återställer så att zoompunkten är i mitten, och så att axlarna är på standard (-5 till 5 på x-axeln och -3 till 3 på y-axeln)

Zoomar in mitt i bilden

Zoomar ut mitt i bilden

Geogebra

G8. Hitta skärningspunkter mellan funktioners grafer, eller med koordinataxlarna

För att hitta skärningspunkter mellan två olika grafer eller mellan grafer och koordinataxlarna används kommandot *Skärning*(Objekt, Objekt)

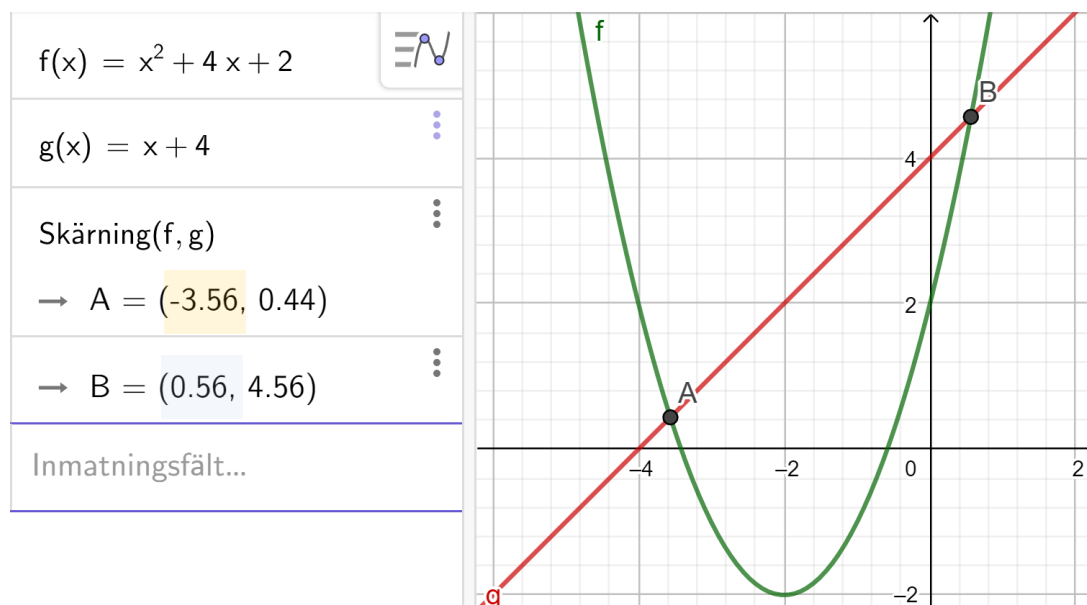
Svaret av detta blir den eller de punkter där graferna möts.

Detta kan t.ex. användas för att lösa ekvationer. Då är det dock bara x-värdena som söks.

Exempel: Lös ekvationen $x^2 + 4x + 2 = x + 4$

Skriv in respektive sida av ekvationen som en egen funktion.

Använd sedan "Skärning (de båda funktionernas namn skiljda med komma)" (se bild)



Ekvationens lösningar är

$$x_1 \approx -3,56$$

$$x_2 \approx 0,56$$

Fortsättning på nästa sida.

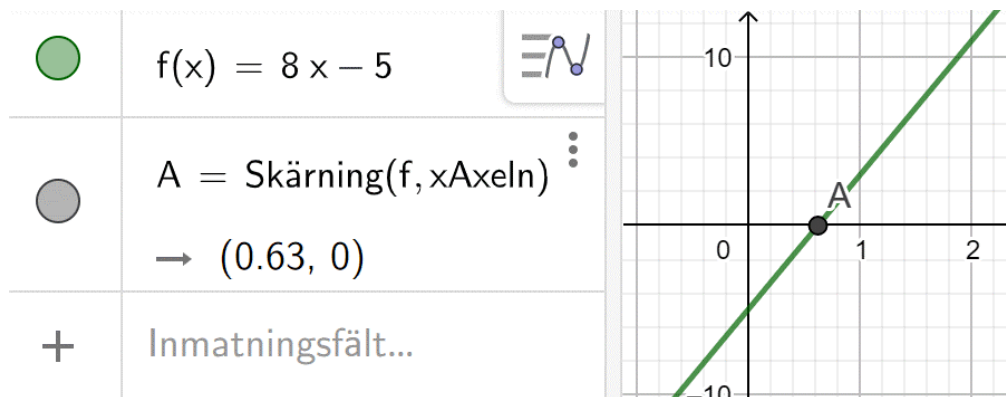
Geogebra

G8. Hitta skärningspunkter mellan funktioners grafer, eller med koordinataxlarna - fortsättning

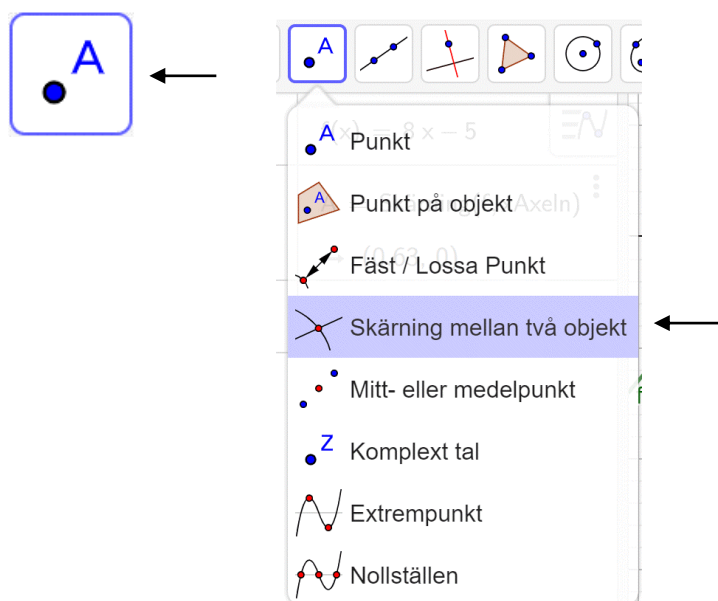
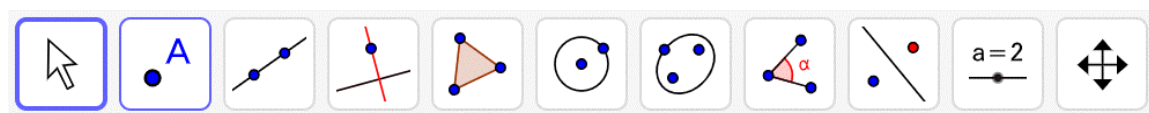
Vill man hitta skärningspunkter med axlarna heter dessa "xAxeln" och "yAxeln"

(notera att det spelar roll att A:et är stort – annars funkar det inte):

Exempel: Var skär funktionen $f(x) = 8x - 5$ x-axeln?



Kommandot Skärning finns också klickbart via en av menyerna högst upp.



Skärning mellan två objekt
Välj skärningspunkt eller två objekt efter varandra

Klicka då på de två grafer (eller koordinataxlar) som ska skära varandra, och Geogebra "skriver" rätt kommando i inmatningen.

Geogebra

G9. Lösa ekvationer med kommandot Lös

Ekvationer kan lösas genom att använda kommandot

Lös(Ekvation)

Lättast brukar vara att först skriva in ekvationen.

Då får ekvationen ett namn på formen "Ekv1", "Ekv2", "Ekv3" osv

Exempel 1: Lös ekvationen $5x - 8 = 3 - 2(x - 5)$

Skriv in ekvationen precis som den står (dvs inklusive lika med tecknet)

$$5x - 8 = 3 - 2(x - 5)$$

Tryck Enter och ekvationen får ett namn.

$$\text{Ekv1} : 5x - 8 = 3 - 2(x - 5)$$

För att lösa ekvationen, skriv *Lös (ekvationens namn)*. I detta fall:

Lös(Ekv1)

$$\rightarrow \{x = 3\}$$

Ekvationens lösning är $x = 3$

Exempel 2: Lös ekvationen $12 \cdot 1,45^x = 75$

$$\text{Ekv2: } 12 \cdot 1.45^x = 75$$

$$l3 = \text{Lös}(\text{Ekv2})$$

$$\rightarrow \left\{ x = \frac{-\ln(4) + 2 \ln(5)}{\ln(29) - \ln(4) - \ln(5)} \right\}$$

Detta (groteska) svar är det exakta svaret, men oftast söks ett ungefärligt värde...



...tryck då på denna ikon

$$l3 = \text{NLös}(\text{Ekv2})$$

$$\approx \{x = 4.93\}$$

Ekvationens lösning är $x \approx 4,93$

G10. Regression - Kunna ta fram linjära funktioner givet två punkter

Har man två punkter kan Geogebra ta fram en linjär funktion som passerar dessa.
Kommandot heter $\text{RegressionLin}(A,B)$

Exempelvis, Ta fram en linjär funktion genom punkterna (2,10) och (5,16)

$$A = (2, 10)$$

Skriv in punkterna

$$B = (5, 16)$$

$$f : \text{RegressionLin}(\{A, B\})$$

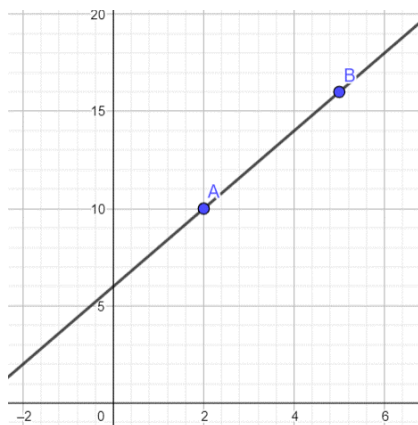
$$\rightarrow y = 2x + 6$$

Skriv $\text{RegressionExp}(A,B)$

Funktionsuttrycket blev:

$$y = 2x + 6$$

(dvs en ökning med 2 på y-axeln
för varje x-värde)



Funktionen kan nu hanteras för att lösa problem, t.ex.

"Vilket x ger $y = 75$?" eller "Vad blir y när $x = 10$?" med Skärning (eller Lös)

$$g : y = 75$$

"Vilket x ger $y = 75$?" $\rightarrow$

$$C = \text{Skärning}(f, g)$$

$$\rightarrow (34.5, 75)$$

$$\rightarrow x = 34,5$$

Kan även lösas med:
 $\text{Lös}(f = 75)$

$$\text{Ekv1} : x = 10$$

"Vad blir y när $x = 10$?" $\rightarrow$

$$D = \text{Skärning}(f, \text{Ekv1})$$

$$\rightarrow (10, 26)$$

$$\rightarrow y = 26$$

Kan även lösas med:
 $f(10)$

G11. Regression - Kunna ta fram exponentialfunktioner givet två punkter

På samma sätt som med räta linjer, kan regression göras med exponentialfunktioner.
Kommandot heter `RegressionExp(A,B)`

Exempelvis, Ta fram en exponentialfunktion genom punkterna (2,10) och (5,16)

$$A = (2, 10)$$

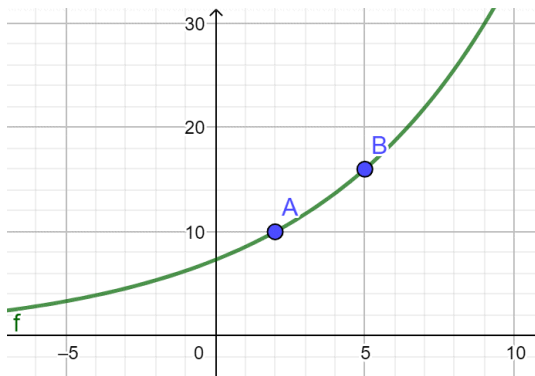
Skriv in punkterna

$$B = (5, 16)$$

$$f(x) = \text{RegressionExp}(\{A, B\})$$

Skriv `RegressionExp(A,B)`

$$\rightarrow 7.31 \cdot 1.17^x$$



Funktionsuttrycket blev alltså:

$$y = 7.31 \cdot 1.17^x$$

(dvs en ökning med 17 % per x)

Funktionen kan nu hanteras för att lösa problem, t.ex.

"Vilket x ger $y = 75$?" eller "Vad blir y när $x = 10$?" med Skärning

"Vilket x ger $y = 75$?"

$$g : y = 75$$

$$C = \text{Skärning}(f, g, (14.86, 75))$$

$$\rightarrow (14.86, 75)$$

$$x \approx 14.86$$

"Vad blir y ger $x = 10$?"

$$\text{Ekv1} : x = 10$$

$$C = \text{Skärning}(f, \text{Ekv1}, (10, 35.02))$$

$$\rightarrow (10, 35.02)$$

$$y \approx 35.02$$

G12. Kunna hantera glidare

Skriv in glidarens namn genom att ange en bokstav (eller ett ord)

$k = 1$

-5  5 

$m = 1$

-5  5 

Skriv in en formel som innehåller glidarna.

$k = 1$

-5  5 

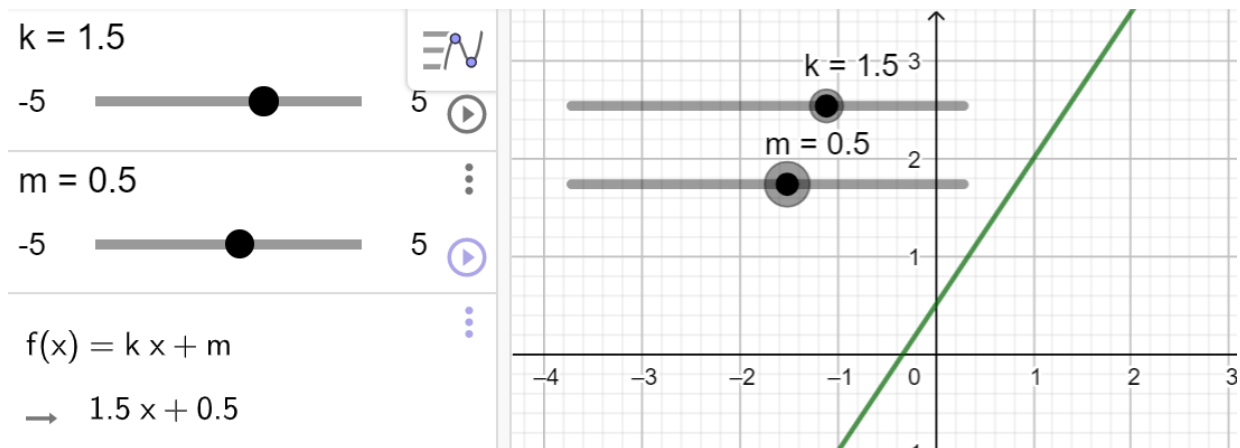
$m = 1$

-5  5 

$f(x) = kx + m$

→ $1x + 1$

Genom att ändra på glidarna kommer linjens utseende ändras



Önskar glidarnas gränser ändras kan man klicka på gränserna.

$m = 0.5$

-5  5 

...och skriva in nya värden. Steglängd = hur tätt värdena stegas fram.

$m = 0.5$

≤ m ≤ Steglängd

Geogebra

G13. Hantera funktioner i CAS-läge.

CAS-läge är detsamma som symbolhanterande algebra, dvs i CAS-läge så kommer algebraiska konstanter (= "extra bokstäver") att behandlas som konstanter.

Det är bra då man exempelvis vill förenkla uttryck som innehåller konstanter, eller hantera funktioner och funktionsuttryck som innehåller konstanter.

Exempel 1, För funktionen f gäller att $f(x) = kx + m$.

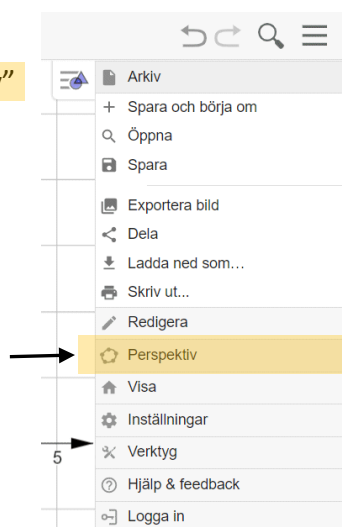
Bestäm värdet av $f(2m) + f(m)$

Börja med att starta CAS-läge:

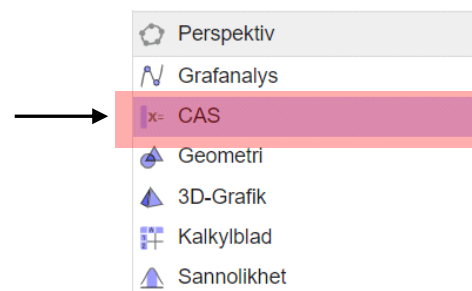
1. Välj de strecken uppe till höger



2. Välj "Perspektiv"



3. Välj "CAS"



4. Inmatningen i CAS-läge liknar den vanliga, men varje rad har ett nummer* istället för ett namn.



*För att hänvisa till olika radnummer används \$ (dvs dollartecken) följt av radnumret, se exempel på nästa sida

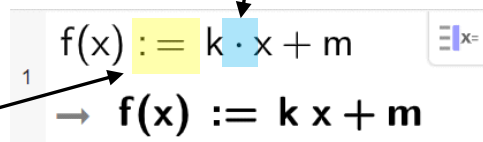
Skriv gånger mellan k och x , annars tror CAS-läget att kx är egen variabel

För att definiera **funktioner** i CAS, skriv

Funktionens namn := Funktionens uttryck

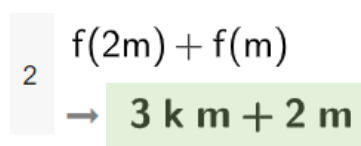
OBS!! Det är inte bara ett vanligt lika med utan en : (kolon) följt av = (lika med)

I detta fall:



När funktionen är inskriven kan man hänvisa till dess namn på vanligt sätt,

Dvs i detta fallet: $f(2m) + f(m)$



Alltså blir $f(2m) + f(m) = 3km + 2m$

G13. Hantera funktioner i CAS-läge fortsättning.

Exempel 2, För funktionen f gäller att $g(x) = Ax^2$

Bestäm värdet av $g(a + b)$

Börja med att starta CAS-läge (se exemplet på föregående sida):

Definiera funktionen genom att skriva in

$$g(x) := A \cdot x^2$$

1

$$\begin{aligned} g(x) &:= A \cdot x^2 \\ \rightarrow g(x) &:= A x^2 \end{aligned}$$

Bestäm värdet av $g(a + b)$ genom att skriva

$$g(a + b)$$

2

$$\begin{aligned} g(a + b) \\ \rightarrow A (a + b)^2 \end{aligned}$$

Svaret blir i s.k. **faktorform** (två parenteser gånger varandra, $A(a + b)^2 = A(a + b)(a + b)$).

Vill man i stället svara i s.k. **utvecklad form** (dvs resultatet efter att man gångrat parenteserna med varandra) kan man använda kommandot *Expandera*.

För att hänvisa till det resultat som gavs av $g(a + b)$ används radnumret. Detta skrivs genom att först skriva \$ (dollartecken) framför radnumret.

I detta fall: *Expandera*(rad 2), skrivs som

Expandera(\$2)

3

$$\begin{aligned} \text{Expandera}(\$2) \\ \rightarrow A a^2 + 2 A a b + A b^2 \end{aligned}$$

Svar: $g(a + b) = A(a + b)^2 = Aa^2 + 2Aab + Ab^2$

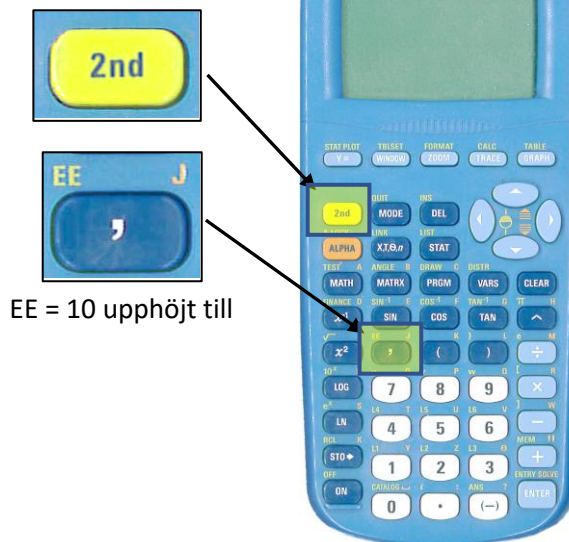
Miniräknaren

M1. Hantera tiopotenser

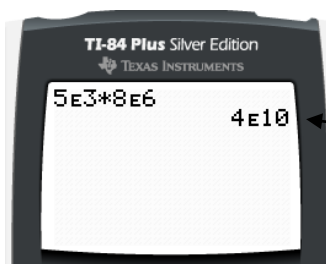
Tiopotenser skrivs i miniräknaren med "EE"-knappen (samma knapp som ,)

För att skriva EE och inte ,

Tryck först 2nd



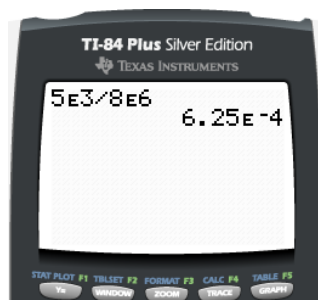
Exempel 1: Beräkna $5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6$



Notera att miniräknaren också svarar i 10-potens med "E".

$$\text{Dvs } 5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^{10}$$

Exempel 2: Beräkna $\frac{5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6}$



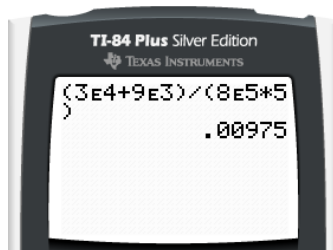
$$\frac{5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6} = 6,25 \cdot 10^{-4}$$

Miniräknaren

M2. Hantera inmatningar som kräver parenteser

Parenteser krävs på miniräknaren när en täljare eller nämnare innehåller mer än en term.

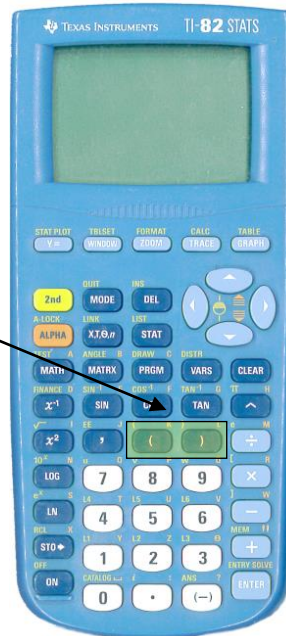
Exempel: Beräkna $\frac{3 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^5 \cdot 5}$



OBS!

Parenteser runt både täljare och nämnare

$$\frac{3 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^5 \cdot 5} = 0,00975$$



M3. Kunna skilja på räknesättet minus och negativa tal minus-knapparna.

Miniräknaren har två minusknappar.

En för räknesättet minus och en för att hantera negativa tal.

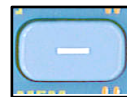
Exempel: Beräkna $-5 - 10 \cdot (-3)$



Negativa tal-minus

Räknesättet minus

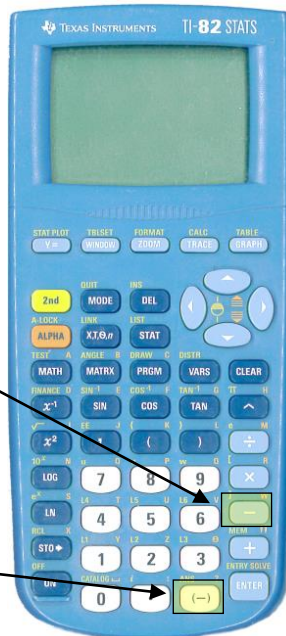
$$-5 - 10 \cdot (-3) = 25$$



Räknesättet minus



Negativa tal-minus

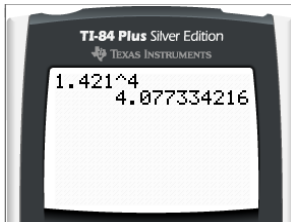


Miniräknaren

M4. Kunna höja upp för att beräkna potenser

Upphöjt till görs med knappen som är märkt med " $\wedge$ ", som finns längst till höger.

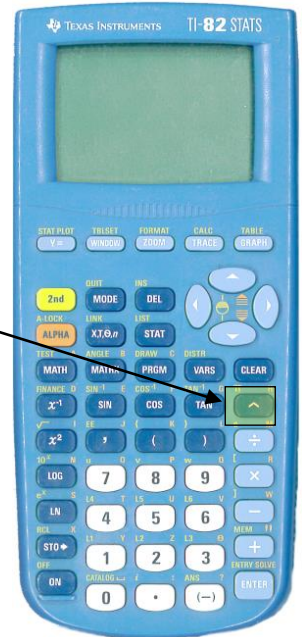
Exempel: Beräkna $1,421^4$



$$1,421^4 \approx 4,077$$



Upphöjt till



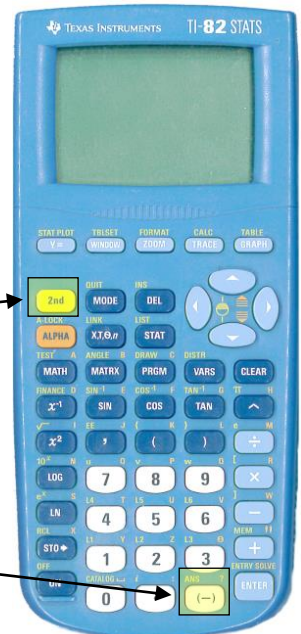
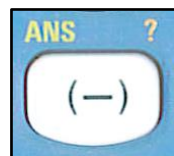
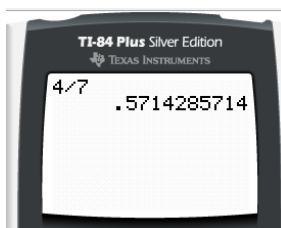
M5. Kunna hantera "ANS"-verktyget.

ANS används för att kunna återanvända det senaste svaret.

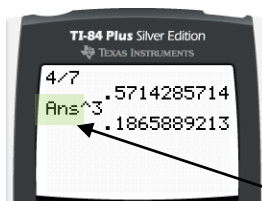
Det används automatiskt när man börjar med att skriva ett räknesätt, men kan också plockas fram manuell via "ANS", som finns på samma knapp som negativa tal-minuset, men via att först trycka 2ND

Exempel: Beräkna värdet av $\left(\frac{4}{7}\right)^3$

Skriv först in $4/7$



och sedan " $\wedge 3$ ". Räknaren tolkar det som att du vill göra ANS upphöjt till 3.



ANS betyder det senaste svaret

$$\left(\frac{4}{7}\right)^3 \approx 0,18659$$

Miniräknaren

M6. Kunna gå tillbaka till föregående inmatning och ändra

Om man av någon anledning vill återfå de tidigare inmatningarna, t.ex. för att ändra någon siffra som blivit fel, eller vill göra en upprepad beräkning där endast någon del av beräkningen behöver ändras, finns den möjligheten via "ENTRY", som finns på ENTER-knappen, efter att först tryckt 2nd

Vill man backa flera steg upp i beräkningslistan, tryck på 2nd och ENTER flera gånger efter varandra.

