

Namn: FACIT

Matematik 1c - Prov 1, kapitel 1 och 2

Potenser, Förändringsfaktor och "NGF"-problem, Ränta och amortering med kalkylprogram,
Uttryck, Faktorisering, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler,

Del 1a – Utan digitala hjälpmedel – Endast svar krävs!

1. Förenkla uttrycket $2x + 4(2 - x) + 8$ så långt som möjligt.

$$2x + 8 - 4x + 8$$

Svar:

$$-2x + 16$$

(1/0/0)

2. Vilket/Vilka av talen nedan uppfyller olikheten $4 - 2x < -6$? $\Rightarrow 4 + 6 < 2x \Rightarrow 10 < 2x \Rightarrow 5 < x$

A $x = 3$

B $x = 4$

C $x = 5$

D $x = 6$

E $x = 7$

"x större än 5"

Svar:

$$D, E$$

(1/0/0)

3. Bestäm x så att likheten nedan gäller.

$$\frac{5^2 \cdot 5^6}{5^5} = 5^x$$

Potenslagarna: $5^2 \cdot 5^6 = 5^{2+6} = 5^8$
 $\frac{5^8}{5^5} = 5^{8-5} = 5^3$

Svar: $x =$

$$3$$

(1/0/0)

4. Beräkna och svara i **grundpotensform**.

a) $2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^3 =$

$$2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^3$$

Svar:

$$6 \cdot 10^7$$

(1/0/0)

b) $0,0005 + 4 \cdot 10^{-5} =$

$$= 5 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-5}$$

$$= 5 \cdot 10^{-4} + 0,4 \cdot 10^{-4}$$

Svar:

$$5,4 \cdot 10^{-4}$$

(0/1/0)

5. Faktorisera $6x - 24$ så långt som möjligt

Bryt ut 6:

$$6 \cdot x - 6 \cdot 4$$

Svar:

$$6(x - 4)$$

(1/0/0)

6. Amanda Amortering vill göra ett kalkylark där det ska gå att mata in storleken på en amortering, totalt antal amorteringar och räntesatsen.

	A	B
1	En amortering	5000
2	Antal amorteringar	20
3	Räntesats (%)	5
4		
5	Att betala vid första tillfället	
6		

- a) Amanda ställer markören i en tom cell och skriver "=B2*B1".

$$= 20 \cdot 5000 = 100000$$

Vad innebär svaret av en sådan beräkning?

Svar:

100000 = Hela lånet

(1/0/0)

- b) I cell B5 tänker sig Amanda att det ska beräknas den totala summan att betala vid första tillfället. Det ska vara en amortering och räntan för hela lånet.

Ange en möjlig formel som ska stå i B5.

ex:

Svar:

$B1 + \frac{B3}{100} \cdot B1 \cdot B2$

(1/1/0)

7. Bestäm värdet av $8^{-1/3} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8}$

$$8^{-1/3} = \frac{1}{8^{1/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}}$$

Svar:

$\frac{1}{8}$

(0/1/0)

8. Joel och Bettan spelar badminton. Joel har vunnit fler gånger än Bettan.

Om Joel hade vunnit 3 färre matcher skulle

Joel ha vunnit precis fyra gånger så många matcher som Bettan.

Bettan har vunnit x matcher.

Ställ upp ett uttryck för hur många matcher Joel har vunnit.

Svar:

$4x + 3$

(0/1/0)

"Plockar man bort 3 blir det
 $4 \cdot x$ kvar"

$$A + BJ^3 = 2C \Rightarrow BJ^3 = 2C - A$$

$$J^3 = \frac{2C - A}{B}$$

9. Lös ut J ur sambandet nedan.

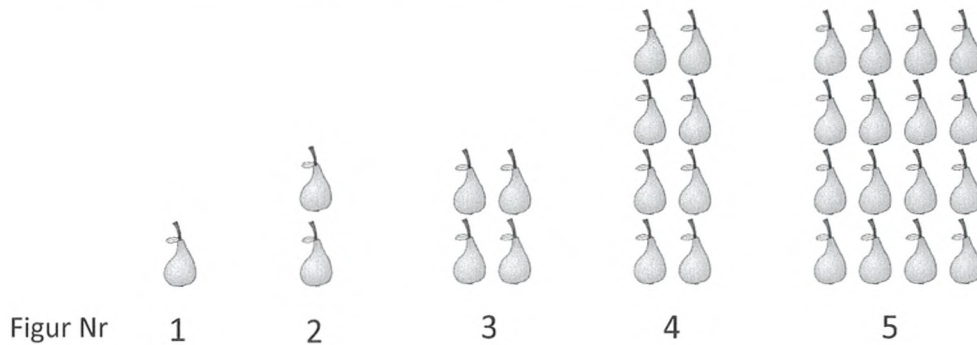
$$\frac{A + BJ^3}{2} = C$$

Svar:

$$J = \sqrt[3]{\frac{2C - A}{B}}$$

(0/1/0)

10. Bilden nedan visar en figurserie som är uppbyggd av päron.



Anta att serien fortsätter enligt samma mönster.

a) Ange antalet päron som finns i figur nummer 7.

Varje ny fig. är en fördubbling

6: 32
7: 64

Svar:

64

(0/1/0)

b) Ange en **formel** som beräknar antalet päron som finns i figur nummer n .

Svar:

2^{n-1}

(0/0/1)

Fig 1 = 1
Fig 2 = 1 · 2
Fig 3 = 1 · 2 · 2
Fig 4 = 1 · 2 · 2 · 2

3 < Ett mindre än fig. numret

11. Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt.

$$\frac{5^{132} - 5^{131}}{25^{65}}$$

Svar:

20

(0/0/1)

$$25^{65} = [25 = 5^2] = (5^2)^{65} = 5^{2 \cdot 65} = 5^{130}$$

$$\frac{5^{132} - 5^{131}}{5^{130}} = \left[\begin{array}{l} \text{Dela upp i} \\ 2 \text{ bråk} \end{array} \right] = \frac{5^{132}}{5^{130}} - \frac{5^{131}}{5^{130}} =$$

el. faktorisera

$$= 5^2 - 5^1 = 25 - 5$$

Del 1b – Utan digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs!

12. Lös ekvationen

(2/0/0)

$$6(x + 10) - x = 20$$

Gånger in 6:an i $(x+10)$

$$6x + 60 - x = 20$$

Förenkla

$$5x + 60 = 20 \quad [-60]$$

$$5x = -40 \quad [/:5]$$

$$x = -\frac{40}{5} = -8$$

13. Förenkla uttrycket $2 + (x + 1)(x - 3) - (1 + 2x)$ så långt som möjligt.

(1/1/0)

$$2 + (x+1)(x-3) - 1 \cdot (1+2x)$$

$$2 + x^2 - 3x + 1x - 3 - 1 - 2x$$

$$= \left[\begin{array}{l} \text{Slå ihop termer} \\ \text{av samma sort} \end{array} \right] = x^2 - 4x - 2$$

14. Beräkna värdet av uttrycket nedan då $n = 4$

(0/1/1)

$$\sqrt{n^2 + 3^2} \cdot \sqrt[6]{64n^{-3}} \leftarrow \text{Förenkla} \quad \sqrt[6]{64 \cdot n^{-3}} = (64 \cdot n^{-3})^{\frac{1}{6}}$$

$$= 64^{\frac{1}{6}} \cdot (n^{-3})^{\frac{1}{6}} = 64^{\frac{1}{6}} \cdot n^{-\frac{3}{6}}$$

$$= 64^{\frac{1}{6}} \cdot n^{-\frac{1}{2}}$$

$$n = 4 \Rightarrow$$

$$\underbrace{\sqrt{4^2 + 3^2}}_{\text{Beräkna}} \cdot 64^{\frac{1}{6}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} = \left[64^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{64} = 2 \quad 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \right]$$

$$= \sqrt{25} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 5$$

15. Inom fysiken finns ett samband som beskriver hur en elektron som befinner sig i ett magnetfält och ett elektriskt fält under vissa omständigheter rör sig i en cirkelbana.

Sambandet är:

$$\frac{mv^2}{r} - qE = qvB$$

m = elektronens massa.

v = partikelns hastighet.

r = cirkelbanans radie

q = elektronens laddning.

B = magnetfältets styrka.

E = elektriska fältets styrka

Lös ut q ur sambandet ovan. Svara med endast ett bråkstreck!

(0/0/2)

$$\frac{mv^2}{r} - qE = qvB \quad [+qE] \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = qvB + qE$$

$$\frac{mv^2}{r} = q(vB + E) \quad \left[\frac{vB + E}{(vB + E)} \right] \quad [B \cdot r + v + q]$$

$$\frac{mv^2}{r} \cdot \frac{1}{(vB + E)} = q \Rightarrow q = \frac{mv^2}{r(vB + E)}$$

↑
samma sak som
att dela med $(vB + E)$

Önskas Geogebra använd Digixam:

Prov ID: 10 34 04 71 10

Namn:

FACIT

Matematik 1c - Prov 1, kapitel 1 och 2 - version 2

Potenser, Förändringsfaktor och "NGF"-problem, Ränta och amortering med kalkylprogram, Uttryck, Faktorisering, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler,

Del 2 – MED digitala hjälpmedel – Fullständiga motiveringar krävs (om inte annat anges)!

D1. Bestäm värdet av uträkningen nedan.

(1/0/0)

$$\frac{6,3 \cdot 10^3}{3,67 + 8,5}$$

Endast svar krävs!

Skriv in i Geogebra
eller miniräknaren:

$$\frac{6,3 E 3}{3.67 + 8.5} \approx 517,67$$

$$6,3 E 3 / (3,67 + 8,5) \approx 515,67$$

D2. De tre kompisarna Abudi, Bitte och Carin har en sommar plockat bär.

Tillsammans har de plockat 86 liter fördelat enligt följande:

Bitte har plockat 12 liter mer än Abudi

Carin har plockat 3 gånger så mycket som Bitte.

Hur många liter har Abudi plockat?

(2/0/0)

$$\text{Abudi: } x \quad \text{Bitte: } x + 12 \quad \text{Carin: } 3 \cdot (x + 12)$$

$$\text{Tillsammans 86 liter} \Rightarrow x + (x + 12) + 3(x + 12) = 86$$

$$5x + 48 = 86 \quad \text{"Lös"} \Rightarrow x = 7,6 \text{ liter}$$

D3. Inom datalagring används enheten *Byte* = *B*. Data lagras på s.k. hårddiskar.

År 1975 fanns en hårddisk från IBM med storleken 64,5 MB och

år 2021 släpptes hårddiskar med storleken 20 TB.

Hur många större är en hårddisk på 20 TB jämfört
med hårddisken på 64,5 MB?

(2/0/0)

$$20 T = 20 \cdot 10^{12}$$

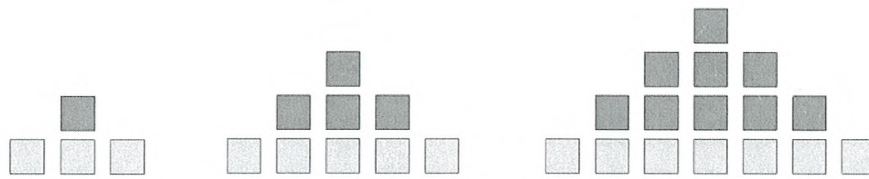
$$64,5 M = 64,5 \cdot 10^6$$

$$\text{Antal ggr större} =$$

$$\frac{20 \cdot 10^{12}}{64,5 \cdot 10^6} = \frac{20 E 12}{64,5 E 6}$$

$$\approx 310\,000 \text{ ggr större}$$

D4. Bilden nedan visar figurer som uppbyggda av ljusare och mörkare plattor.



Figur Nr

1

2

3

De ljusa plattorna kostar 40 kr styck.

a) Vad kostar alla de ljusa plattorna som finns i figur 8?

(2/0/0)

De ljusa plattorna följer mönstret:

Ökar med 2, "Fig 0" har 1

$\Rightarrow$ Antalet $= 1 + 2x$

Fig 8 $\Rightarrow x=8 \Rightarrow 1 + 2 \cdot 8 = 17$

Kostnaden $= 17 \cdot 40 = 680 \text{ kr}$

b) De mörka plattorna kostar 50 kr styck.

Ta fram en formel för den totala kostnaden för alla plattor i figur n .

(1/1/1)

De mörka plattorna kan flyttas om enligt:



1



2



3

$\Rightarrow$



1



2



3

$\Rightarrow$

Figurnumret
och höjd

utgör både bas

$\Rightarrow$ Antalet $= x^2$

Tot. kostnad $=$ Antal svarta $+$ Antal ljusa

$\left[\begin{array}{l} \text{antal ljusa} \\ = 1 + 2x \text{ enl. a)} \end{array} \right] = \cdot 50 + \cdot 40$

$50x^2 + (1 + 2x) \cdot 40$

D5. Antalet katter i föreningen *Mizzans Mjau* har ökat enligt

År 2013 16 katter

År 2022 52 katter



Anta att antalet katter ökat med lika många procent varje år under tidsperioden 2013 till 2022 och även framöver komma att öka med lika många procent varje år.

a) Hur många **procent** har antalet katter i *Mizzans Mjau* ökat med **varje år** under tidsperioden 2013 till 2022?

(0/2/0)

Om x är den årliga för. faktorn gäller

$$16 \cdot x^9 = 52 \quad \text{"LÖS"} \Rightarrow x = \sqrt[9]{\frac{52}{16}} \approx 1,14$$

(G) · (F) (N)

För. faktorn $1,14 \Rightarrow +14\%$

b) Föreningen *Hugos Hundar* har under samma tid ökat sitt hundantal enligt:

År 2020 20 hundar

År 2022 28 hundar

↓ ökar med 4 hundar/år

Anta att antalet hundar ökar med **lika många hundar varje år**.

Använd ditt digitala verktyg för att ta reda på vilket år som **antalet katter i Mizzans Mjau** för första gången väntas vara **fler än dubbelt så som många som antalet hundar i Hugos Hundar**.

(0/1/1)

En formel för Hugos hundar:

$$H = 28 + 4 \cdot x \quad \text{där } x \text{ är antalet år sedan 2022}$$

Mizzans Mjau: $M = 52 \cdot 1,14^x$

" $M > 2 \cdot H$ " $\Rightarrow 52 \cdot 1,14^x > 2 \cdot (28 + 4x)$

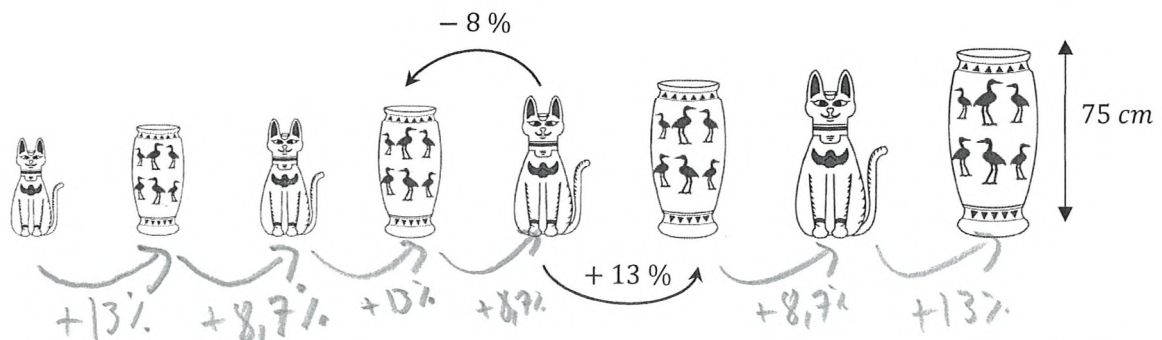
"LÖS"

$$x_1 \approx -2 \leftarrow \text{Bek i tiden}$$

$$x_2 \approx 4,05 \leftarrow 4 \text{ år efter 2022}$$

Under år **2026**

- D6. En designer har gjort en serie med porslinsföremål – "Egypten II".
 I serien finns krukor och katter i olika storlekar, fyra stycken av varje sort.
 Serien är gjord enligt mönster där det gäller att varje kruka är 8 % lägre än
 närmaste högre katt och 13 % högre än närmaste lägre katt.
 Den högsta krukans höjd är 75 cm (Se bild nedan)



Hur hög är den minsta katten i serien?

(0/1/2)

En minskning med 8% åt vänster
 motsvarar INTE en ökning med 8%
 åt höger. Istället gäller:
 $-8\% \Rightarrow 0,92$

$$\frac{1}{0,92} = 1,087$$

Om minsta kattens längd är x gäller:

$$x \cdot 1,13^4 \cdot 1,087^3 = 75$$

(4 krukor, 3 katter)

"Lös" $\Rightarrow x \approx 35,8 \text{ cm}$

- D7. Professor Kalkyl vill göra ett kalkylblad för upprepad procentuell förändring.
I kalkylbladet ska han kunna mata in två saker. Den ena är en procentuell förändring,
och den andra är antalet gånger som denna förändring ska upprepas.

Kalkylbladet ska då beräkna den **totala** procentuella förändringen.

	A	B
1	Procentuell förändring (%)	8
2	Antal gånger som förändringen sker	3
3		
4	Total förändring (%)	25,9712
5		

I exemplet visas att en ökning med 8 % som upprepas tre gånger
motsvarar en total ökning på 25,97 %.

I cell B4 beräknas den totala förändringen i procent.

Ange en möjlig formel som kan stå i cell B4.

(0/0/2)

Endast svar krävs!

I) Proc. förändring $\Rightarrow$ För. faktor

$$\left(\frac{B1}{100} + 1 \right) = \text{Start. för faktor}$$

II) Upphöjt till antalet gånger

$$\left(\frac{B1}{100} + 1 \right)^{B2} = \text{Total För. faktor}$$

III) Gör om från för. faktor
till proc. ökning.

ex:

$$\left(\left(\frac{B1}{100} + 1 \right)^{B2} - 1 \right) \cdot 100$$

För. faktor