

# FACIT

## Repetitionsuppgifter inför provet, kapitel 1 och 2

Potenser, Förändringsfaktor och "NGF"-problem, Ränta och amortering med kalkylprogram, Uttryck, Faktorisering, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler,

### Del 2 – MED digitala hjälpmedel – Fullständiga motiveringar krävs (om inte annat anges)!

D1. Bestäm värdet av uträkningen nedan.

(1/0/0)

$$\frac{5 \cdot 10^5 + 12,3 \cdot 10^3}{0,6 + 8,5 \cdot 10^{-1}}$$

Endast svar krävs!

$$\frac{5E5 + 12.3E3}{0.6 + 8.5E-1}$$

För att skriva  $\cdot 10^x$  kan E användas i både Geogebra och miniräknaren

$$\approx 353310,35$$

D2. Bettan bor i Hörnefors, 37 km från Umeå.

Hon cyklar in till Umeå med hastigheten 20 km/h.

Hur lång tid har Bettan cyklat då hon har kvar att cykla 12 km?

(2/0/0)

Kvar att cykla.  $37 - 20x$   
efter att cyklat  $x$  h.

$$12 \text{ km kvar} \Rightarrow 37 - 20x = 12$$

$$\text{"LÖS"} \Rightarrow x = 1,25 \text{ h}$$

(kan även lösas genom  $x = \frac{25}{20}$ )

D3. De två vännerna Inga och Liv samlar på gamla matteböcker.

Inga har 10 böcker fler än vad Liv har.

Tillsammans har de 48 böcker.

Ställ upp en ekvation som kan användas för att

bestämma hur många böcker de har var och en och lös ekvationen.

(2/0/0)

$$\text{Inga: } x + 10$$

$$\text{Liv: } x$$

$$\text{Tillsammans: } 48 \Rightarrow x + (x + 10) = 48$$

$$\text{"LÖS"} \Rightarrow x = 19$$

$$\Rightarrow \text{Liv har 19 st. Inga har 29 st.}$$

D4. Hästkraft är en enhet som härstammar från slutet av 1700-talet, för att kunna jämföra effekten hos hästar med dåtidens ångmaskiner.

En hästkraft motsvarar  $0,735 \text{ kW}$

Sveriges samlade effekt i slutet av år 2019 från installerade vindkraftverk var  $8,984 \text{ TW}$

Hur många hästkrafter motsvarar effekten hos dessa vindkraftverk?

(1/1/0)

"Antalet  $0,735 \text{ k}$  i  $8,984 \text{ T}$ "  $\Rightarrow$

$$\frac{8,984 \text{ T}}{0,735 \text{ k}} = \left[ \begin{array}{l} \text{F B:} \\ \text{T} = \cdot 10^{12} \\ \text{k} = \cdot 10^3 \end{array} \right] = \frac{8,984 \text{ E}12}{0,735 \text{ E}3} = 1,22 \cdot 10^{10} \text{ st.}$$

D5. När ett föremål släpps så börjar det att accelerera på grund av Jordens dragningskraft. Sambandet mellan föremålets hastighet,  $v$  meter per sekund, och den sträcka som föremålet fallit,  $s$  meter, ges av sambandet

$$s = \frac{v^2}{19,64}$$

a) Vid ett fall hade ett föremål uppnått hastigheten  $10 \text{ m/s}$ .

Hur långt hade föremålet fallit då?

(1/0/0)

$$v = 10 \Rightarrow s = \frac{10^2}{19,64} = 5,09 \text{ m}$$

b) Vilken hastighet får ett föremål som släpps från 10 meters höjd?

(0/1/0)

"Manuellt"  $s = 10 \Rightarrow 10 = \frac{x^2}{19,64}$

Man löses "manuellt" eller via "Lös"

"Lös"  $x \approx 14 \text{ m/s}$

"Manuellt"  $10 = \frac{x^2}{19,64} [\cdot 19,64]$

$196,4 = x^2 [\sqrt{\quad}]$

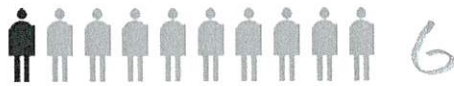
$x = \sqrt{196,4} \approx 14 \text{ m/s}$

D6. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(1/1/0)

### Mobiltelefonanvändning i världen

År 1999 använde 1 av 10 personer mobiltelefon.



År 2009 hade mobiltelefonanvändningen ökat till 2 av 3 personer.



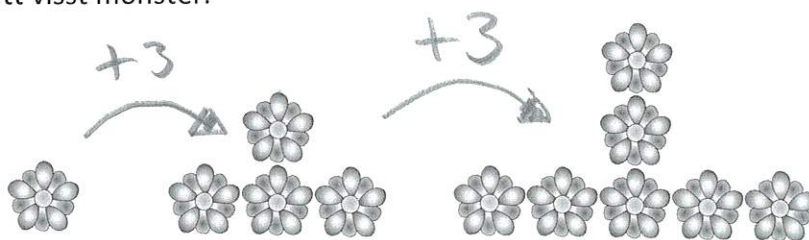
Med hur många procent ökade mobiltelefonanvändningen mellan år 1999 och år 2009?

$$F = \frac{N}{G} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{1}{10}\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{1} = \frac{20}{3} \approx 6,67$$

$$F = 6,67 \Rightarrow +567\%$$

D7. I bilden nedan visas ett antal figurer uppbyggda av blommor.

Dessa följer ett visst mönster.



Figur Nr.

1

2

3

Antag att mönstret fortsätter på samma sätt.

Vilket är det största figurnummer som går att bygga med 220 blommor?

(1/1/0)

Figur noll:  $-2$

Formel:  $-2 + 3n$

$$220 \text{ blommor} \Rightarrow 220 = -2 + 3n$$

$$\text{"Lös"} \Rightarrow n = 74$$

- D8. Världshandelspriset på kaffe har varierat över åren.  
Mellan år 2014 och 2015 skedde en uppgång. Priset år 2015 var 182 £ (brittiska pund)  
Det motsvarande en ökning på 56,7 % jämfört med år 2014.



Vad var världshandelspriset på kaffe 2014?

(0/2/0)

OBS! En ökning på 56,7% från år 2014 till 2015 innebär INTE minskning på 56,7% från 2015 till 2014

I stället gäller:  $G = \frac{N}{F} = \frac{182}{1,567} = 116,15 \text{ £}$

- D9. Banky vill låna 100 000 kr som ska betalas tillbaka på ett år och får följande förslag från två olika banker: ← Ett år = 12 mån

Bank 1: Ett lån där varje månad kostar lika mycket, 9500 kr/mån

Bank 2: **Rak amortering** med en amortering varje kvartal. med den konstanta kvartalsräntan 6 % för varje kvartal.

Banky har ingen aning om vilken av bankerna hon ska välja.

Hjälp henne reda ut vilket lån som blir billigast för henne.

(1/3/0)

Bank 1:  $9500 \text{ kr/mån} \cdot 12 \text{ mån} = 114\,000 \text{ kr} \Rightarrow 14\,000 \text{ kr}$  i ränta

Bank 2: En amortering =  $\frac{100\,000}{4} = 25\,000 \text{ kr}$

Arbetningsplan

(kun göras med kalkylblad)

	Kvar	Ränta (= 0,06 · kvar)
1	100000	6000
2	75000	4500
3	50000	3000
4	25000	1500

Total ränta: 15000 kr

Bank 1 blir totalt 1000 kr billigare.

D10. De fyra syskonen Arne, Bodil, Carmen och Desirée har köpt in andelar i en gemensam sommarstuga.

Inköpet är totalt 650 000 kr, och andelarna fördelades enligt följande:

Arne och Bodil har tillsammans stått för 300 000 kr.

Bodil har betalat 3 gånger så mycket som Arne.

Carmen har betalat hälften av vad Bodil har gjort.

Hur mycket har Desirée betalat?

(1/3/0)

$$\begin{aligned} A: x & \Rightarrow A + B = 300000 \Rightarrow 4x = 300000 \\ B: 3x & \\ C: 3x/2 & \end{aligned}$$

$$D: \text{Resten, dvs } 650000 - A - B - C$$

$$\text{Med } x = 75000 \text{ gäller: } \begin{aligned} A &= 75000 \text{ kr} & B &= 225000 \text{ kr} \\ C &= 112500 \text{ kr} \end{aligned}$$

$$\text{Desirée har betalat: } 650000 - 75000 - 225000 - 112500 = 237500 \text{ kr}$$

D11. Befolkningen i en viss region har fördubblats på 20 år.

Hur många procent har befolkningen i regionen ökat i genomsnitt varje år?

(0/2/0)



$$N = G \cdot F^{\text{tid}}$$

$$\text{"Fördubblats"} \Rightarrow N = 2 \cdot G$$

$$2 \cdot G = G \cdot F^{\text{tid}}$$

$$2 = F^{\text{tid}}$$

$$2 = x^{20}$$

Om  $x$  är den årliga för. faktorn och  $\text{tid} = 20$  år gäller:

$$\text{"Lös"} \Rightarrow x = \sqrt[20]{2} \approx 1,035$$

$$\Rightarrow \text{ökning med } 3,5\%/\text{år}$$

D12. Figuren visar ett kalkylblad där tanken är att man ska kunna mata i ett låns storlek, antal årliga amorteringar och lånets räntesats i cellerna B1 t.om B3.

Det ska då beräknas en avbetalningsplan.

I figuren visas ett exempel med lånets storlek 300 000 kr, 5 årliga amorteringar och räntesatsen 5,5 %

F3       $\downarrow$  | fx |

	A	B	C	D
1	Lånets storlek	300000		
2	Antal årliga amorteringar	5		
3	Räntesats ( % )	5,5		
4				
5		Amortering Nr	Kvar av lånet	Totalt att betala vid tillfället (Amortering + Ränta)
6		1	300000	76500
7		2	240000	73200
8		3	180000	69900
9		4	120000	66600
10		5	60000	63300
--				

a) I cell D6 ska totala summan som ska betalas vid första tillfället beräknas, dvs en amortering och det årets ränta.

Ge ett förslag på en **formel** som ska stå i cell D6

(1/2/0)

$$= \frac{B1}{B2} + \frac{B3 \cdot C6}{100}$$

(Denna formel är dock ej lämplig för autofyll)

b) Om lånets storlek byts till 500 000 kr och antal amorteringar byts till 20, samt räntesatsen byts till 6,5 % kommer värdena att uppdateras.

Skapa ett kalkylblad, använd autofyllverktyget samt kommandot "Summa" för att bestämma summan av alla 20 betalningar.

(0/1/2)

Se nästa sida för formlerna.

Ska autofyll användas är det viktigt att tänka på vilka celler som inte ska ändras, dvs läsas fast med \$

Den nya summan blir: 841250 kr

D12b)

## Formlerna till kalkylbladet



	A	B	C	D
1	Lånets storlek	500000		
2	Antal årliga amorteringar	20		
3	Räntesats ( % )	6.5		
4				
5		Amortering Nr	Kvar av lånet	Totalt att betala vid tillfället
6		1	=B1	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C6
7		=B6 + 1	=C6 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C7
8		=B7 + 1	=C7 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C8
9		=B8 + 1	=C8 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C9
10		=B9 + 1	=C9 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C10
11		=B10 + 1	=C10 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C11
12	Autofyll →	=B11 + 1	=C11 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C12
13		=B12 + 1	=C12 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C13
14		=B13 + 1	=C13 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C14
15		=B14 + 1	=C14 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C15
16		=B15 + 1	=C15 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C16
17		=B16 + 1	=C16 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C17
18		=B17 + 1	=C17 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C18
19		=B18 + 1	=C18 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C19
20		=B19 + 1	=C19 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C20
21		=B20 + 1	=C20 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C21
22		=B21 + 1	=C21 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C22
23		=B22 + 1	=C22 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C23
24		=B23 + 1	=C23 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C24
25		=B24 + 1	=C24 - B\$1 / B\$2	=B\$1 / B\$2 + B\$3 / 100 C25
26				
27			Summan	= Summa(D6:D25)

D6  
till  
D25

"Summa" -kommandot fungerar genom att man skriver =Summa följt av de celler som ska summeras skrivet som (Start:Slut). I detta fall från D6 till D25

D12b

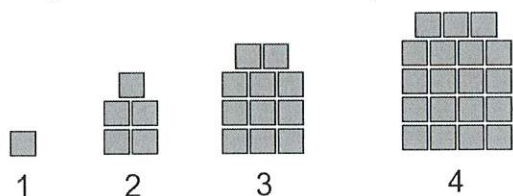
## Resultaten av formlerna



	A	B	C	D	E
1	Lånets storlek	500000			
2	Antal årliga amorteringar	20			
3	Räntesats ( % )	6.5			
4					
5		Amortering Nr	Kvar av lånet	Totalt att betala vid tillfället	
6		1	500000	57500	
7		2	475000	55875	
8		3	450000	54250	
9		4	425000	52625	
10		5	400000	51000	
11		6	375000	49375	
12		7	350000	47750	
13		8	325000	46125	
14		9	300000	44500	
15		10	275000	42875	
16		11	250000	41250	
17		12	225000	39625	
18		13	200000	38000	
19		14	175000	36375	
20		15	150000	34750	
21		16	125000	33125	
22		17	100000	31500	
23		18	75000	29875	
24		19	50000	28250	
25		20	25000	26625	
26					
27			Summan	841250	
28					



D13. Figuren nedan visar ett antal figurer som byggs upp av rutor enligt ett visst mönster. Antag att mönstret fortsätter på samma sätt.



Det finns ingen figur som har exakt 400 rutor, men om man vill bygga en så stor figur som möjligt av 400 rutor –

Vad blir i sådana fall dess figurnummer, och hur många rutor blir över?

(0/1/2)

Figurenna består av en kvadrat med en "hatt".

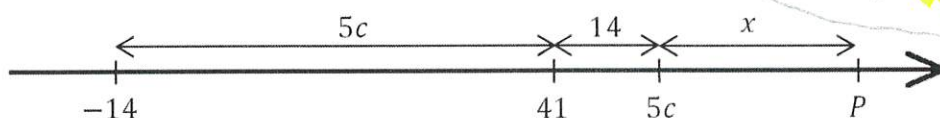
Hattens antal är hela tiden figurnumret - 1

Totalt:  $n^2 + (n-1)$  "LÖS":  $n = 19,53$

400 rutor  $\Rightarrow n^2 + n - 1 = 400$   
(kan lösas algebraiskt i ma2)

Figur 19 är största möjliga. Den kräver 379 st  $\Rightarrow$  21 st över.

D14. Bilden visar en tallinje indelad i tre delsträckor.



För punkten  $P$  gäller att dess koordinat ges av  $P = (c - 2)^2$

Bestäm värdet av kvoten  $\frac{c}{x}$

(0/1/2)

Enligt bilden gäller att  $5c$  är avståndet mellan 41 och  $-14 \Rightarrow 5c = 41 - (-14)$   
 $c = 11$

$$\Rightarrow P = (c - 2)^2 = (11 - 2)^2 = 81$$

$x$  är avståndet mellan 81 och 55

$$\Rightarrow x = 81 - 55 = 26$$

$$\Rightarrow \text{kvoten } \frac{c}{x} = \frac{11}{26}$$

D15. På ett konditori säljs tre sorters bakverk: Brownies, Bullar och Biskvier.  
En bulle kostar 15 kr.

Tre brownies, två bullar och en biskvi kostar 75 kr och  
en brownie och två biskvier kostar 30 kr.

Inge Mätt vill nu veta vad en brownie och en biskvi kostar var för sig.

Hjälp Inge ta reda på detta utifrån informationen ovan.

(0/1/1)

Om priset på brownies kallas  $x$  och  
priset på biskvier kallas  $y$  gäller:

$$3 \cdot x + 2 \cdot 15 + 1 \cdot y = 75$$

$$1 \cdot x + \quad \quad \quad 2 \cdot y = 30$$

(brownies) (bullar) (biskvier)

För att lösa detta, lös ut  $y$  ur  
nedre  $\Rightarrow y = 15 - 0,5x$

Det innebär att första ekv blir:

$$3x + 30 + 15 - 0,5x = 75$$

"Lös"  $\Rightarrow x = 12$

Med  $x$  känt kan  $y$  bestämmas!

$$y = 15 - 0,5 \cdot 12 = 9$$

$\Rightarrow$

Brownie: 12kr

Biskvi: 9kr

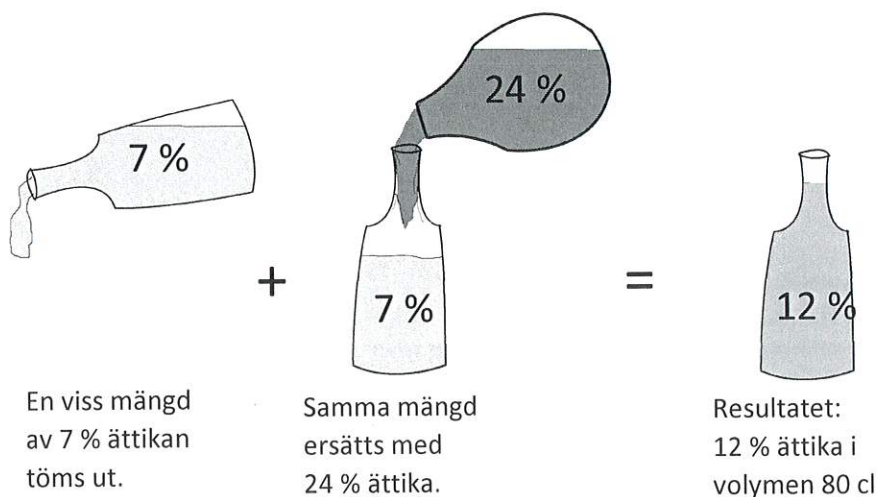
D16. En handlare vill tillverka en blandning av ättiksprit där andelen ättika ska vara 12 %  
 Detta ska ske i en flaska med volymen 80 cl.  
 Som utgångspunkt används en flaska med volymen 80 cl där andelen ättika är 7 %, och en flaska med 24 % ättika.  
 Se figur till höger.



7 % ättika,  
80 cl

24 % ättika,  
> 80 cl

Figurerna nedan visar hur det är tänkt att gå till.



Hur mycket av flaskan med 24 % ättika ska ersätta flaskan med 7 % för att uppnå de 12 % ättika som den färdiga ättikspriten ska ha?

(0/0/2)

Volymen som byts ut:  $x$  cl

För ättikan, gäller: Ättika från början - Ättikan som hälls ut + Ättikan som tillsätts = Efteråt

$$0,07 \cdot 80 - 0,07 \cdot x + 0,24x = 0,12 \cdot 80$$

"Lös"  $\Rightarrow x \approx 23,53$  cl