

Namn: _____

FACIT

Prov, kapitel 3 och 4

Uttryck, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler, Funktionsbegreppet – algebraiskt och grafiskt, Definitions- och värdemängd, Linjära funktioner, Exponentialfunktioner

Del 1a – Utan digitala hjälpmedel – Endast svar krävs!

1. Förenkla uttrycket $4 + 2(x + 5) - 4x$ så långt som möjligt

Svar: 14 - 2x (1/0/0)

2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

- a) Lös olikheten $3x + 13 < 7$

Svar: $x < -2$ (1/0/0)

- b) Vilket eller vilka av följande x -värden uppfyller olikheten $3x + 13 < 7$?

- A -7
B -6
C -2
D 2
E 6
F 7

Svar: A, B (1/0/0)

3. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x - 4$

- a) Bestäm värdet av $f(6)$

Svar: 8 (1/0/0)

- b) Lös ekvationen $f(x) = -6$

Svar: $x = -1$ (1/0/0)

- c) Förenkla $\frac{f(a+3)}{2}$

$$\begin{aligned} &= \frac{2(a+3) - 4}{2} \\ &= \frac{2a + 6 - 4}{2} \end{aligned}$$

Svar: $a + 1$ (0/0/1)

4. Bo Billigt har satt in 10 000 kr på ett bankkonto med den fasta räntan 5 %.
Nu undrar Bo hur länge det dröjer innan pengarna på kontot ökat till 15 000 kr.

Vilken av ekvationerna A – F nedan kan användas för att svara på Bos fråga?

A: $10000 + 1,05x = 15000$

B: $10000 \cdot 1,05^x = 15000$

C: $10000 \cdot x^{1,05} = 15000$

D: $10000 \cdot 1,05x = 15000$

E: $10000 + 1,05^x = 15000$

F: $10000 + x^{1,05} = 15000$

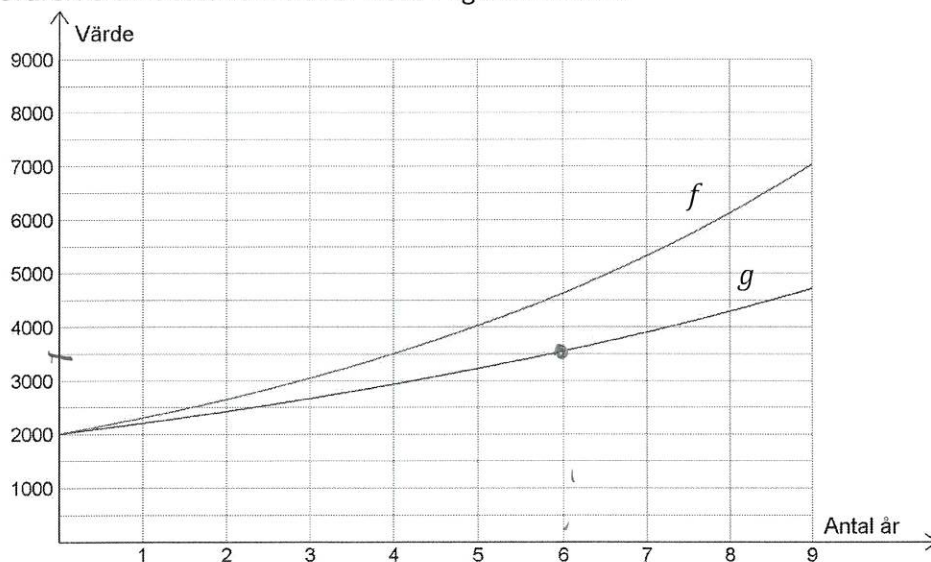
Svar: B

(0/1/0)

5. Värdet på ett fondkonto väntas följa två olika prognoser,
dels en ökning med 10 % per år och dels en ökning med 15 % per år.

De båda prognoserna beskrivs av funktionerna f och g , där x beskriver
antalet år som gått sedan en insättning gjorts på respektive fondkonto.

Graferna till dessa funktioner visas i figuren nedan.



- a) Ungefär hur stort är värdet hos fonderna efter 6 år om den
årliga ökningen är 10 %?

Svar: ~3500 kr

(1/0/0)

- b) Ta fram ett funktionsuttryck för funktionen f

Svar: $f(x) = 2000 \cdot 1,15^x$

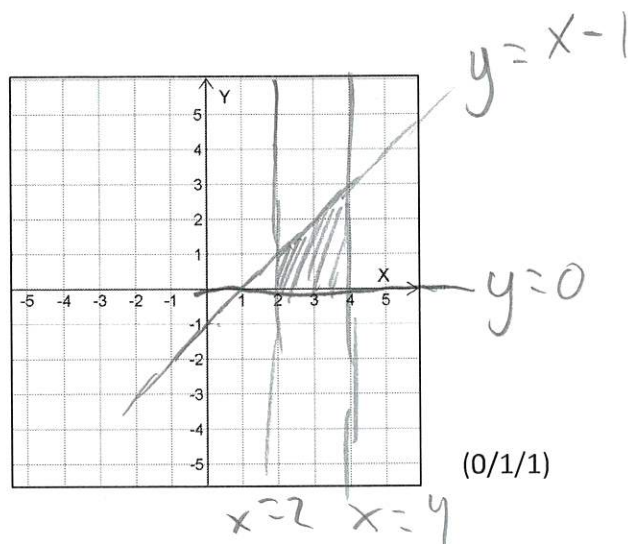
(0/1/0)

6. Figuren till höger visar ett koordinatsystem.

Markera i detta koordinatsystem det område som beskrivs av de båda olikheterna nedan

$$2 \leq x \leq 4$$

$$0 \leq y \leq x - 1$$



7. Mattias har M stycken legobitar.

Om Jenny hade gett 100 legobitar till Mattias hade de båda haft lika många legobitar.

Skriv ett uttryck för hur många legobitar Jenny har.

Svar: $M + 200$ (0/0/1)

8. Glasskiosken "Glass Vegas" marknadsför sig själva med "Köp glass i stora lass!".

Man kan där köpa en jättestrut med en kula för 33 kr, och motsvarande strut med två kulor för 42 kr.

Ta fram en funktion, K , som beskriver vad det skulle kosta att köpa en jättestrut med x stycken kulor.

Svar: $K(x) =$ $27 + 9x$ (0/1/1)

Del 1b – Utan digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs!

9. Lös ekvationen $\frac{x}{5} - 5 = 15$

[+5]

(2/0/0)

$$\frac{x}{5} = 20 \quad [\cdot 5]$$

$$x = 100$$

10. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I en biltidning kan man läsa en undersökning om hur mycket det bullrar i bilar vid olika hastigheter. Bullernivån $L(v)$ decibel är en funktion av bilens hastighet v km/h.

a) Förklara vad $L(90) = 70$ betyder med ord.

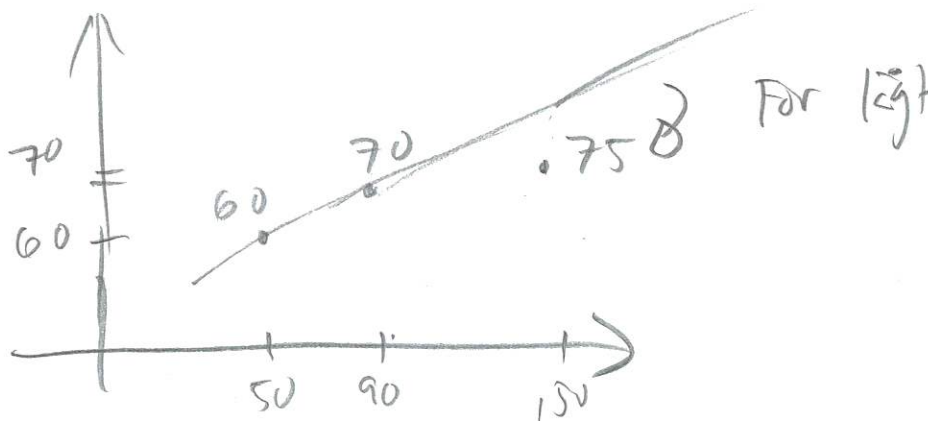
(1/1/0)

När $v = 90 \text{ km/h}$ är $L = 70 \text{ dB}$

b) För en viss bil gäller att $L(50) = 60$, $L(90) = 70$ samt $L(150) = 75$.
Är detta en linjär funktion? Motivera ditt svar.

(0/2/0)

Nej



11. Lös ekvationen. Svara exakt!

(0/3/0)

$$\frac{x+2}{4} - \frac{3+x}{3} = 2x$$

$$\frac{3(x+2) - 4(3+x)}{12} = 2x \quad [\cdot 12]$$

$$3(x+2) - 4(3+x) = 24x$$

$$3x+6-12-4x=24x$$

$$-x-6=24x$$

$$-6=25x$$

$$[+x] \quad x = -\frac{6}{25}$$

12. Lös ut V ur sambandet nedan

(0/1/2)

$$\frac{V^2}{V^2+b} = \pi \quad [\cdot (V^2+b)]$$

$$V^2 = \pi \cdot (V^2+b)$$

$$V^2 = \pi V^2 + \pi b \quad [-\pi V^2] \quad \xrightarrow{[A\pi]} \triangle$$

$$V^2 - \pi V^2 = \pi b$$

$$\frac{V^2}{\pi} = V^2 + b \quad [-V^2]$$

$$V^2(1-\pi) = \pi b$$

$$\frac{V^2}{\pi} - V^2 = b$$

$$V^2 = \frac{\pi b}{1-\pi} \quad [-\sqrt{\quad}]$$

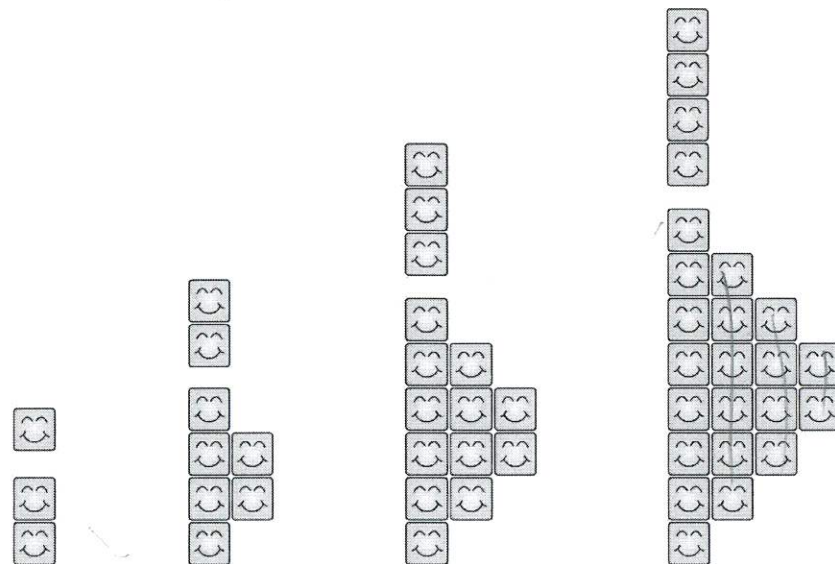
$$V^2 \left(\frac{1}{\pi} - 1 \right) = b$$

$$V = \sqrt{\frac{\pi b}{1-\pi}}$$

$$V^2 = \frac{b}{\frac{1}{\pi} - 1}$$

$$V = \sqrt{\frac{b}{\frac{1}{\pi} - 1}}$$

13. I bilden nedan visas figurserien "lilla b". Den är uppbyggd av "glada rutor" som tillsammans utgör bokstaven b enligt ett visst mönster.



Figur Nr.

1

2

3

4

Anta att mönstret fortsätter på samma sätt.

- a) Hur många "glada rutor" finns i figur nummer 5?

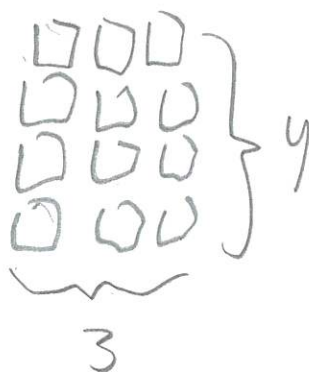
(0/1/0)

5
10 8 6 4 2 35 st

- b) Ta fram en formel för antalet "glada rutor" i figur n

(0/1/3)

Fig 3:



$\Rightarrow$

Basen = n
Höjden = $n+1$

$$n \cdot (n+1)$$

Toppen = n

$$\text{Tot: } n(n+1) + n = n^2 + 2n$$

Prov, kapitel 3 och 4

Uttryck, Ekvationer, Linjära olikheter, Lösa ut variabler, Mönster och formler, Funktionsbegreppet – algebraiskt och grafiskt, Definitions- och värdemängd, Linjära funktioner, Exponentialfunktioner

Del 2 – MED digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs (om inte annat anges)!

D1. Lös ekvationen $\frac{x^3}{8} = 8$

(1/0/0)

Endast svar krävs!

Lös $\Rightarrow x = 4$

D2. Bilden nedan visar ett mönster som är uppbyggt av coola katter.



0

Figur Nr.

1

2

3

Anta att mönstret fortsätter på samma sätt.

a) Hur många coola katter finns i figur 5?

(1/0/0)

Endast svar krävs!

12 st

b) Ta fram en formel för antalet coola katter i figur n

(2/0/0)

$B = 2 + 2n$

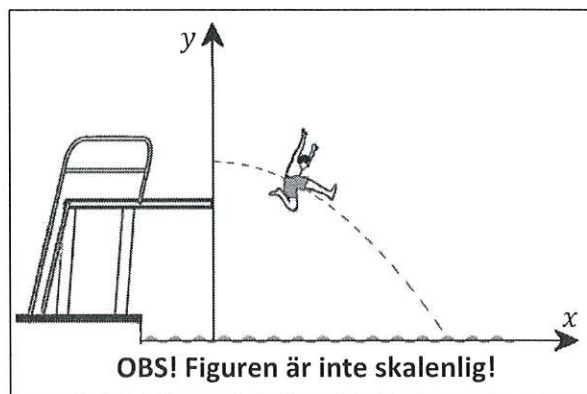
- D3. Svante Simhopp hoppar från ett mindre hopptorn ned i en vattenbassäng.

Hoppet kan beskrivas av modellen

$$h = -0,6x^2 + 3,5$$

h är antal meter över vattnet

x är antal meter längs vattnet



- a) Hur högt över vattnet är Svante efter att hoppat 1 meter längs vattnet?

(1/0/0)

Endast svar krävs!

$$h(1) = 2,9 \text{ m}$$

- b) Hitta den positiva lösningen till ekvationen $h = 0,5$, och tolka vad den innebär för Svante och hans simhopp.

(2/1/0)

$$\text{Lös } (h = 0,5) \Rightarrow x = 2,24$$

$\Rightarrow$ När Svante hoppat 2,24 m "framåt" har han höjden 0,5 m över vattnet

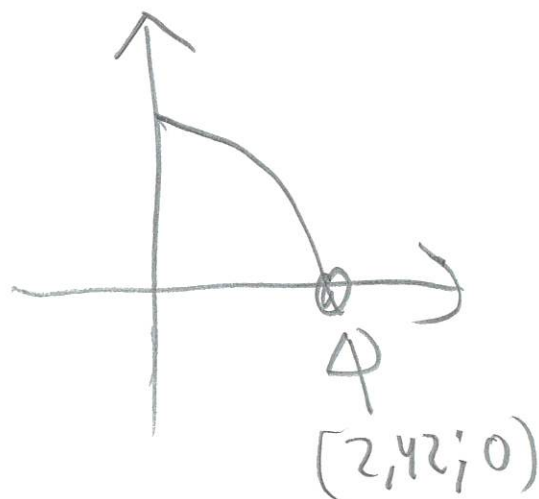
- c) Bestäm definitionsmängden för funktionen.

(0/2/0)

Värdemängd: "höjden kan inte vara negativ"

$$0 \leq y \leq 3,5$$

Def mängd: $0 \leq x \leq 2,42$
"Hoppet sker framåt"



- D4. Vid en tidigare uppgift förekom Inge Vikt och dennes bantning.
Funktionen $I(x) = 111,3 - 0,67x$ beskriver Inges vikt x veckor efter att bantningskuren startade.

Inge har en syster, Viktoria Vikt, som påbörjade en bantningskur samtidigt som Inge.

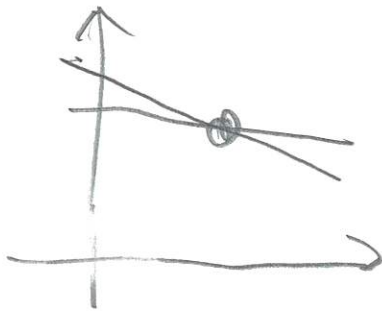
Efter 10 veckor i kuren väger Viktoria 107 kg.

Efter ytterligare 5 veckor väger Viktoria 103 kg.

Anta att Viktorias viktförändring kan beskrivas med en *linjär funktion*, $V(x)$ där x är antalet veckor som bantningskuren pågått.

Efter hur lång tid väger de båda syskonen lika mycket?

(0/2/1)



Viktoria: $V(10) = 107$
 $+5 \rightarrow V(15) = 103$
 $\downarrow -4$
 $-0,8 \text{ kg / vecka}$

$$V(0) = 107 + 8 = 115$$

$$V(x) = 115 - 0,8x$$

Skärning $\Rightarrow (28,46; 92,23) \Rightarrow \sim 28,5$
veckor

- D5. I en viss region har befolkningen ökat från att år 2000 vara 150 000 till att år 2010 vara 180 000.

Anta att antalet invånare i regionen kan beskrivas med en **exponentialfunktion**.

Hur många väntas det bo i regionen år 2020?

(0/2/1)

$$f(x) = C \cdot a^x$$

$$f(0) = 150\,000$$

$$f(10) = 180\,000$$

$$F = \frac{180\,000}{150\,000} = 1,2$$

$$\Rightarrow f(x) = 150\,000 \cdot 1,0184^x$$

$$f(20) = \underline{\underline{216\,000 \text{ st.}}}$$

$$a = \sqrt[10]{1,2} = 1,2^{1/10} \approx 1,0184$$

D6. Figuren visar grafen till funktionen f .

a) Lös ekvationen $f(x) = 2$

Endast svar krävs!

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 4$$

b) Lös olikheten $f(x) > 0$

Endast svar krävs!

Alla x mellan

2 och 5 ($\Rightarrow$)

$$2 < x < 5$$

c) Undersök om det stämmer att

$$f(3 - 2) = f(3) - f(2)$$

$$f(3 - 2) = f(1) = -4$$

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \\ f(2) &= 0 \end{aligned} \Rightarrow 2 - 0 = 2$$

$$-4 \neq 2$$

Nej, det stämmer ej

d) Bestäm de värden på talet a som gör att $f(2a) = -4$

(0/1/1)

Endast svar krävs!

$$f(1) = -4$$



$$2a = 1 \Rightarrow a_1 = 0,5$$

$$f(6) = -4$$



$$2a = 6 \Rightarrow a_2 = 3$$

e) Funktionen f får värdemängden $-4 \leq y \leq 2,25$ om dess definitionsmängd är $a \leq x \leq 6$

Bestäm alla möjliga värden på talet a

(0/0/2)

Om värdemängden ska vara
-4 till 2,25 måste toppen finnas kvar



Hur mycket som krävs av
vänstersidan är dock inte
viktigt

$$\Rightarrow 1 \leq a \leq 3,5$$

