

Namn: FACIT

Prov, kapitel 5 och 6

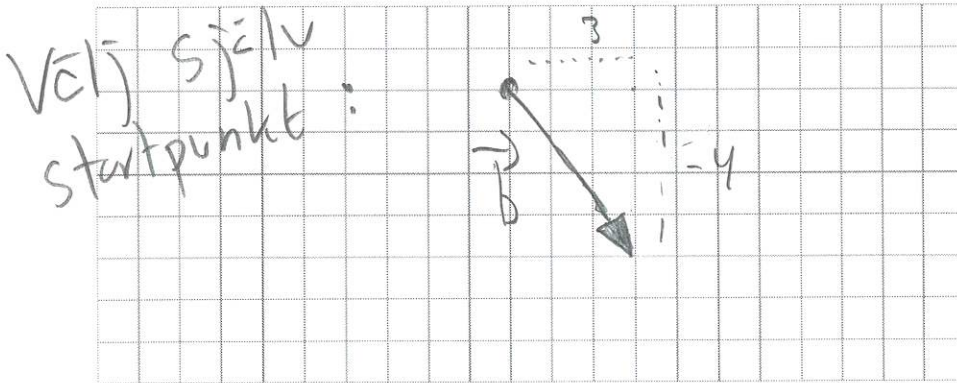
Implikation och ekvivalens, Vektorer, Vinklar, Trigonometri, Geometri och algebra,
"Tärningsdiagram", Träddiagram, Diagram och tabeller, Missvisande statistik

Del 1a – Utan digitala hjälpmedel – Endast svar krävs!

1. För vektorerna $\vec{a}$ och $\vec{b}$ gäller att $\vec{a} = (-1, 6)$ och $\vec{b} = (3, -4)$.

- a) Rita vektorn $\vec{b}$ i rutsystemet nedan.

(1/0/0)



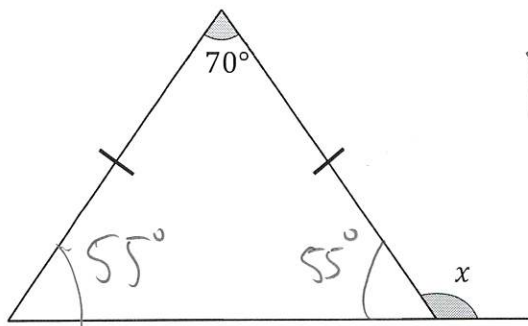
- b) Bestäm **resultanten** av $\vec{a}$ och $\vec{b}$.
Svara i koordinatform!

Resultanten = Summan =
 $(-1, 6) + (3, -4) = (2, 2)$

Svar: (2, 2)

(1/0/0)

2. Figuren nedan visar en likbent triangel och en av dess yttervinklar



Basvinklarna är lika stora:
 $\frac{180 - 70}{2} = 55^\circ$

Yttervinkeln = $180 - 55^\circ = 125^\circ$

Bestäm storleken på yttervinkeln, x

Svar: $x = 125^\circ$

(1/0/0)

3. I en burk ligger åtta lika stora karameller.
Minst två är röda och minst tre är gröna.
En karamell tas slumpvis upp ur burken.

Vilka av alternativen nedan visar möjliga värden på sannolikheten att karamellen som tas upp är röd?

Ringa in ditt/dina svar

(1/1/0)

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$0,60$$

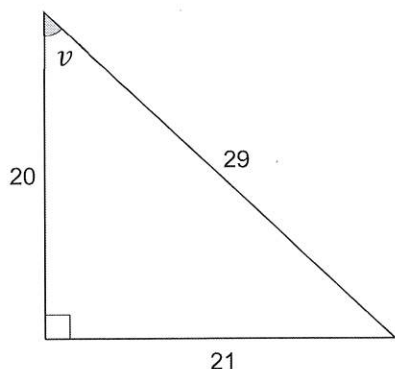
$$0,5 = \frac{4}{8}$$

4. Nedan visas fem par av påståenden markerade med I – V.
Avgör för vart och ett av paren vilken av de tre matematiska symbolerna $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$ eller $\Leftarrow$ som ska in i rutan mellan påståendena.

(1/2/0)

I	Vektor $\vec{v} = (6,8)$	$\Rightarrow$	Vektor $\vec{v}$ har längden 10	"Det finns andra vektorer med längden 10, ex $(-6,8)$ "
II	Triangel T har en rät vinkel	$\Rightarrow$	Triangel T har två spetsiga vinklar	"En rätvinklig triangel har alltid 2 spetsiga, men inte tvärtom"
III	Pekka springer 5 km på 30 min	$\Leftrightarrow$	Pekkas medelhastighet vid löpning är 10 km/h	" $v = \frac{s}{t} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ km/h}$ "
IV	$x^2 = 9$	$\Leftarrow$	$x = 3$	" $x^2 = 9$ kan också innebära att $x = -3$ "
V	Triangel T är likbent	$\Leftarrow$	Triangel T har vinklarna 40° , 40° och 100°	"Det finns andra vinkelkomb. hos en likbent triangel, men har en triangel 40° , 40° och 100° måste den vara likbent"

5. Figuren visar en rätvinklig triangel med en vinkel, v , angiven.



Ur vinkel v 's perspektiv gäller:



$$\cos(v) = \frac{\text{När}}{\text{Hyp}} = \frac{20}{29}$$

$$\sin(v) = \frac{\text{Mot}}{\text{Hyp}} = \frac{21}{29}$$

Bestäm värdet av $\cos(v) - \sin(v)$

$$= \frac{20}{29} - \frac{21}{29}$$

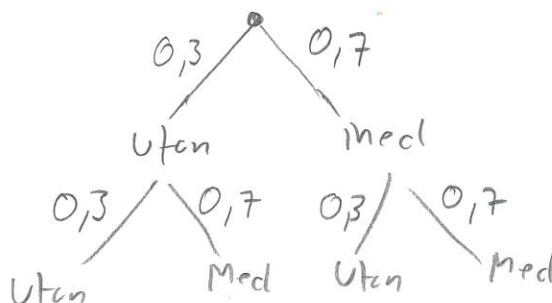
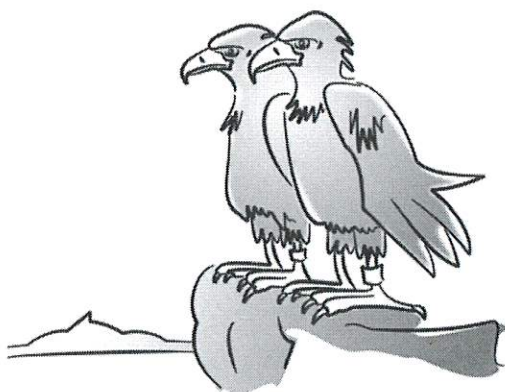
Svar:

$$-\frac{1}{29}$$

(0/1/0)

6. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Sveriges största rovfågel är havsörnen. Uppskattningsvis 70 % av de svenska havsörnarna är ringmärkta. Havsörnar som lever i par håller under hela sin livslängd ihop med samma partner.



a) Beräkna sannolikheten att ett havsörnspar består av två ringmärkta fåglar. $\triangle 0,7 \cdot 0,7$

Svar: 0,49 = 49%

(1/0/0)

$P(\text{utan}, \text{med})$

b) Beräkna sannolikheten att ett havsörnspar består av en ringmärkt och en omärkt fågel.

$$P(\text{utan}, \text{med}) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$$

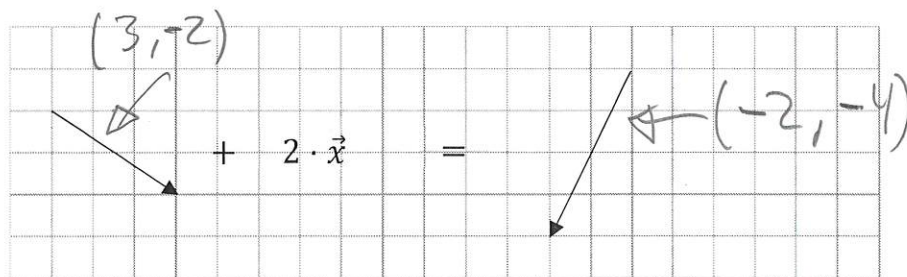
$$P(\text{med}, \text{utan}) = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21$$

Svar: 0,42 = 42%

$P(\text{med}, \text{utan})$

(0/1/0)

7. Bestäm den vektor $\vec{x}$ som löser ekvationen nedan.

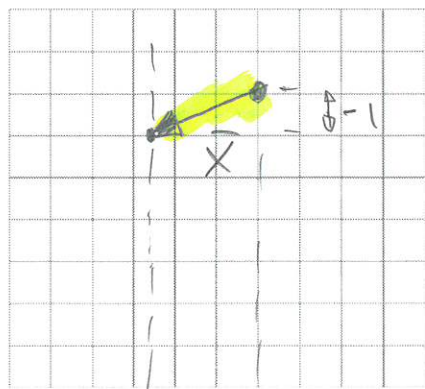


$$\begin{aligned} (3, -2) \\ + \\ 2 \cdot (x, y) \\ = (-2, -4) \end{aligned}$$

Svara, **antingen** grafiskt i rutan nedan, **eller** i koordinatform på svarsraden

(0/0/1)

Svar:



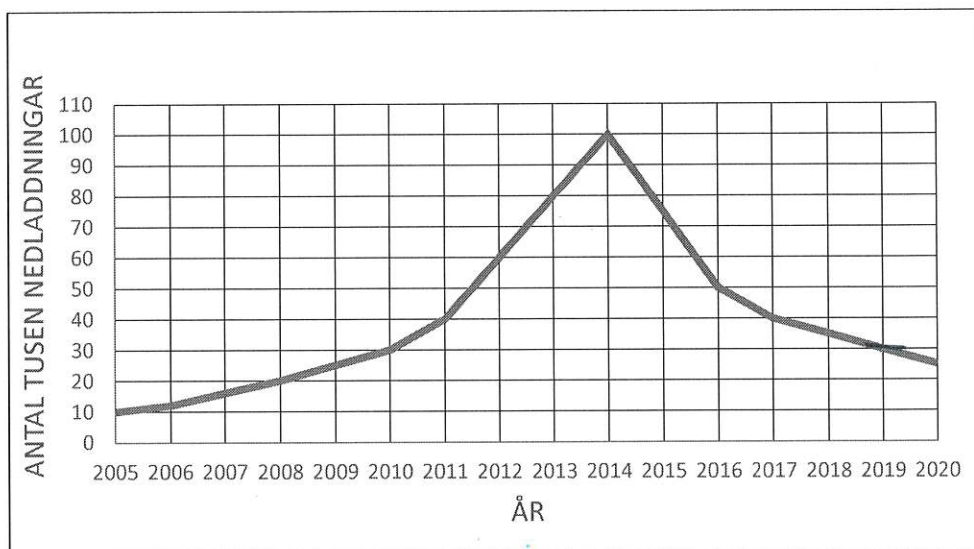
$$\begin{aligned} 3 + 2x &= -2 \\ x &= -2,5 \\ -2 + 2y &= -4 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$\vec{x} = (-2,5, -1)$

$-2,5$

Del 1b – Utan digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs!

8. Diagrammet nedan visar antal tusen nedladdningar av (den ev påhittade) appen "Koka knäck" mellan åren 2005 till 2020.



- a) Hur många nedladdningar skedde år 2019?

(1/0/0)

Endast svar krävs!

30 på y-axeln $\Rightarrow$ 30 000 st.

- b) Hur många fler nedladdningar hade appen det år den hade som flest nedladdningar jämfört med det år den hade som minst antal nedladdningar?

(1/0/0)

Flest: År 2014 $\Rightarrow$ 100 000 st
 minst: År 2005 $\Rightarrow$ 10 000 st $\Rightarrow$ 90 000 st fler

- c) Ztatte Steak tittar på diagrammet och genomför beräkningen nedan

$$\frac{30000 - 100000}{2019 - 2014} = -14000$$

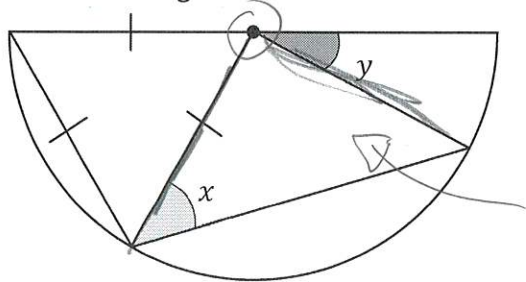
-70000
5

Tolka vad Ztattes beräkning innebär.

(0/2/0)

Under åren 2014 till 2019 minskade antalet nedladdningar med 70 000, dvs i genomsnitt med 14 000 per år

9. Figuren visar en halvcirkel, i vilken en *liksidig triangel* tillsammans med en annan triangel ritats in.



Visa att $y = 2x - 60^\circ$

Triangeln måste vara liksidig då två av benen är radien till halvcirkeln.

(1/3/0)

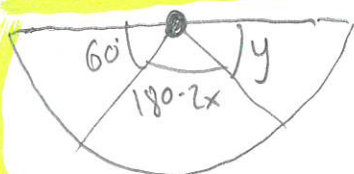


Lijsidig $\Rightarrow$ Alla vinklar $= 60^\circ$



Toppvinkeln $= 180 - 2x$

Basvinklarna lika



$$60^\circ + (180^\circ - 2x) + y = 180 \Rightarrow$$

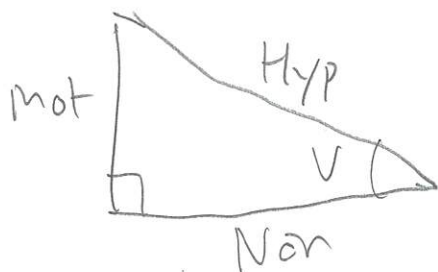
$$y = 2x - 60 \quad \text{vsv}$$

10. Tina Trigonometri ritar en rätvinklig triangel, och markerar en vinkel med v . Tina påstår sedan att

$$\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}$$

Har Tina rätt? Motivera ditt svar!

(0/1/1)



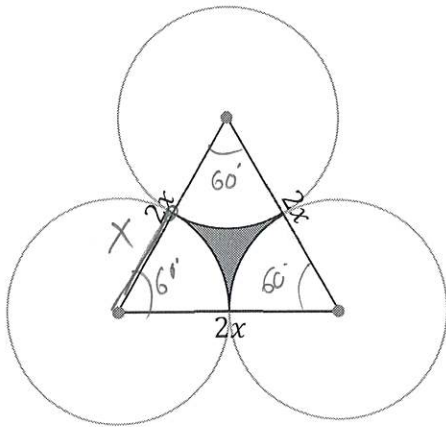
$$\sin(v) = \frac{\text{Mot}}{\text{Hyp}}$$

$$\cos(v) = \frac{\text{Nör}}{\text{Hyp}}$$

$$\frac{\sin(v)}{\cos(v)} = \frac{\frac{\text{Mot}}{\text{Hyp}}}{\frac{\text{Nör}}{\text{Hyp}}} = \left[\text{vänd på nämnaren} \right] = \frac{\text{Mot}}{\text{Hyp}} \cdot \frac{\text{Hyp}}{\text{Nör}} = \frac{\text{Mot}}{\text{Nör}}$$

Då både $\tan(v)$ och $\frac{\sin(v)}{\cos(v)}$ blir $\frac{\text{Mot}}{\text{Nör}}$ har Tina rätt.

11. Figuren visar en liksidig triangel med sidan $2x$.
I varje av triangelns hörn har en cirkel placerats så att cirkeln
tangerar (dvs precis snuddar) varandra.

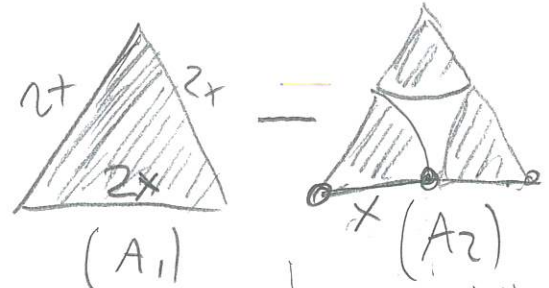


Visa att arean av det markerade området i mitten kan skrivas

$$A = x^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$$

(0/1/3)

Områdets area ges av



$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} =$



h ges ov Pyth. Satz
 $x^2 + h^2 = (2x)^2$
 $h^2 = 3x^2$
 $h = \sqrt{3x^2}$
 $= \sqrt{3} \cdot x$

Dessa tillsammans
motsvarar en
halvcirkel
med radie x

$$= \frac{2x \cdot \sqrt{3} \cdot x}{2} = \sqrt{3} x^2$$

$$A_2 = u \quad l_1 = \frac{\pi \cdot X^2}{2}$$

VSV.

$$A_1 - A_2 = \sqrt{3}x^2 - \frac{\pi x^2}{2} = \left[\begin{array}{c} \text{Bright ut} \\ x^2 \end{array} \right] = x^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$$