

Ekvationssystem – Lösning med digitala verktyg – Teori

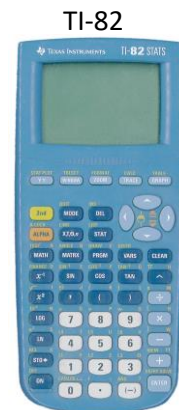
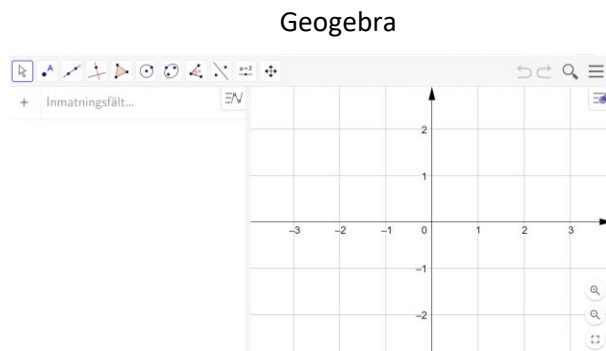
Denna fil är en fortsättning av tidigare teori om ekvationssystem som finns [här](#):

*Lösning
av ett
ekvations
system
med
digitala
verktyg.*

2) Lösning med digitala verktyg

Det finns flera sätt att lösa ekvationssystem med hjälp av digitala verktyg, och dessutom finns det flera digitala verktyg.

Här visas hur Geogebra och även hur grafräknare av typen TI-82 eller motsvarande kan användas för att lösa ekvationssystem.



Oavsett digitala verktyg kan samma princip som vid grafisk lösning användas, det vill säga att ekvationssystemet tolkas som linjer i ett koordinatsystem, och deras skärningspunkt motsvarar lösningen av ekvationssystemet.

Hur linjer ritas beror på typ av digitalt verktyg.

Först kommer avsnittet om Geogebra och därefter följer avsnittet om TI-82.

Geogebra

Ekvationssystem kan lösas på i huvudsak två sätt i Geogebra.

Den första metoden är att utgå från linjernas grafer och hitta skärningspunkten, via kommandot "Skärning" (a)

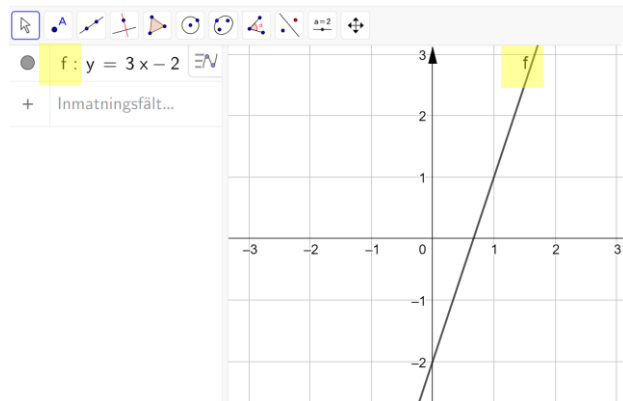
Den andra är att använda kommandot "Lös". (b)

a) Rita linjer i Geogebra.

Hur ritas
man linjer i
Geogebra?

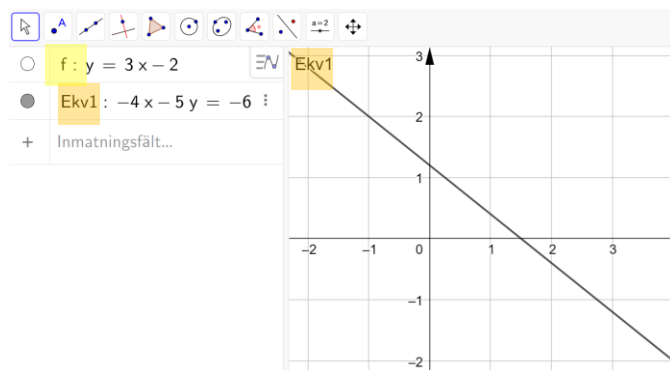
+ Inmatningsfält... Skriv in linjens ekvation i Inmatningsfältet

+ $y = 3x - 2$ Exempelvis:
 $y = 3x - 2$



När Enter trycks händer 2 saker...

- 1) Linjen får **ett namn** (i detta fall f)
- 2) Linjen ritas ut i koordinatsystemet.



Observera att det även går att rita ut linjer som inte är skrivna på formen $y = kx + m$, exempelvis $4x - 5y = -6$

Det görs på exakt samma sätt, och den enda skillnaden är att namnet på linjen då kommer att vara på formen "Ekv" snarare än en bokstav.

Då båda linjerna är inskrivna kan lösningen fås som skärningspunkten via kommandot **Skärning**

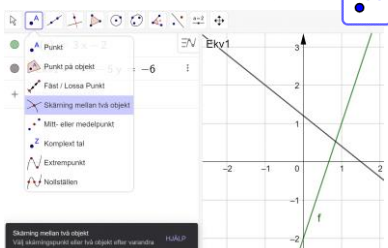
De båda linjerna som just ritades kan användas för att lösa ekvationssystemet

$$\begin{cases} y = 3x - 2 = 5 \\ -4x - 5y = -6 \end{cases}$$

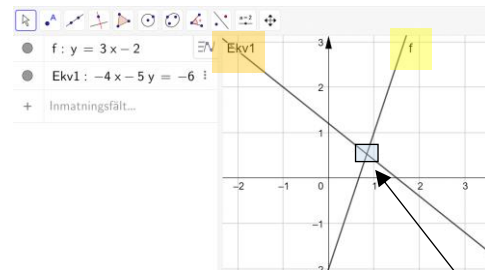
Hur löser
man
ekvations
system med
"Skärning"
i Geogebra?

Då linjerna ritats in kan skärningspunkten (dvs lösningen till ekvationssystemet) fås via kommandot **Skärning**.

Skärning kan antingen skrivas in i Inmatningsfältet, eller väljas via den andra menyn.



Klicka på **Skärning** mellan två objekt och sedan på de aktuella graferna



Om man hellre vill skriv direkt i inmatningsfältet. I så fall:

Skärning skrivs följt av en parentes med **grafernas namn**, åtskilda med ett kommatecken

$$\text{Skärning}(f, \text{Ekv1}) = (0.8421, 0.5263)$$

b) Lösa ekvationssystem med kommandot Lös eller NLös.

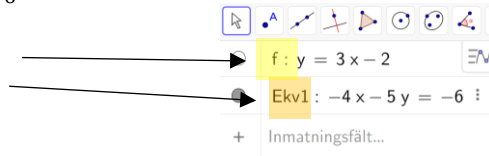
Kommandona *Lös* och *NLös* kan lösa både ekvationer och ekvationssystem. Skillnaden är att vid ett ekvationssystem behöver "måsvingar", { } användas för att tala om vilka ekvationer som ingår.

Se detaljer nedan:

Hur löser man ekvations system med "Lös" eller "NLös" i Geogebra?

$$\text{Ekvationssystemet } \begin{cases} y = 3x - 2 = 5 \\ -4x - 5y = -6 \end{cases}$$

Det innebär att de får varsitt namn.



För att lösa ekvationssystemet skriv:

Lös({ Den första ekvationens namn , Den andra ekvationens namn })

$$\begin{aligned} & \bullet f : y = 3x - 2 \\ & \bullet \text{Ekv1} : -4x - 5y = -6 \\ & \text{Lös}(\{f, \text{Ekv1}\}) \end{aligned}$$

För att skriva "måsvingarna", tryck Alt Gr och 7. Då skrivs både vänster och högervarianten.



Då Enter trycks kommer svaren, i exakt form eller som närmvärden.

För att växla mellan dessa tryck på den blåa ikonen i hörnet.

(Om man alltid vill ha närmvärden kan kommandot NLös användas istället för Lös)

$$\begin{aligned} m1 &= \text{Lös}(\{f, \text{Ekv1}\}) \\ &= \left(x = \frac{16}{19} \quad y = \frac{10}{19} \right) \\ m1 &= \text{NLös}(\{f, \text{Ekv1}\}) \\ &\approx \left(x = 0.8421 \quad y = 0.5263 \right) \end{aligned}$$

Miniräknaren

Hur löser man ekvations system med miniräknaren?

Det går att använda grafisk lösning via kommandot *Intersect* eller en matrislösning via *rref*.

Detaljer om dessa båda finns här:

[Grafisk lösning via miniräknaren](#)

[Matrislösning via miniräknaren](#)

Exempel: Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 4y = 5 \\ -3x - 2y = 10 \end{cases}$ med digitalt verktyg.

Lösning: Skriv in ekvationerna i Geogebra (eller miniräknarens matrisverktyg):

Notera att namnen inte skrivs in utan kommer först efter att Enter tryckts

Ekv1 : $x + 4y = 5$

Ekv2 : $-3x - 2y = 10$

Välj sedan Skärning eller Lös.

Notera även här att namnen (A = respektive m1 =) kommer först efter att Enter tryckts.

$$A = \text{Skärning}(\text{Ekv1}, \text{Ekv2})$$

$$= (-5, 2.5)$$

$$m1 = \text{Lös}(\{\text{Ekv1}, \text{Ekv2}\})$$

$$= \left(x = -5 \quad y = \frac{5}{2} \right)$$

Lösningen är $x = -5, y = 2,5$

Exempel: Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y + z = 10,5 \\ x + 8y - 3z = 4,5 \\ z + 5 = 2x - y \end{cases}$ med digitalt verktyg. *Svara exakt!*

Lösning: Skriv in alla tre ekvationerna i Geogebra (eller miniräknarens matrisverktyg)

Ekv1 : $x + y + z = 10.5$

Ekv2 : $x + 8y - 3z = 4.5$

Ekv3 : $z + 5 = 2x - y$

Eftersom detta är ekvationer med 3 variabler kan ingen grafisk lösning göras (Det är nu tre stycken s.k. plan snarare än två linjer – kan ses om man byter till Geogebbras 3D-läge om man är intresserad).

Lösningen via Lös eller NLös fungerar dock.

Skriv Lös, "måsvingarna", och alla tre ekvationers namn:

$$\text{Lös}(\{\text{Ekv1}, \text{Ekv2}, \text{Ekv3}\})$$

Då Enter trycks kommer den exakta lösningen:

$$m1 = \text{Lös}(\{\text{Ekv1}, \text{Ekv2}, \text{Ekv3}\})$$

$$= \left(x = \frac{31}{6} \quad y = \frac{46}{33} \quad z = \frac{130}{33} \right)$$

