

Ekvationssystem – Grafisk lösning – Teori

Vad är ett ekvationssystem?

Ett s.k. *ekvationssystem* innebär **två eller fler ekvationer** som samtidigt innehåller **två eller fler variabler**, vanligast är två ekvationer innehållande variablerna x och y .

För att visa att det är **samma x och y i båda ekvationerna** används en klammer som "håller ihop" ekvationerna. Se exemplet till höger.

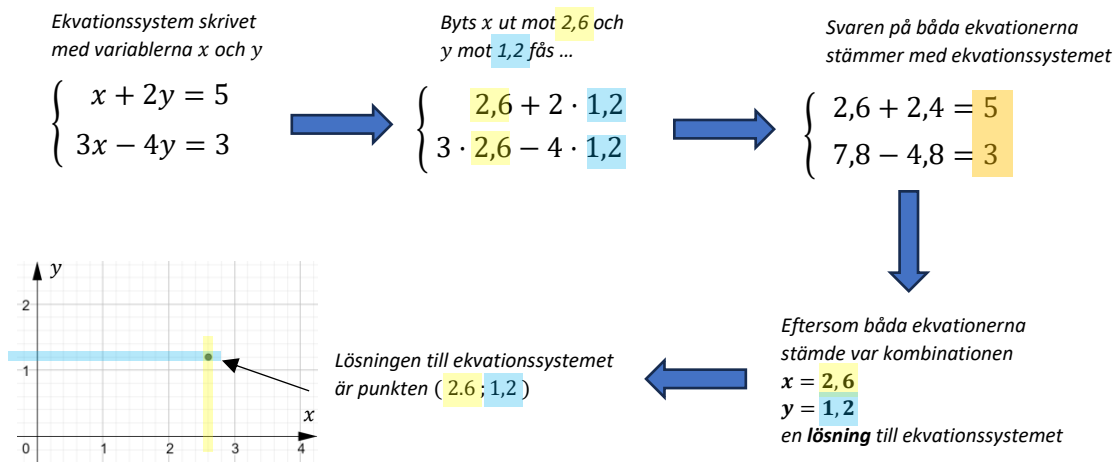
$$\text{"Klammer" som håller ihop ekvationerna} \left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{array} \right.$$

Exempel på ekvationssystem med variablerna x och y

Vad innebär ekvationssystemets lösning?

Att lösa ett ekvationssystem innebär att hitta den (eller i en del fall dem) kombinationer av x och y (eller fler) som får alla ekvationssystemets ekvationer att stämma.

Lösningen till ett ekvationssystem består därför av flera tal, ofta skrivna som en punkt. Se exemplet nedan.



Återstår bara att svara på frågan – hur hittar man lösningen till ett ekvationssystem? (dvs varifrån kom $x = 2,6$ och $y = 1,2$ i exemplet ovan?)

Hur hittar man lösningen till ett ekvationssystem?

Det finns tre olika principer för att hitta lösningen:

- 1) Grafisk lösning
- 2) Lösning med digitala verktyg.
- 3) Algebraisk lösning.

1) tas upp i detta teoriavsnitt medan 2) och 3) finns i egna avsnitt.

Grafisk lösning

Grafisk lösning av ett ekvationssystem innebär att varje ekvation tolkas som en graf (oftast räta linjer).

Detta görs genom att skriva om ekvationen så att y (eller motsvarande variabel) står ensam på ena sidan om likhetstecknet. Se exempel nedan:

Hur löser man ut y ur respektive ekvation?

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases}$$

Lös ut y ur var och en av ekvationerna.

$$x + 2y = 5 \xrightarrow{[-x]} 2y = -x + 5 \xrightarrow{[/2]} y = -0,5x + 2,5$$

$[-x]$

$$3x - 4y = 3 \xrightarrow{[+4y]} 3x = 4y + 3 \xrightarrow{[-3]} 3x - 3 = 4y \xrightarrow{[/4]} \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} = y$$

$[-x]$

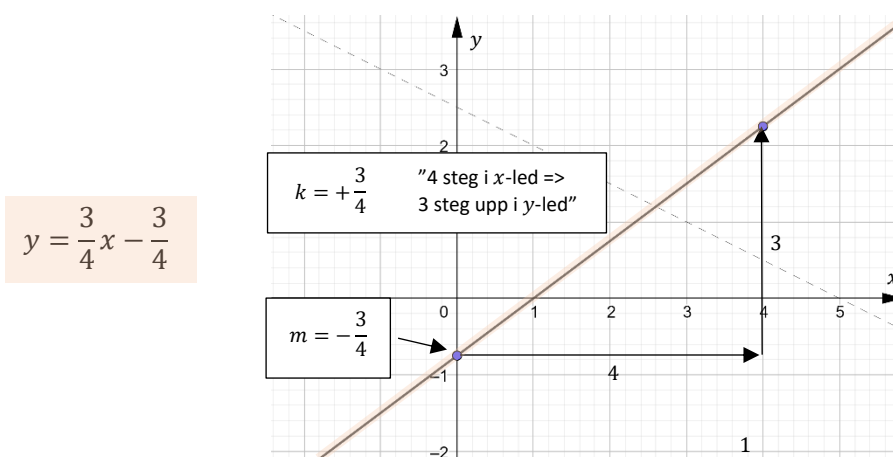
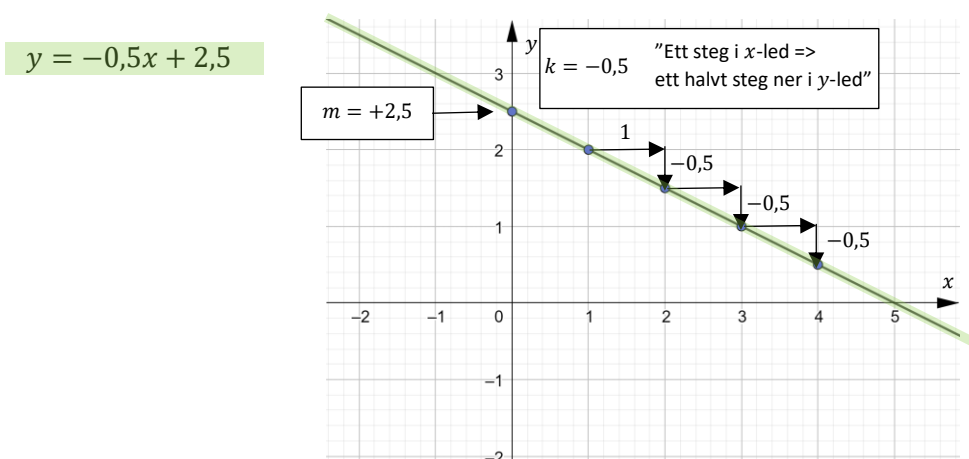
$$y = -0,5x + 2,5$$

→

$$\begin{cases} y = -0,5x + 2,5 \\ y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \end{cases}$$

Då ekvationerna skrivits på formen $y = kx + m$ kan motsvarande graf ritas genom att utgå från räta linjens ekvation (se matte 1 för mer detaljer):

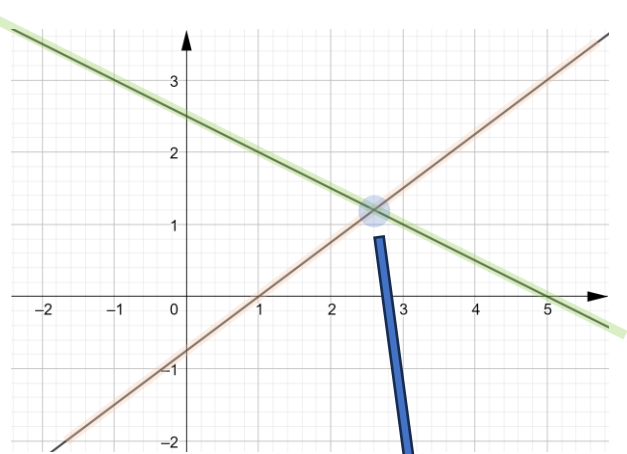
Hur ritas graferna från $y = kx + m$?



Då båda graferna är ritade kommer ekvationssystemets **lösning** att motsvara **den punkt där graferna korsar varandra**.

Hur hittar man lösningen utifrån bilden på graferna?

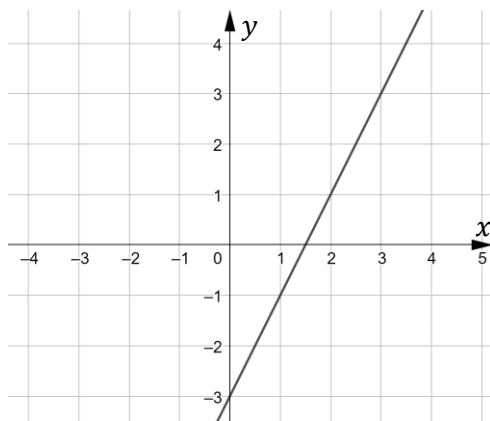
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -0,5x + 2,5 \\ y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \end{cases}$$



Lösningen är $(2,6 ; 1,2)$

Exempel-
uppgift 1

Exempel: Figuren visar ett koordinatsystem med en rät linje inritad.



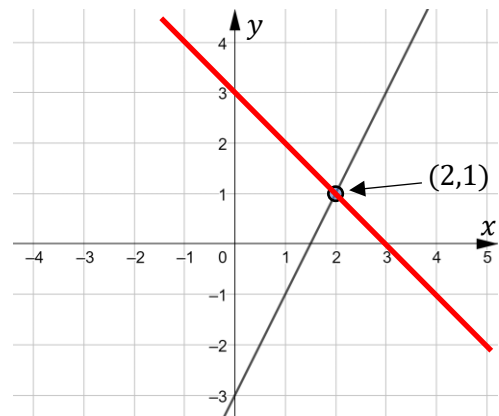
Rita ut en annan linje så att de båda linjerna bildar ett ekvationssystem med lösningen $x = 2, y = 1$.

Lösning: Ekvationssystemets lösning ska vara $x = 2, y = 1$.
Det innebär att de båda linjerna ska skära varandra i punkten $(2,1)$.

Rita valfri linje som går igenom punkten $(2,1)$,

exempelvis den röda linjen som ritas i figuren
($y = -1x + 3$)

...men det finns massvis med andra möjliga svar, exempelvis linjerna
 $y = 1x - 1$ eller $y = -2x + 5$



Exempel: Lös ekvationssystemet nedan med grafisk metod.

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Lösning: Lösningen består av tre steg:

- I Lös ut y ur respektive ekvation.
- II Rita ut linjerna i ett koordinatsystem.
- III Hitta skärningspunkten mellan linjerna i bilden.

I. $3x - y = 3 \quad [+y]$

$$3x = y + 3 \quad [-3]$$

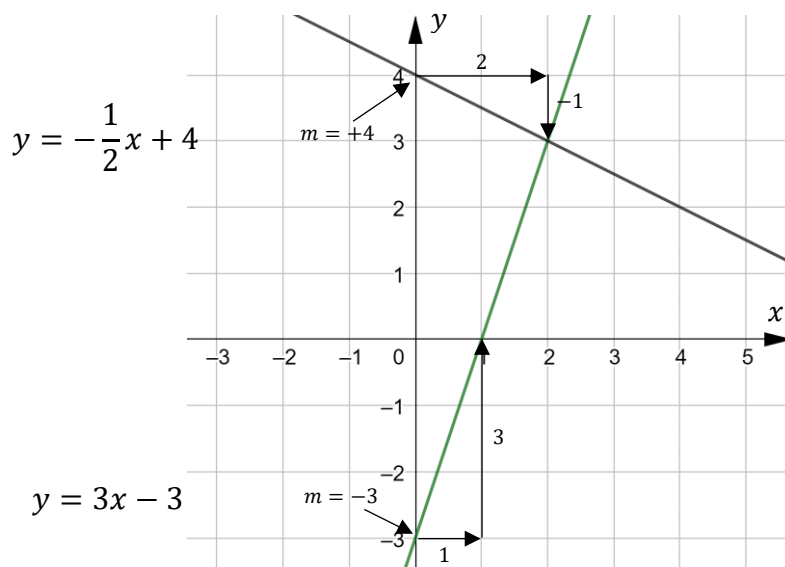
$$3x - 3 = y$$

$$x + 2y = 8 \quad [-x]$$

$$2y = -x + 8 \quad [/2]$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

II. Rita ut linjerna i ett koordinatsystem.



III. Lösningen motsvarar skärningspunkten mellan graferna = (2,3)

Lösningen till ekvationssystemet fås då

$$x = 2 \text{ och } y = 3$$