

FACIT

Logaritmer och logaritmlagarna

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Beräkna värdet av...

a) $\lg(10000) \cdot \lg(1000)$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$(10^4 = 10000) \quad (10^3 = 1000)$$

b) $\lg(1) - \lg(100)$

$$0 - 2 = -2$$

$$(10^0 = 1) \quad (10^2 = 100)$$

c) $\frac{\lg(100) \cdot \lg(0,001) - \lg(10)}{\lg\left(\frac{1}{10}\right)}$

(1/1/0)

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg(10) = 1$$

$$\lg(0,001) = -3$$

$$\lg\left(\frac{1}{10}\right) = \lg 1 - \lg 10 = 0 - 1 = -1$$

$$\frac{2 \cdot (-3) - 1}{-1} = \frac{-6 - 1}{-1} = \frac{-7}{-1} = 7$$

2. Lös ekvationerna. Svara exakt!

a) $\lg(x) = 5$

Ekv. som innehåller $\lg(x)$ kan alltid lösas genom att ta 10 upphöjt till på båda sidor om = ;

$$10^{\lg x} = 10^5 \Rightarrow [10^{\lg x} = x] \Rightarrow x = 10^5$$

b) $\lg\left(\frac{x}{10}\right) + \lg(x) = \lg(160)$

+ mellan \Rightarrow \cdot inuti $\Rightarrow \lg\left(\frac{x}{10} \cdot x\right) = \lg 160$ $[10^{\text{()}}$

$$\cancel{10}^{\lg\left(\frac{x^2}{10}\right)} = \cancel{10}^{\lg 160} \Rightarrow \frac{x^2}{10} = 160 \quad [\cdot 10]$$

$$\Rightarrow x^2 = 1600 \quad [\sqrt{\quad}] \Rightarrow x = \sqrt{1600} = 40$$

"lg Svar" innebär det 10 ska höjas upp med för att få svaret "Svar".
dvs: $10^{\lg \text{Svar}} = \text{Svar}$ (1/0/0)

(1/0/0)

3. Vilket av alternativen A - E nedan visar det bästa närmevärdet till $\lg(15000)$? (1/0/0)

A 1,2 B 2,2 C 3,2 **D 4,2** E 5,2

Eftersom 15000 ligger mellan 10000 och 100000 och det för dessa gäller: $\lg(10000) = 4$ $\lg(100000) = 5$
måste $\lg(15000)$ vara mellan 4 och 5 \Rightarrow D

4. Vilket av alternativen nedan visar ett tal som är dubbelt så stort som $\lg(3)$? (0/1/0)

A $10^{\lg 6}$ B $\lg(6)$ **C $\lg(9)$** D 6 E 10^6

Dubbelt så stort $\Rightarrow 2 \cdot \lg 3 = \left[\log_{\text{III}} \right] = \lg 3^2 = \lg 9 \Rightarrow$ C
som $\lg 3$

5. Beräkna värdet av uttrycken och förenkla svaren så långt som möjligt.

a) $\lg(40) - \lg(4)$ (1/0/0)

- mellan \Rightarrow division inuti $\Rightarrow \lg \frac{40}{4} = \lg 10 = 1$

b) $2 \cdot \lg(20) + \lg(2,5)$ (0/1/0)

$\lg \lg \text{III} \Rightarrow 2 \cdot \lg 20 = \lg 20^2 = \lg 400$

$\lg 400 + \lg 2,5 = \lg(400 \cdot 2,5) = \lg(1000) = 3$

$\uparrow +$ mellan \Rightarrow inuti

c) $\frac{\lg(4) + 2\lg(5)}{\lg(\frac{1}{50})}$ (0/1/0)

$2 \cdot \lg 5 = \left[\log_{\text{III}} \right] = \lg 5^2 = \lg 25$

$\lg(\frac{1}{50}) = \lg 50^{-1} = \left[\log_{\text{III}} \right] = -\lg 50$

$\Rightarrow \frac{\lg 4 + \lg 25}{-\lg 50} = \frac{\lg(4 \cdot 25)}{-\lg 50} = \frac{\lg 100}{-\lg 50} = \frac{2}{-\lg 50}$

OBS! Ingen $\log - \log$ finns vid division!
mellan 2 \log aritmer!

6. Mattias provar att med hjälp av Geogebra räkna ut värdet av $\lg(-1)$, men får bara ett frågetecken som svar.

Förklara för Mattias varför det inte går att beräkna $\lg(-1)$. $(0/1/0)$ + $\log(-1) = \log_{10}(-1) = ?$

$\lg(-1)$ innebär att 10 ska höjas upp med något och svaret ska bli -1 .
 En upphöjning av 10 ger alltid positiva svar
 $10^{\text{positivt}} = \text{positivt}$ $10^0 = 1$ $10^{\text{negativt}} = \frac{1}{10^{\text{positivt}}}$

7. Bestäm talet a så att nedanstående likhet stämmer.

$$\lg(40) + 3 \cdot \lg(5) + \lg(a) = 5 \quad (0/2/0)$$

Log-log III $\Rightarrow 3 \cdot \lg 5 = \lg 5^3 = \lg 125$
 $\lg 40 + \lg 125 = [\log \log II] = \lg(40 \cdot 125) = \lg 5000$
 $\lg 5000 + \lg(a) = 5 \Rightarrow \lg(5000 \cdot a) = 5$ [10"]
 $10^{\lg(5000 \cdot a)} = 10^5 \Rightarrow 5000 \cdot a = 100000 \Rightarrow a = \frac{100000}{5000} = 20$

8. pH är en skala för att avgöra koncentrationen av H_3O^+ -joner i en lösning.

Det bestäms genom följande formel:

$$pH = -\log([H_3O^+])$$

där $[H_3O^+]$ är koncentrationen H_3O^+ -joner mätt i enheten mol/dm^3

- a) Bestäm pH-värdet för en lösning där koncentrationen av H_3O^+ -joner är $0,00001 \text{ mol/dm}^3$

$$pH = -\lg(0,00001) = \left[\begin{array}{l} 0,00001 \\ \text{"5 nollor"} \end{array} \Rightarrow \lg 0,00001 = -5 \right] = -(-5) = 5 \quad (1/0/0)$$

- b) Kemiläraren Mia har två lösningar, A och B.

Dessa har pH-värdena 4 respektive 6.

En av dessa lösningar har högre koncentration av H_3O^+ -joner.

Hur många gånger större är denna koncentration jämfört med den andra lösningens koncentration?

$$pH = -\lg([H_3O^+]) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Läs ut} \\ [H_3O^+] \end{array} \right] \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} \quad (0/2/0)$$

$[H_3O^+]_A \Rightarrow 10^{-4} \leftarrow \text{större}$
 $[H_3O^+]_B \Rightarrow 10^{-6}$
 Ggr större: $\frac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{(-4) - (-6)} = 10^2 = 100 \text{ ggr större}$

9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/1/0)

Beräkna 10^{-x} om $\lg x = 0$

$$\lg x = 0 \quad [10^{(0)}]$$
$$10^{\lg x} = 10^0 \Rightarrow x = 1$$

$$10^{-x} = [x=1] = 10^{-1}$$
$$= \frac{1}{10} = 0,1$$

10. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/1/0)

Vilka två av alternativen A-E är lika med 2?

A. $\lg 49 + \lg 51 \leftarrow \lg 49 \cdot 51 \neq 2$

B. $\frac{\lg 200}{2} \leftarrow \lg 200 \approx 2, \dots \Rightarrow \frac{\lg 200}{2} \neq 2$

C. $\lg 500 - \lg 5 \leftarrow \lg \frac{500}{5} = \lg 100 = 2$

D. $4^{\lg 0,5} \leftarrow \lg 0,5 \approx \text{negativt}$

E. $(\lg 10000)^{0,5} \leftarrow [\lg 10000 = 4] = 4^{0,5} = [(\quad)^{0,5} = \sqrt{\quad}] = \sqrt{4} = 2$

11. Förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt.

a) $\frac{\lg(x) - 2\lg(x^2) + 0,5\lg(x^3)}{\lg(x)}$

(0/2/0)

$[Log \lg III] \Rightarrow \lg x^2 = 2 \cdot \lg x$
 $\lg x^3 = 3 \cdot \lg x$

$$\frac{\lg x - 4\lg x + 1,5\lg x}{\lg x} = \frac{-1,5\lg x}{\lg x} = \left[\frac{\text{stryk}}{\lg x} \right] = -1,5$$

b) $\frac{2\lg(\sqrt{x}) + 6\lg(x^2) + x\lg(x)}{\lg(x) - \lg(\sqrt{x})}$

(0/1/1)

$$\sqrt{x} = x^{0,5} \Rightarrow \lg \sqrt{x} = \lg x^{0,5} = [log-log III] = 0,5 \cdot \lg x$$

$$\frac{2 \cdot 0,5 \cdot \lg x + 6 \cdot 2 \cdot \lg x + x \cdot \lg x}{\lg x - 0,5 \lg x} = \left[\frac{\text{Bryt ut}}{\lg x} \right] =$$

$$\frac{\lg x (1 + 12 + x)}{\lg x (1 - 0,5)} = \left[\frac{\text{stryk}}{\lg x} \right] = \frac{13 + x}{0,5} = \left[\frac{\text{Förång med 2}}{\quad} \right] = -26 + 2x$$

12. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

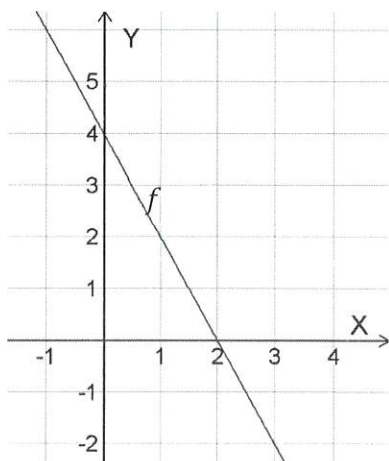
(0/0/1)

Värdet på $\lg 2$ är ungefär 0,301

Bestäm ett värde på $\lg 8$ med tre decimaler.

$$\begin{aligned}\lg 8 &= \lg 2^3 = [\lg \text{lag III}] = 3 \cdot \lg 2 \\ &= [\lg 2 \approx 0,301] = 3 \cdot 0,301 = 0,903\end{aligned}$$

13. Figuren visar grafen till den linjära funktionen f



För konstanterna a och b gäller att $\lg f(a) = 0$ och $\lg f(b) = 1$

Bestäm värdet av kvoten b/a .

(0/1/1)

$$\lg f(a) = 0 \quad [10^0] \Rightarrow f(a) = 10^0 = 1$$

$$\lg f(b) = 1 \quad [10^1] \Rightarrow f(b) = 10^1 = 10$$

Enligt grafen gäller: $f(x) = 4 - 2x$

$$f(a) = 1 \Rightarrow 4 - 2 \cdot a = 1 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = 1,5$$

$$f(b) = 10 \Rightarrow 4 - 2 \cdot b = 10 \Rightarrow 2b = -6 \Rightarrow b = -3$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-3}{1,5} = -2$$

14. Lös ekvationen

$$\lg(x^3) + \lg(27) = \lg(270x)$$

(0/0/1)

$\lg \lg \text{II} \Rightarrow \lg(x^3 \cdot 27) \Rightarrow \lg(27x^3) = \lg(270x) [10^{(1)}]$

$\lg(27x^3) = \lg(270x) \Rightarrow 27x^3 = 270x [1/x]$

$27x^2 = 270 [1/27] \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$

15. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/0/2)

Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} \lg x^3 - \lg y^{-2} = 13 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$$

$\lg \lg \text{III}$ för att flytta ned exponenterna:

$$\begin{cases} 3 \lg x - (-2) \lg y = 13 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$$

Byt ut $\lg x$ och $\lg y$ mot a och b
 $a = \lg x$ $b = \lg y$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ a + b = 5 \end{cases}$$

Lös med ex. additionsmetoden, nedre $\cdot (-2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ -2a - 2b = -10 \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow b = 2$$

Byt tillbaka till x och y :

$$a = \lg x \Rightarrow [a = 3] \Rightarrow 3 = \lg x [10^{(1)}] \Rightarrow x = 10^3 = 1000$$

$$b = \lg y \Rightarrow [b = 2] \Rightarrow 2 = \lg y [10^{(1)}] \Rightarrow y = 10^2 = 100$$