

FACIT

3.2 Standardekvationer

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Lös ekvationerna. Svara exakt! - Endast svar krävs!

a) $5^x = 30$

"x uppe" \Rightarrow

$$x = \frac{\lg 30}{\lg 5}$$

OBS!!
INTE detsamma
som $\lg 6$

(1/0/0)

b) $\lg(x) = 5$

"lg x" \Rightarrow

$$x = 10^5$$

(1/0/0)

c) $x^5 = 30$

"x nere" \Rightarrow

$$x = \sqrt[5]{30} = 30^{1/5}$$

(1/0/0)

d) $5 \cdot 4^x = 50$

Delat först med 5 $\Rightarrow 4^x = 10$

OBS!! $5 \cdot 4^x \neq 20^x$

"x uppe" \Rightarrow

$$x = \frac{\lg 10}{\lg 4} = \frac{1}{\lg 4}$$

(1/0/0)

e) $x^{\frac{1}{4}} = 3$

"x nere" \Rightarrow

$$x = \sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$$

(1/0/0)

f) $0,2 \cdot 2^x = 20$

Delat först med 0,2 $\Rightarrow 2^x = \frac{20 \cdot 5}{0,2 \cdot 5} = 100$

OBS!! $0,2 \cdot 2^x \neq 0,4^x$

"x uppe" $\Rightarrow x = \frac{\lg 100}{\lg 2} = \frac{2}{\lg 2}$

(1/0/0)

2. Mattias får i uppgift att lösa ekvationen

$$2 \cdot 5^x = 20$$

Mattias lösning visas nedan:

$$2 \cdot 5^x = 20$$

$$10^x = 20$$

$$x = \frac{20}{10} = 2$$

Mattias lösning är tyvärr fel.

Vad har blivit fel i Mattias lösning?

(2/0/0)

Två fel:

I) $2 \cdot 5^x$ är INTE 10^x

II) $10^x = 20$ är en standard ekv med lösning $x = \frac{\lg 20}{\lg 10} = \lg 20$
dvs INTE $x = 20/10$

Notera att det verkliga x-värdet till $2 \cdot 5^x = 20$ är $x = \frac{\lg 10}{\lg 5} = \frac{1}{\lg 5}$

3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Lös ekvationerna

a) $\lg x = 3$ \Rightarrow " $\lg x$ " $\Rightarrow x = 10^3$ $x = 10^3$ (1/0/0)

b) $2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$ $x = 3$ (0/1/0)

Poten slag: $2^3 \cdot 2^x = 2^{3+x}$

$2^{3+x} = 2^{2x}$ \Rightarrow Samana bas \Rightarrow sätt exp lika:

$3 + x = 2x$ $[-x]$
 $3 = x$

4. Ange en ekvation som har lösningen $x = \frac{2}{\lg(2)}$

(0/1/0)

Skriv först om på formen " \lg / \lg "

$2 = \lg 100$ (eftersom $10^2 = 100$) $\Rightarrow x = \frac{\lg 100}{\lg 2}$

Ekvationen är en exp. ekv: ex: $2^x = 100$
(x uppe)

5. Lös ekvationerna. Svara exakt!

a) $5^{x+1} + 5^1 = 5^2 \Rightarrow 5^{x+1} + 5 = 25$ [-5] (0/2/0)

$$5^{x+1} = 20$$

"x uppe" $\Rightarrow x+1 = \frac{\lg 20}{\lg 5} \Rightarrow x = \frac{\lg 20}{\lg 5} - 1$

b) $\lg(x^3) = 2$ (0/1/0)

"lg x" $\Rightarrow x^3 = 10^2 = 100$

"x nere" $\Rightarrow x = \sqrt[3]{100} = 100^{1/3}$

c) $3^x \cdot 3^3 = 9$ (0/1/0)

↑ $9 = 3^2 \Rightarrow 3^{x+3} = 3^2$ \oplus Samma bas, sett exp lika
Potenslag: $3^x \cdot 3^3 = 3^{x+3}$
 $x+3 = 2$ [-3]

Kan också lösas till $x = \frac{\lg 1/3}{\lg 3}$, vilket också $\Rightarrow x = -1$

d) $(x-2)^3 = 27$ (0/1/0)

"x nere" $\Rightarrow x-2 = \sqrt[3]{27} = 27^{1/3} = 3$

$x-2 = 3$ [+2] $\Rightarrow x = 5$

e) $\lg 4^{\lg(x)} = 4$ (0/0/1)

I) "lg x" $\Rightarrow 4^{\lg x} = 10^4$

II) "x uppe" $\Rightarrow \lg x = \frac{\lg 10^4}{\lg 4} = \frac{4}{\lg 4}$

III) "lg x" $\Rightarrow x = 10^{4/\lg 4}$

Kan också lösas med log-log $\Rightarrow \lg x \cdot \lg 4 = 4 \Rightarrow \lg x = \frac{4}{\lg 4} \Rightarrow x = 10^{4/\lg 4}$

6. Lös ekvationen nedan. Svara exakt!

(0/2/0)

$$\frac{5}{10^x} = 10^x \quad \text{Gångra med } 10^x \Rightarrow$$

$$5 = 10^x \cdot 10^x \quad \Leftarrow \text{Potenslag: } 10^x \cdot 10^x = 10^{x+x} = 10^{2x}$$

$$10^{2x} = 5$$

$$\text{"x uppe"} \Rightarrow 2x = \frac{\lg 5}{\lg 10} = \frac{\lg 5}{1} \Rightarrow x = \frac{\lg 5}{2}$$

7. Lös ekvationerna. Svara exakt! - Endast svar krävs!

a) $3^{2x-1} + 3^{2x-1} + 3^{2x-1} = 3^3$

(0/0/1)

$$\text{"Tre stycken"} \Rightarrow 3 \cdot 3^{2x-1} = 3^3 \quad [/3]$$

$$3^{2x-1} = 3^2 \quad \Leftarrow \text{Samma bas} \Rightarrow \text{sätt exp. lika}$$

$$2x - 1 = 2 \Rightarrow x = 1,5$$

b) $\frac{8^x}{64} = 64^x$

Skriv om 64 till 8^2

(0/0/2)

$$\frac{8^x}{8^2} = (8^2)^x \quad \Leftarrow \text{Potenslag: } (8^2)^x = 8^{2x}$$

Potenslag:
 8^{x-2}

$$\Rightarrow 8^{x-2} = 8^{2x} \quad \Leftarrow \text{Samma bas} \Rightarrow \text{sätt exp. lika}$$

$$x - 2 = 2x \Rightarrow x = -2$$

8. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Lös ekvationen.

$$4^x = 2^{4x+5}$$

Skriv om 4^x till 2^{2x}

(0/0/2)

$$2^{2x} = 2^{4x+5} \quad \Leftarrow \text{Samma bas} \Rightarrow \text{sätt exp. lika}$$

$$2x = 4x + 5 \quad [-2x]$$

$$0 = 2x + 5 \quad [-5]$$

$$-5 = 2x \quad [/2]$$

$$-5/2 = x$$

$$x = -5/2 = -2,5$$

Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

D1. Magnus tittar på de två ekvationerna A och B där

$$A \quad x^3 = 7$$

$$B \quad 3^x = 7$$

Magnus påstår att det x som löser ekvation B är ett större tal än det x som löser ekvation A.

Undersök om Magnus har rätt.

(2/0/0)

Lös-kommandet ger både exakta och ungefärliga svar.

$$A: \text{LÖS } (x^3 = 7) \Rightarrow x_A \approx 1,91$$

$$B: \text{LÖS } (3^x = 7) \Rightarrow x_B \approx 1,77$$

A:s lösning är större \Rightarrow Magnus har fel

D2. För funktionen f gäller att:

$$f(x) = C \cdot a^x$$

$$f(0) = 50$$

$$f(5) = 1300$$

Lös ekvationen $f(x) = 2400$.

Svara med 2 decimaler!

(1/2/0)

$$f(0) = 50 \Rightarrow C \cdot a^0 = 50 \quad [a^0 = 1] \Rightarrow C = 50$$

$$f(5) = 1300 \Rightarrow 50 \cdot a^5 = 1300$$

Skriv in i Geogebra (med x ist. för a) och Lös med "LÖS"

$$a = \sqrt[5]{30} \approx 1,97435$$

$$f(x) = 2400$$

$$\Rightarrow 50 \cdot 1,97435^x = 2400$$

$$\text{LÖS} \Rightarrow x \approx 5,69$$