

# FACIT

## 4.1 Läges- och spridningsmått samt lådagram

### Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Ett visst matteprov skrevs av sju elever. Deras resultat visas i tabellen nedan:

<del>26</del>	<del>22</del>	<del>19</del>	<del>26</del>	31	<del>16</del>	<del>23</del>
---------------	---------------	---------------	---------------	----	---------------	---------------

Sortera: 16 19 22 23 26 26 31

a) Ange de sju elevresultatens *median*

(1/0/0)

Endast svar krävs!

Talet i mitten (efter sorteringen) = 23

b) Ange de sju elevresultatens *variationsbredd*

(1/0/0)

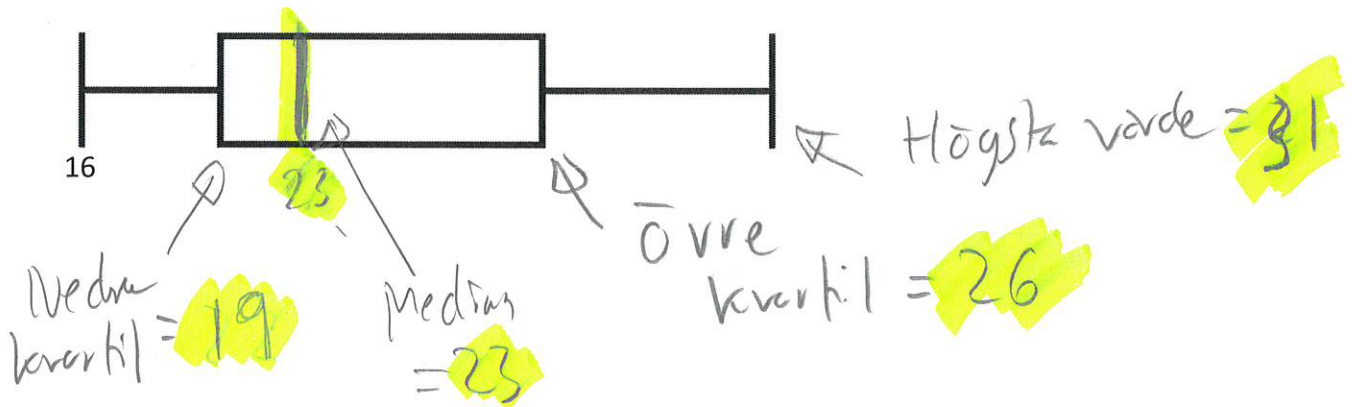
Endast svar krävs!

Största - Minsta =  $31 - 16 = 15$

c) Bilden nedan visar ett lådagram över resultatet.

Skriv in de siffror och rita det streck som saknas i lådagrammet

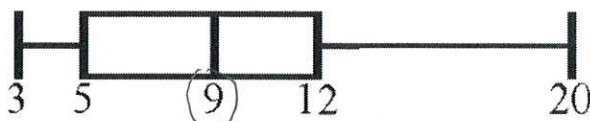
(1/0/0)



2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt kursprov på E-nivå. Lös uppgiften.

Nedan visas ett lådagram baserat på 6 heltal.

3 5 8 x 12 20



a) Ange talens *kvartilavstånd*.

Svar:  $12 - 5 = 7$  (1/0/0)

b) Ett av talen är märkt med x. Ange vilket tal det är.

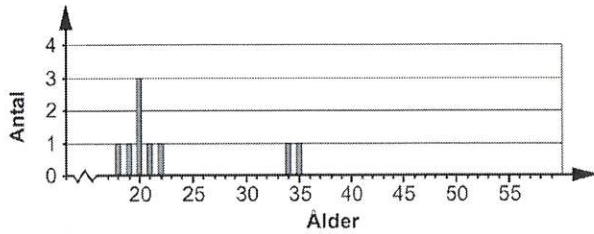
Enligt lådagrammet är medianen 9  $\Rightarrow$

Svar:  $x = 10$  (1/0/0)

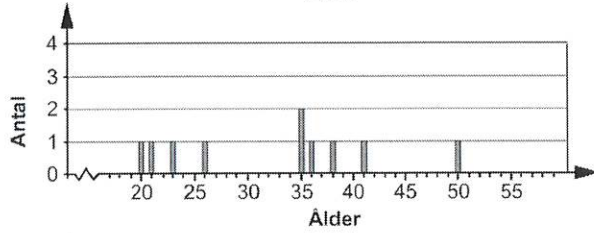
Medelvärdet av 8 och x är 9

3. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt NP. Lös uppgiften.

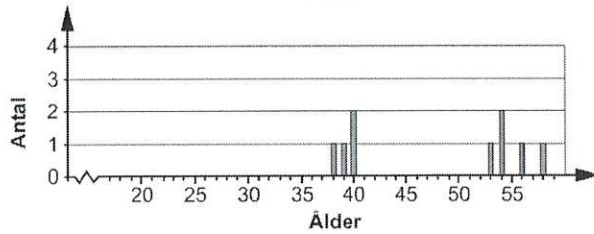
Diagrammen nedan visar åldersfördelningen på tre olika arbetsplatser.



Hamburgerbar



IT-företag



Skola



Högst Lågst  
 $35 - 18 = 17$

$50 - 20 = 30$

$58 - 38 = 20$

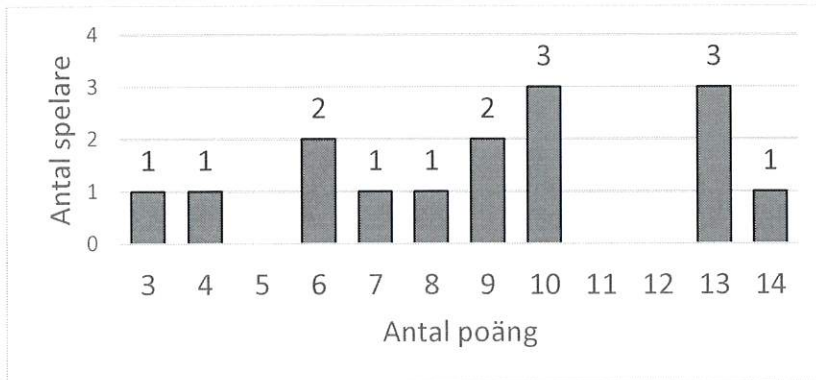
Vilken arbetsplats har den största variationsbredden och hur stor är denna?

Endast svar fordras

(1/0)

IT-företagen, med var. bredden 30

4. Frekvensdiagrammet nedan visar poängligan i ett innebandylag med 15 spelare efter några matcher.



a) Ange variationsbredden  
 Endast svar krävs!

(1/0/0)

Högsta - Lågst =  $14 - 3 = 11$

b) Ange kvartilavståndet  
 Endast svar krävs!

(0/1/0)

Skrivs alla 15 talen upp för:  
 3 4 6 6 7 8 9 9 10 10 10 13 13 14  
 (6) is Median (13)  
 Nedre Övre

Kvartilavståndet  
 $= 13 - 6 = 7$

5. Ett visst datorspel spelades av 10 spelare. Deras poäng visas i tabellen nedan:

26	22	19	26	31	16	23	18	24	20
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

a) En av spelarna tittar på tabellen och säger:

- "Vad konstigt! Jag har aldrig sett att en variationsbredd blivit negativ förrut"

Spelaren resonerar fel.

Förklara kortfattat vilket fel spelaren kan ha gjort, samt bestäm den riktiga variationsbredden för poängen. (2/0/0)

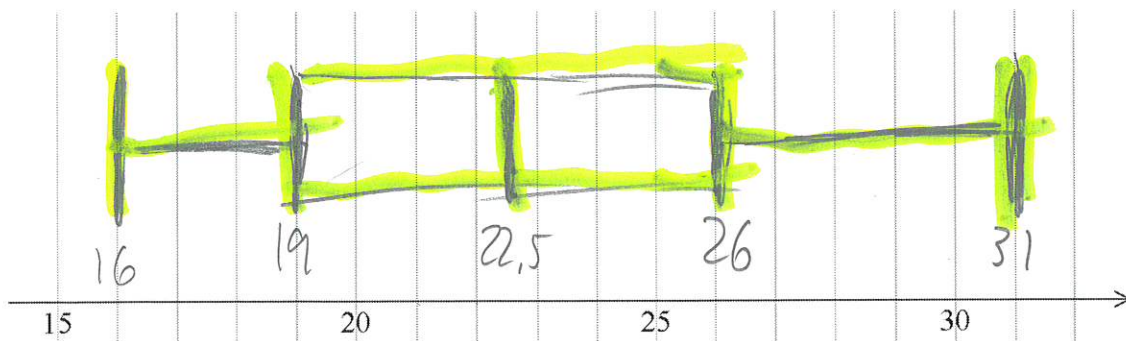
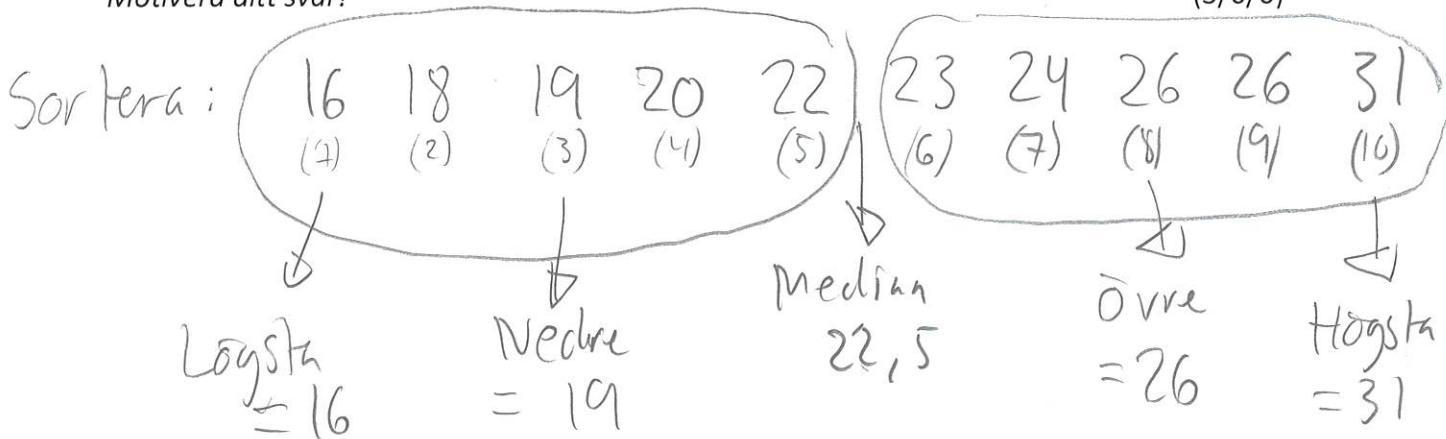
Spelaren har glömt sortera talen i storleksordning, och bara tagit "Högsta - Vänstre"

Högsta = 31  
 Lägst = 16  $\Rightarrow$  Var. bredden =  $31 - 16 = 15$

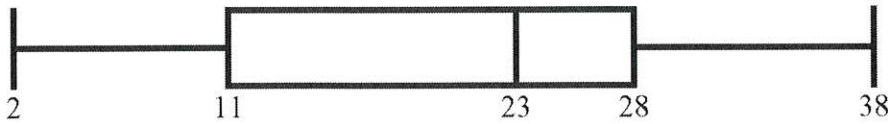
b) Använd tallinjen nedan för att rita ett lådagram över de 10 spelarnas poäng.

Motivera ditt svar!

(3/0/0)



6. I en viss klass går 23 elever. Deras matteprovsresultat visas i lådagrammet nedan.



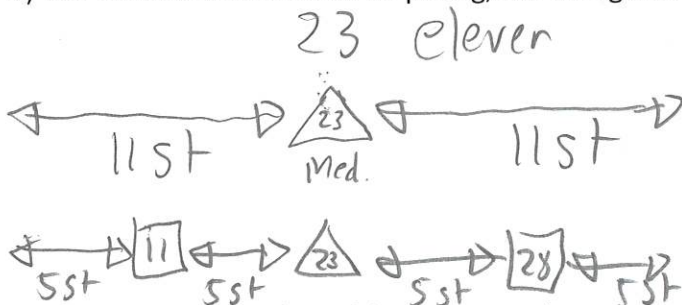
a) Bestäm *variationsbredden* för resultaten i klassen  
Endast svar krävs!

(1/0/0)

$$\text{Högsta} - \text{Lägsta} = 38 - 2 = 36$$

b) Om endast en elev hade 28 poäng, hur många hade då mindre än 28 poäng?

(0/1/0)



De 23 delas in i 2 st 11:or och 1 med.  
Dessa elever splittas i 5:or + kvartiler.  
Lägre än 28 = 17 st

7. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt NP. Lös uppgiften.

När Stinas lärare meddelar klassens resultat på ett prov i matematik skriver läraren på tavlan:

Maximal poäng: 40p

Medelvärde: 25p

Median: 21p

Antal elever som deltog: 29

Stina har 25 poäng på provet. Hon påstår att antalet klasskamrater som har bättre resultat på provet än hon har är lika många som antalet klasskamrater som har sämre resultat än vad hon har.

Avgör om Stinas påstående är sant eller falskt. Motivera varför.

(0/2)

Stina har fel.

Hon har blandat ihop begreppen medelvärde och median. Om Stina haft Medianresultatet, dvs 21p, hade hennes varit i mitten (efter sortering). Nu har hon mer, och således är hennes resultat i övre halvan.

## Del 2 – Med digitala hjälpmedel

D1. För tre positiva heltal gäller att:

Det högsta talet är 35

Variationsbredden är 20

Talens medelvärde är 23

Ange de tre talen

(2/0/0)

Utgå från 3 tomma platser.

15      x      35

↔ Högsta = 35

Var. bredd = 20

⇒ Lögsta = 15

$$\text{Medel} = 23 \Rightarrow \frac{15 + x + 35}{3} = 23 \quad \text{LÖS} \Rightarrow x = 19$$

15, 19, 35

D2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Alice och Moa diskuterar medelvärde och median.

Alice påstår:

"Medelvärdet av tre på varandra följande heltal är alltid lika med talens median."

Moa svarar:

"Nej, det gäller inte alltid."

↖ Tal som kommer efter varandra: ex 7, 8, 9

Vem har rätt, Alice eller Moa? Motivera ditt svar.

(1/1/1)

Man kan testa med nytt exempel, ex.

10, 11, 12 ⇒

$$\text{Medel} = \frac{10 + 11 + 12}{3} = \frac{33}{3} = 11$$

$$\text{Median} = 11 \quad \leftarrow \text{Samma!}$$

Men för att testa "alltid" krävs generellt tänk med algebra

x, x+1, x+2

$$\text{Medel} = \frac{x + (x+1) + (x+2)}{3} = x+1$$

$$\text{Median} = (x+1) \quad \leftarrow \text{Samma!}$$

Ja, det gäller Alltid ⇒ Alice har rätt!

D3. För tre heltal gäller att både medelvärdet och medianen är 21.

Variationsbredden är 24. Vilka är heltalen?

(0/2/0)

$x$        $21$        $(x+24)$       Medel = 21  
 ↗      ↕      ↖      ⇒  $\frac{x+21+(x+24)}{3} = 21$   
 Kalla      medianen      24 steg  
 nederst  $x$       = 21      högre än  $x$   
 Lös ⇒  $x = 9$

Talen är: **9, 21, 33**

D4. En elev ville åskådliggöra de 8 senaste resultaten i appen "Wood Puzzle" i ett lådagram.

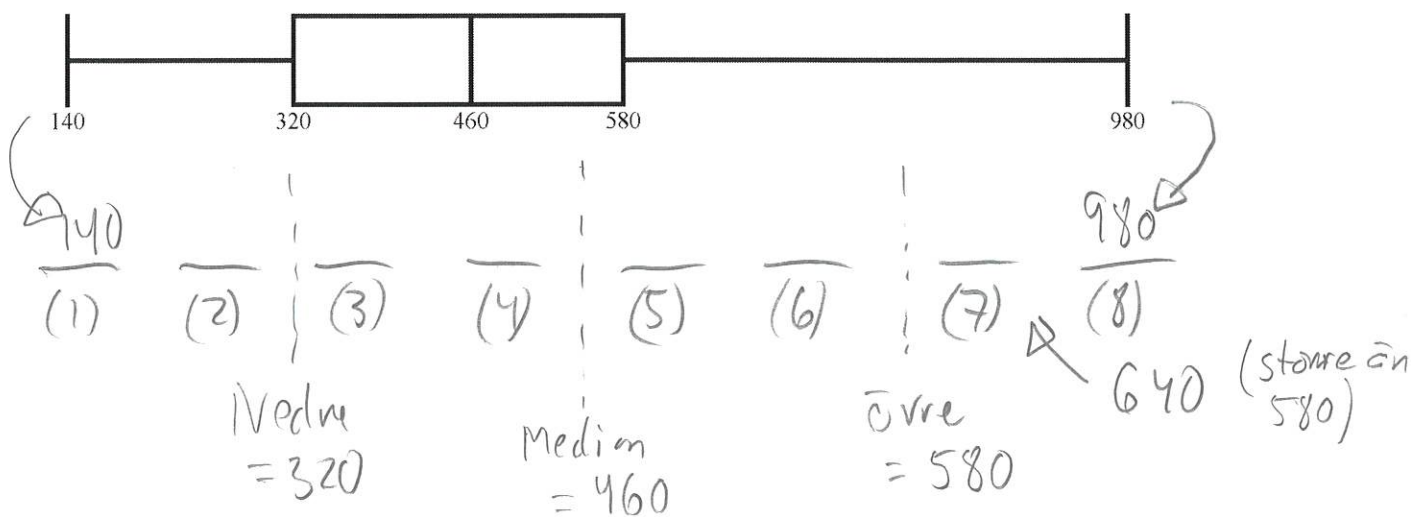
Eleven har kvar lådagrammet, men tyvärr tappades siffrorna bort.

Det enda eleven minns av siffrorna är att det fanns med precis två stycken "460" och att resultatet "640" fanns med.

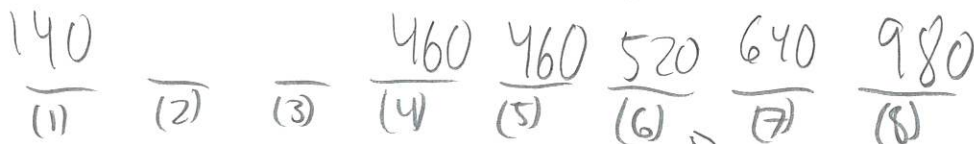
I övrigt minns eleven att det fanns två stycken av någon annan siffra, men eleven minns inte vilken.

Försök återställa resultaten åt eleven, med hjälp av lådagrammet.

(1/2/0)



Två st. 460 ⇒ (4) och (5) måste vara 460



"Två ytterligare likadana" måste varit att både (2) och (3) är 320 (pga övre kvartil = 580)

6:an måste varit 520  
 ⇒ De åtta resultaten: **140, 320, 320, 460, 460, 520, 640, 980**

D5. För 6 stycken positiva heltal gäller följande:

Övre kvartil är 17

Kvartilavståndet är 7

Både variationsbredden och medianen är 14

Medelvärdet är 14,5

Bestäm 6 möjliga heltal som uppfyller alla villkoren ovan.

(0/3/0)

$\begin{matrix} \text{X} & 10 & & 17 & (X+14) \\ \hline (1) & (2) & (3) & (4) & (6) \end{matrix}$

kvartilavst. = 7  
 Med = 14  
 Övre kvartil = 17  
 14 steg högre än lägsta pgn  
 Var. bredden = 14  
 $17 - 7 = 10$   
 Talen (3) och (4) har 14 i mitten  
 ex: 13 och 15  
 $\text{Medel} = 14,5 \Rightarrow$   
 $x + 10 + 13 + 15 + 17 + x + 14 = 14,5 \cdot 6$

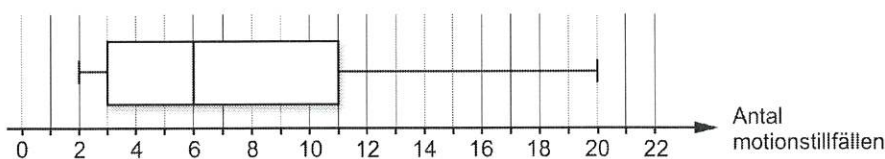
$\Rightarrow \text{Lös} \Rightarrow x = 9 \Rightarrow \text{EX: } 9, 10, 13, 15, 17, 23$

D6. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I en statistisk undersökning fick 11 personer svara på frågan:

"Hur många gånger har du motionerat den senaste månaden?"

Resultatet av undersökningen sammanställdes i ett lådagram.



Mellan vilka värden kan medelvärdet av antalet motionstillfällen ligga?

(0/1/3)

Utgå från 11 tomma platser:

Fyll i de som finns i lådagramet.

(1) = 2 (3) = 3 (6) = 6 (9) = 11 (11) = 20

$\begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) & (11) \\ \uparrow & & \uparrow & & & \uparrow & & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Lagsta} & & \text{Övdr} & & & \text{Med} & & & \text{Övre} & & \text{Högst} \end{matrix}$

$\begin{matrix} 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 11 & 11 & 20 & 20 \\ \hline (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) & (11) \end{matrix}$

Största medelvärdet fås genom att "maxa" de tomma, dvs:

$\begin{matrix} 3 & 6 & 6 & 6 & 11 & 11 & 20 & 20 \\ \hline (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) & (11) \end{matrix} \Rightarrow \text{Medelmax} = 9$

Motsvarande med minsta:

$\begin{matrix} 2 & 3 & 3 & 6 & 6 & 6 & 11 & 20 \\ \hline (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) & (11) \end{matrix} \Rightarrow \text{Medelmin} = 6,63$

D7. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt NP. Lös uppgiften.

En grupp på 5 personer gjorde ett test som kan ge maximalt 85 poäng. Både medelvärdet och medianen för gruppen blev 54 poäng. Variationsbredden var 40 poäng.

Är det möjligt att någon i gruppen fick 85 poäng? Förklara.

(0/2/3)

Fyll i den givna informationen:

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{54} & \underline{c} & \underline{(a+40)} & \leftarrow & \text{Var. bredden} = 40 \\ & & \uparrow & & & & \Rightarrow a+40 \\ & & \text{Medianen} & & & & \end{array}$$

$$\text{Medelvärdet ska vara } 54 \Rightarrow \frac{a+b+54+c+a+40}{5} = 54$$

$$\Rightarrow 2a + b + c = 176$$

Om ngn fått 85 är högsta talet 85

$$\Rightarrow a+40 = 85 \Rightarrow a = 45$$

b måste då varit minst 45 (för inte vara lägre pga storleksordning)

På motsvarande sätt måste c varit minst 54 (För inte vara lägre än medianen)

Lägsta möjliga komb. blir då:  $a=45$   
 $b=45$   
 $c=54$

$$\Rightarrow 2a + b + c = 176$$

$$2 \cdot 45 + 45 + 54 = 189 > 176$$

Alltså, nej, ingen kan ha fått 85 poäng om medelvärdet är 54