

FACIT

4.3 Normalfördelning

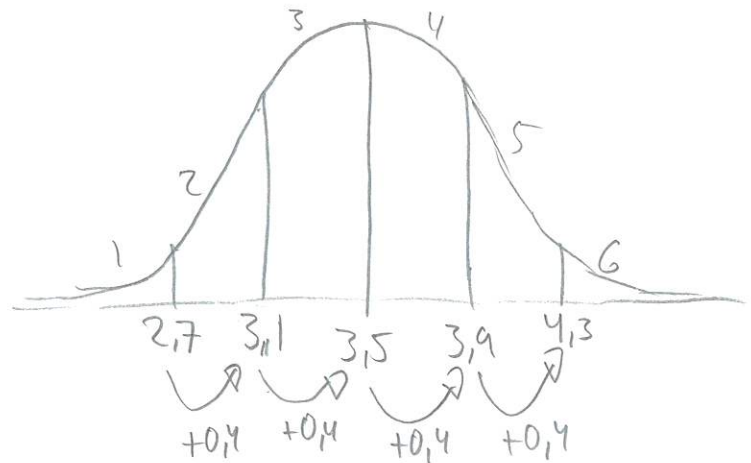
Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Vikten hos nyfödda på en viss BB-avdelning är *normalfördelad* med medelvärdet 3,5 kg med standardavvikelsen 0,4 kg.

Hur många procent av de nyfödda väntas väga mellan 3,1 kg och 3,5 kg?

(2/0/0)

Rita ut en normalfördelningskurva och markera värdena



Mellan 3,1 och 3,5

⇒ Fack 3

$$\Rightarrow [FB] = 34,1\%$$

2. En maskin tillverkar lakritsremmar. Efter många noggranna mätningar har konstaterats att remmarnas längd är normalfördelade, och att **68,2 %** av remmarna har längder mellan 19,2 cm och 19,8 cm.

- a) Bestäm *medelvärdet* hos remmarnas längd.

(1/0/0)

Endast svar krävs!

68,2% ⇒ Fack 3 och 4 ⇒

medelvärdet är mitt emellan

19,2 och 19,8 dvs **19,5 cm**



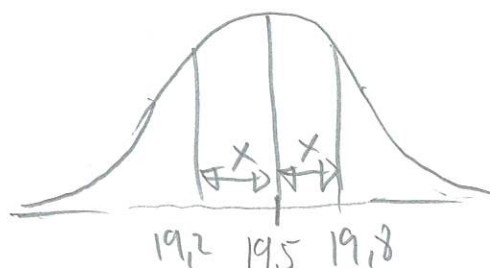
- b) Bestäm *standardavvikelsen* hos remmarnas längd.

(1/0/0)

Endast svar krävs!

Standardavvikelse motsvarar bredden av ett

fack:



$$2 \cdot x = 0,6$$

$$x = 0,3$$

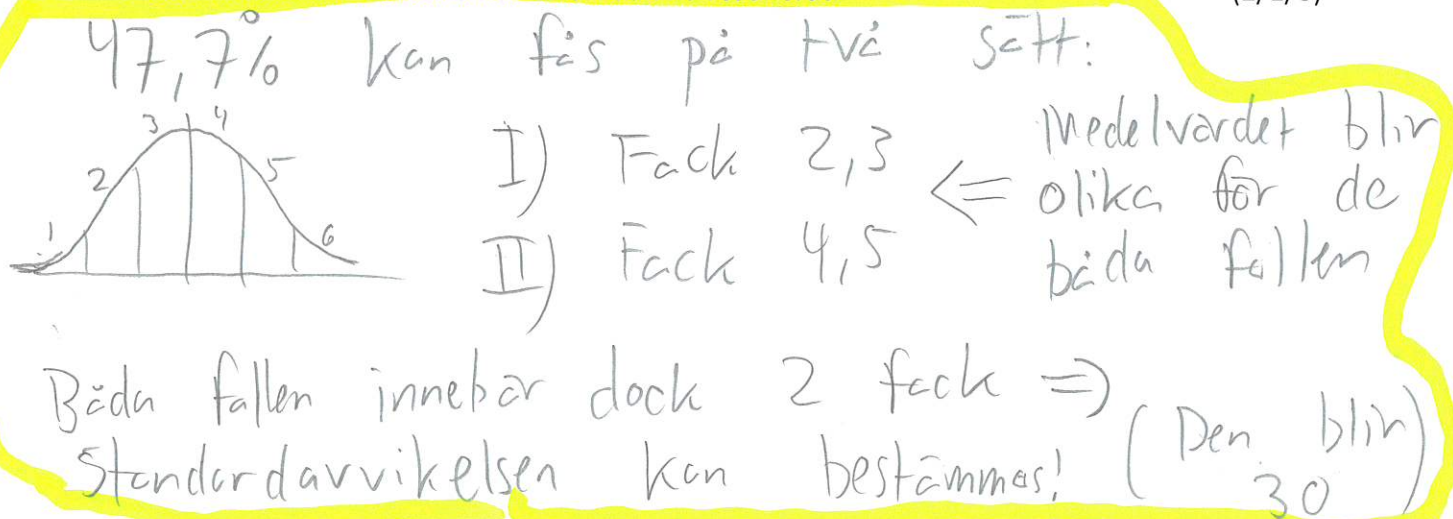
Standardavvikelsen = 0,3 cm

3. För ett visst normalfördelat material gäller att 47,7% av värdena är mellan 2000 och 2060.

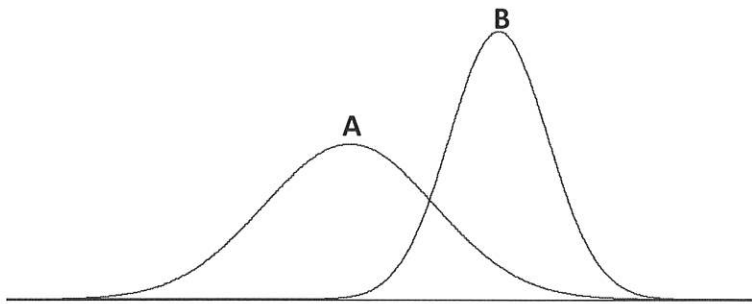
Viktor menar att han utifrån den informationen med säkerhet kan veta materialets *standardavvikelse*, men inte dess *medelvärde*.

Viktor har helt rätt. Förklara hur Viktor kan ha resonerat.

(2/1/0)



4. Nedan visas två stycken normalfördelningskurvor, A och B, ritade i samma figur.



- a) Vilken av de båda kurvorna har högst medelvärde?

(1/0/0)

Motivera ditt svar!

Den med toppen längst till höger har högst medelvärde \Rightarrow Kurva B

- b) Vilken av de båda kurvorna har högst standardavvikelse?

(0/1/0)

Motivera ditt svar!

Standardavvikelsen motsvarar bredden av ett fack \Rightarrow Den med högst standardavvikelse är den bredaste grafen \Rightarrow Kurva A



5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Vikten av en viss sorts paket syltsocker är normalfördelad med medelvikten 1000 g och standardavvikelsen 10 g. Peder köper ett sådant paket syltsocker.

Anta att paketet som Peder köper väger x gram. Vilket/vilka av alternativen A-F nedan är korrekt?

Det är 84 % sannolikhet att:

- A. $x \geq 1010$
- B. $x \leq 1010$
- C. $x \geq 990$
- D. $x \leq 990$
- E. $990 \leq x \leq 1010$
- F. $1000 \leq x \leq 1020$

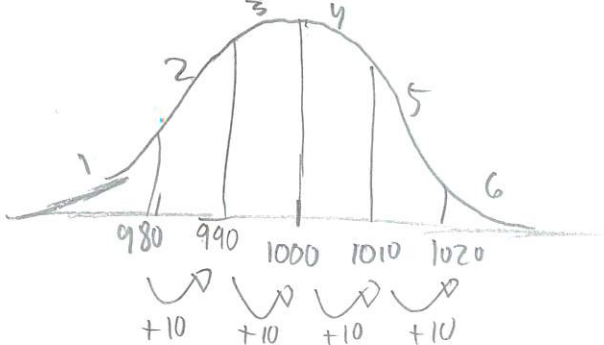


(0/2/0)

Alternativ

B
C

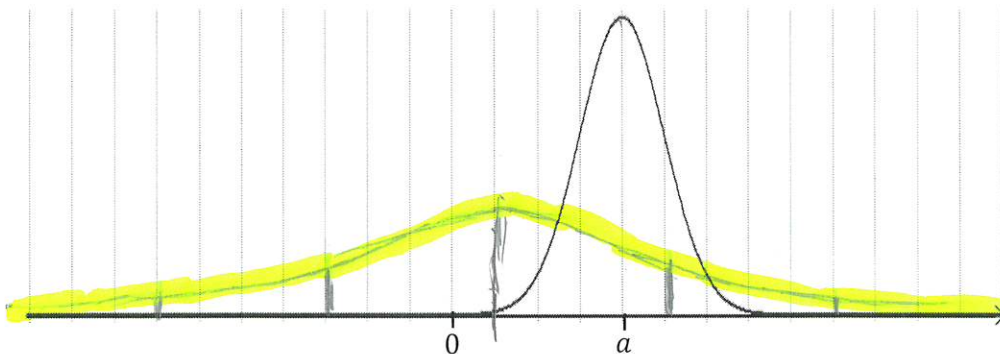
84% \Rightarrow I) Fack 1, 2, 3, 4 $\Rightarrow x \leq 1010$
 II) Fack 3, 4, 5, 6 $\Rightarrow x \geq 990$



6. Nedan visas en normalfördelningskurva med medelvärdet a och standardavvikelsen b .

Skissa i samma bild, i samma skala, en annan normalfördelningskurva med medelvärdet b och standardavvikelsen a

(0/1/1)



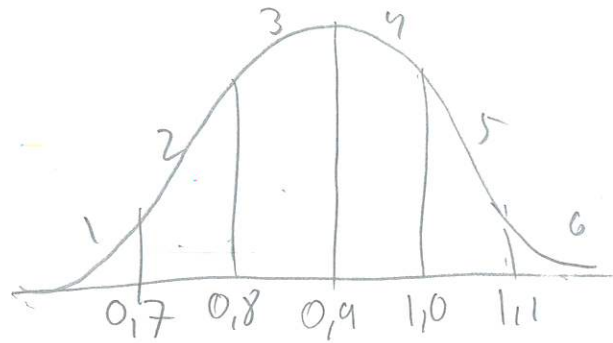
Den givna grafen har standardavvikelse $b = 1$ ruta
 medelvärdet $a = 4$ rutor

Den nya grafen har medelvärdet $b = 1$ ruta
 standardavvikelse $a = 4$ rutor

Del 2 – Med digitala hjälpmedel

- D1. Vikten på en viss sorts marsvin är *normalfördelad* med medelvärdet 0,9 kg och standardavvikelsen 0,1 kg. Av 300 stycken marsvin, hur många väntas väga mellan 0,7 kg och 1,0 kg? (3/0/0)

Ritas en norm. kurva och värden sätts ut fis:



"Mellan 0,7 och 1,0"

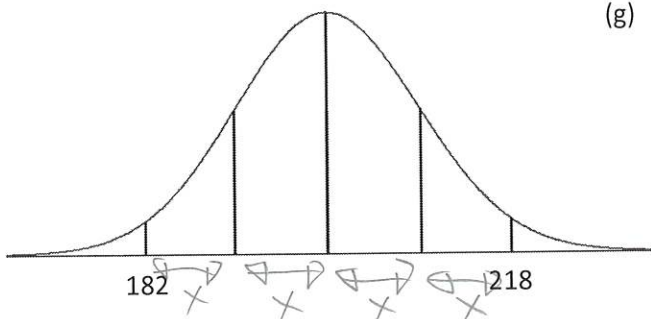
⇒ Fack 2, 3, 4

⇒ [FB el. Geogebra] $\approx 81,8\%$

81,8% av 300

$$= 0,818 \cdot 300 \approx 245 \text{ st}$$

- D2. En viss godissort säljs i påsar vars vikt är normalfördelad. Nedanstående kurva visar fördelningen.



- a) Ange standardavvikelsen för vikten hos en godispåse (2/0/0)

Standardavvikelsen = Bredden av ett "fack" = x

$$4 \cdot x = (218 - 182) = 36$$

$$x = 36/4 = 9 \text{ g}$$

Standardavvikelsen är 9 g

- b) Av 1000 påsar, hur många väntas väga mellan 182 g och 218 g? (1/0/0)

Endast svar krävs!

Enl. bilden, fack 2, 3, 4, 5 ⇒ [FB el. Geogebra] $\approx 95,4\%$

$$95,4\% \text{ av } 1000 = 954 \text{ st}$$

D3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

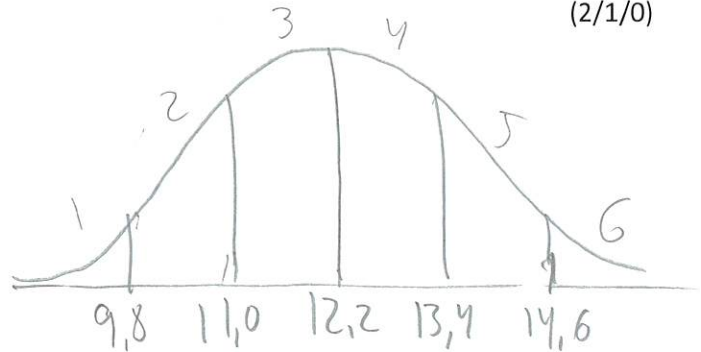
Ulf och Lina ska fiska kräftor. Reglerna säger att man får fiska med fyra burar och bara behålla de kräftor som är minst 11 cm långa. Mindre kräftor måste läggas tillbaka i ån.

Man kan anta att längden på kräftorna är normalfördelad med medelvärdet 12,2 cm och standardavvikelsen 1,2 cm. När fisket är avslutat har Ulf och Lina med sig 60 st kräftor hem.

Hur många kräftor bör de ha fått totalt?

(2/1/0)

Ritas norm. kurva
och värden sätts in fäs:



"Minst 11 cm"

⇒ Fack 3, 4, 5, 6

⇒ $\left[\begin{array}{l} \text{FB} \\ \text{el.} \\ \text{Geogebra} \end{array} \right] \approx 84,1\%$

Totalantalet = $x \Rightarrow 84,1\%$ av $x = 60$

$$0,841 \cdot x = 60 \Rightarrow x = 71 \text{ st}$$

D4. Längden hos spelarna i ett visst basketlag är normalfördelade.

34,1 % av spelarna har längder mellan 181 cm och 187 cm

2,3 % av spelarna är längre än x cm.

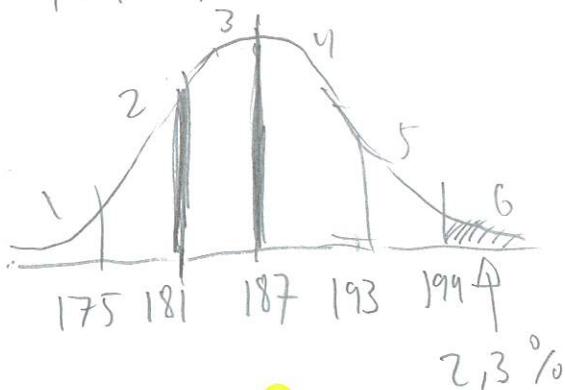
Bestäm värdet på x

(0/2/0)

Ritas en norm. kurva
över det givna fäs
två fall:

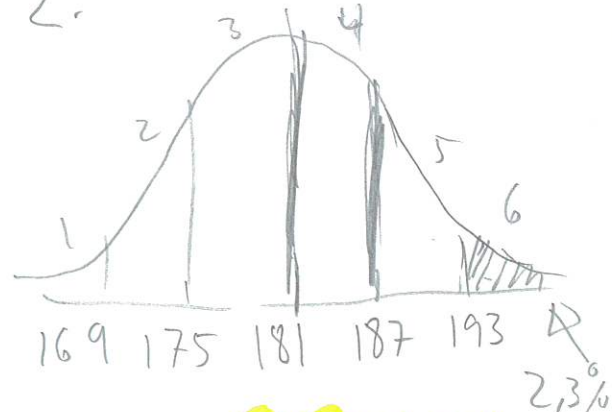
34,1% ⇒ Fall 1: Fack 3
Fall 2: Fack 4

Fall 1:



$$x_1 = 199 \text{ cm}$$

Fall 2:



$$x_2 = 193 \text{ cm}$$

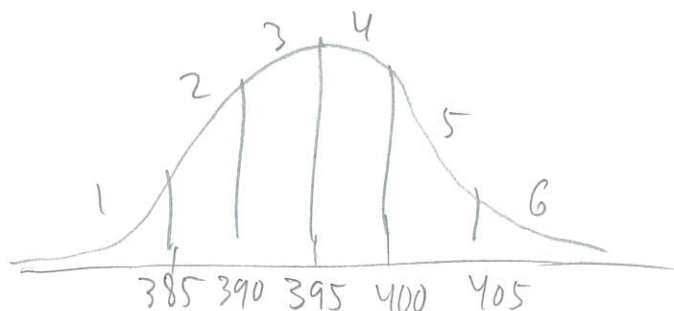
D5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Ett företag fyller konservburkar med krossade tomater. Enligt märkningen innehåller en burk 400 g tomater. Tomaternas vikt är normalfördelad kring medelvärdet 395 g och standardavvikelsen är 5,0 g.



- a) Hur många procent av konservburkarna kan förväntas innehålla mindre än de 400 g som anges på burken? (2/0/0)

Rita norm.kurva med givna värden.



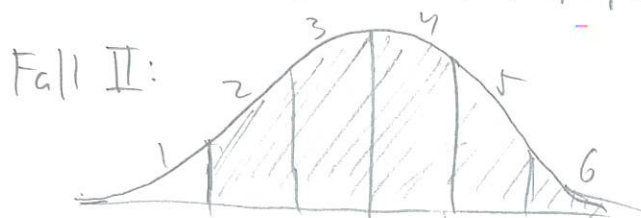
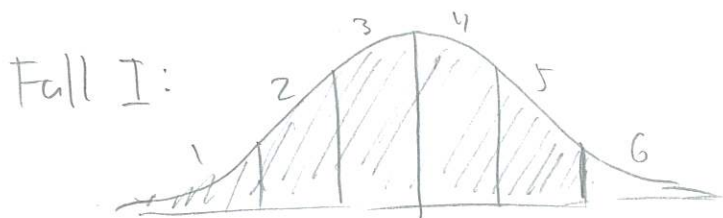
"Mindre än 400g"
 \Rightarrow Fack 1, 2, 3, 4

\Rightarrow [FB el. Geogebra] \approx 84,1%

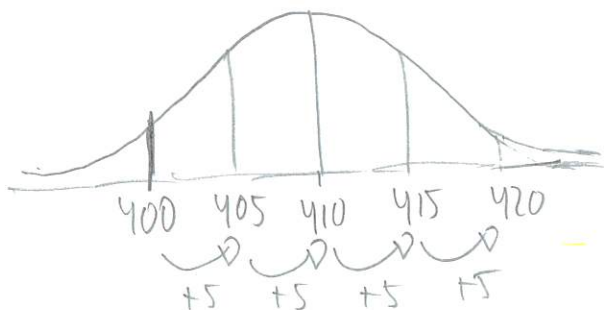
Företaget vill inte ha för många missnöjda kunder och tänker därför fylla konservburkarna lite mer. De ändrar kravet till att minst 97,7% av burkarna ska innehålla minst 400 g tomater. Standardavvikelsen antas fortfarande vara 5,0 g.

- b) Beräkna vilket medelvärde på vikten som motsvarar detta nya krav. (0/3/0)

"97,7%" \Rightarrow Två fall I: Fack 1, 2, 3, 4, 5
 II: Fack 2, 3, 4, 5, 6



"Minst 400g" \Rightarrow Fall II är det som äsyftas här



Medelvärdet blir
 410 g

D6. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

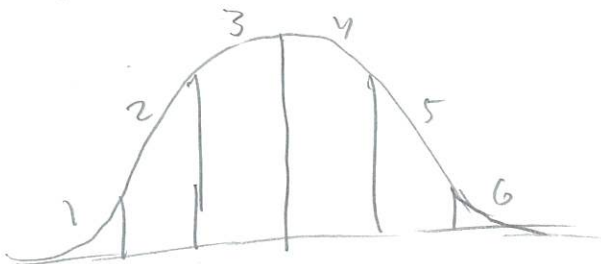
En maskin tillverkar skruvar. Skruvarnas längder är normalfördelade med en standardavvikelse på 0,20 mm.



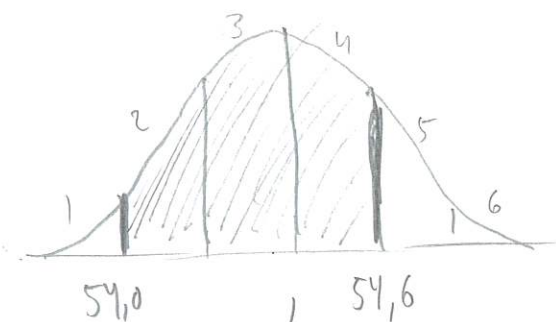
Ungefär 82 % av skruvarna har en längd mellan 54,0 mm och 54,6 mm.

Bestäm skruvarnas medellängd.

82% \Rightarrow Två fall \Rightarrow Fall I ^(0/2/1) 2, 3, 4
Fall II 3, 4, 5

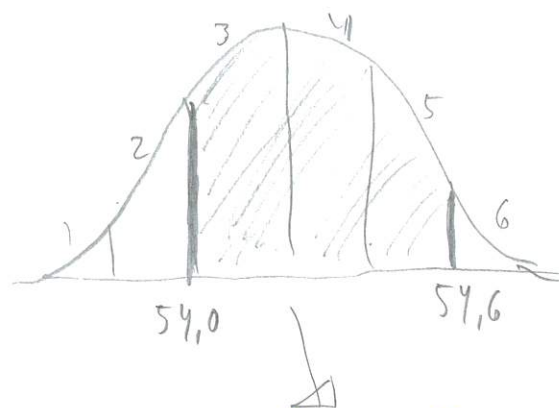


Fall I:



Medellängden är
54,4 mm

Fall II



Medellängden är
54,2 mm

OBS! Båda fallen är möjliga!

D7. En skolelev vill göra en liten undersökning för att ta reda på hur många minuter det tar för elever att göra en viss matteövning.

Skolan består av 550 elever, och eleven inser att det inte går att göra låta alla elever göra uppgiften.

Istället plockas 15 elever ut slumpartat.

Deras tider visas i tabellen nedan.

Elev nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Tid (s)	56	132	44	142	134	90	111	76	203	60	72	84	102	114	118

Eleven antar att tiden det tar för en elev att göra matteövningen är *normalfördelad* och undrar hur många av skolans alla elever som skulle klara göra övningen snabbare än ca 1 minut.

Hjälp eleven göra en uppskattning av detta utifrån det givna datat.

(0/2/1)

Använd stickprovet (dvs de 15 elevernas tider) till att bestämma medelvärdet och standardavvikelse:

$$I = \{56, 132, 44, 142, 134, 90, 111, 76, 203, 60, 72, 84, 102, 114, 118\}$$

$$\text{Standardavvikelse} = \text{stdev}(I) \approx 40,96 \text{ s}$$

$$\text{medelvärde} = \text{medel}(I) \approx 102,53 \text{ s}$$



"Snabbare än
ca 1 minut"
 \Rightarrow Mindre än
ca 60 s

\Rightarrow Fack 1, 2

\Rightarrow [FB el.
Geogebra]

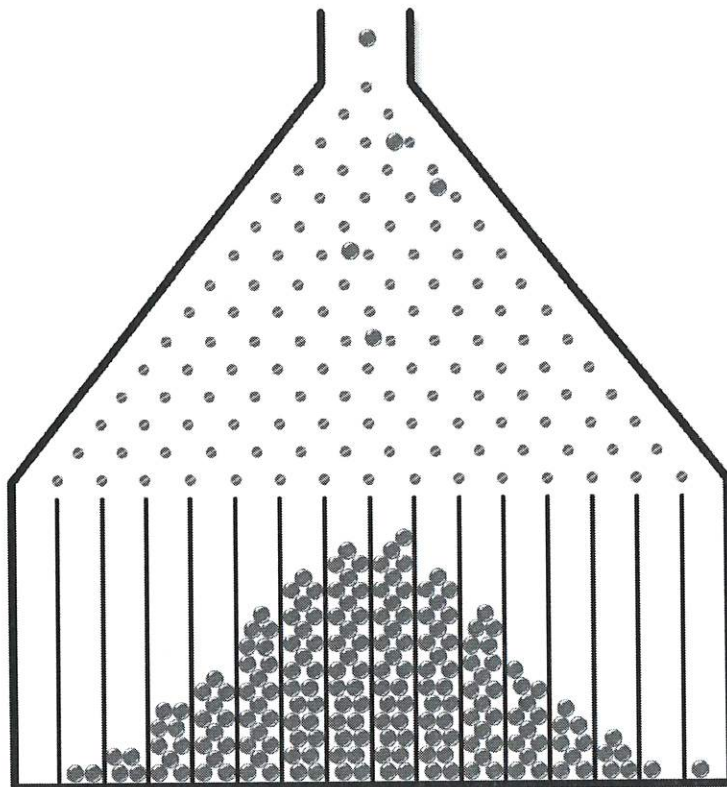
15,9% av 550

$$0,159 \cdot 550 = 87 \text{ st}$$

$\approx 15,9\%$

D8. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.



Fack nr 1 2 3 4 5 6 7 8

Vid ett experiment släpptes 1478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor.

Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5?

(0/0/2)

Steg 1 blir att bestämma standarddevielsen:

$$34,1\% \text{ av } 1478 \text{ kulor} = 504 \text{ st}$$



↳ Borde innehålla 34,1%

Fack 8 + Fack 7 = 281 + 223 = 504 st
 \Rightarrow 2 st fack i Galtonbrädan motsvarar ett "fack" i normalfördelningen!

Steg 2 blir att bestämma hur många kulor "fack 2" i normalfördelningen innehåller och jämföra detta med Fack 5 och 6 i Galtonbrädan

$$\hookrightarrow 13,6\% \text{ av } 1478 = 201 \text{ st}$$

Av dessa ligger 136 i Fack 6. Då ligger resten i Fack 5, dvs **65 st**