

Namn: FACIT

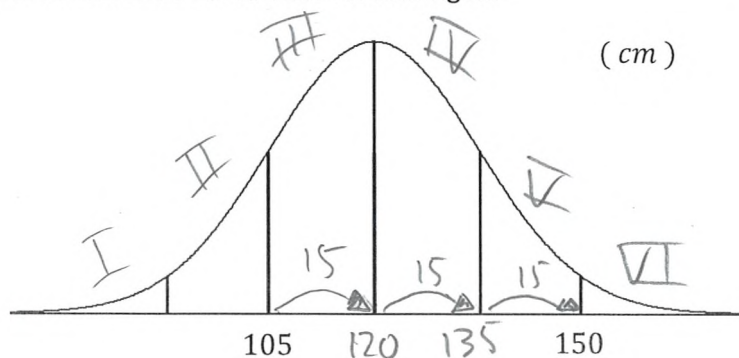
Matematik 2c – Frivilligt Prov, kapitel 3 och 4.

Spridningsmått, Standardavvikelse, Normalfördelning, Lådagram, Korrelationskoefficient, Linjär regression, Likformighet, Pythagoras sats, Yttervinkelsatsen, Bisektrissatsen, Kordasatsen, Randvinkelsatsen, Koordinatgeometri.

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel – Endast svar krävs!

1. Längden av röda pandor är normalfördelad.

Nedanstående kurva visar fördelningen.



a) Hur många procent av röda pandor väntas vara mellan 105 och 150 cm långa?

Fack III, IV, V  
FB  $\Rightarrow 34,1\% + 34,1\% + 13,6\%$

Svar: 81,8% (1/0/0)

b) Ange medelvärdet för längden hos röda pandor.

= Värdet på  
mittensträcket  
(Standardavvikelsen  
blir 15g)

Svar: 120g (1/0/0)

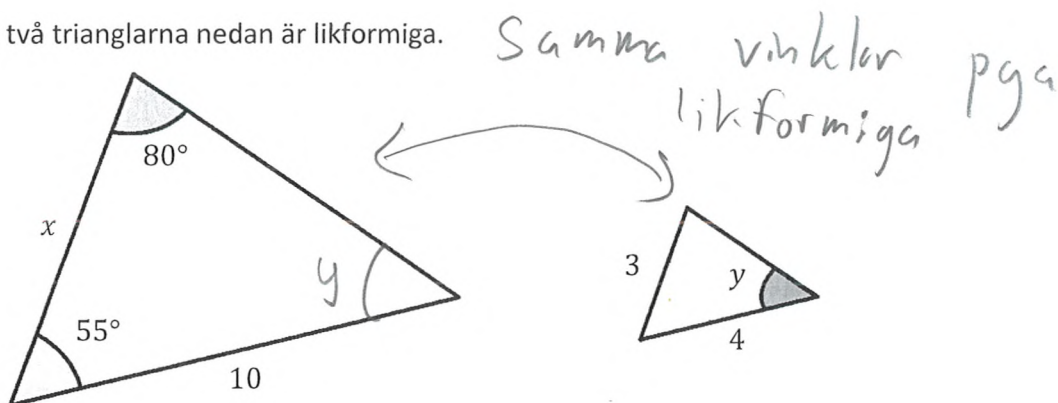
2. Ange fem olika heltal för vilka variationsbredden är dubbel så stort som medianen.

Var. bredd =  
Högsta - minsta

Median = Mittenstelet

ex: 2, 5, 10, 13, 22 (1/0/0)  
↑  
Median  
Var. bredd (20)

3. De två trianglarna nedan är likformiga.



a) Bestäm vinkeln  $y$ .

Summan av inre vinklar är  $180^\circ \Rightarrow$   
 $y = 180 - 80 - 55$

Svar: 45 (1/0/0)

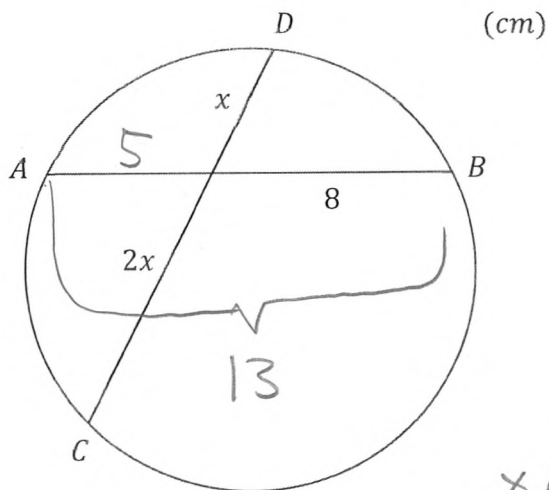
b) Bestäm sidan  $x$ .

Likformighet:

"Stor" / "liten"  
 $\frac{x}{3} = \frac{10}{4}$

Svar:  $x = \frac{30}{4} = 7,5$  (1/0/0)

4. Figuren visar en cirkel med de två kordorna  $AB$  och  $CD$  inritade.



Kordan  $AB$  är 13 cm.  
 Bestäm längden av kordan  $CD$ .  
 Svara exakt!

Kordasatsen:

$$\frac{5 \cdot 8}{2x} = x \Rightarrow 5 \cdot 8 = 2x \cdot x$$

$$40 = 2x^2$$

$$\sqrt{20} = x$$

Svar:  $3 \cdot \sqrt{20}$  cm (0/1/0)

$$CD = 2x + x = 3x$$

5. Nedan visas fem par av påståenden, a) t.om e)

Fyll i rätt symbol i rutan mellan påståendena. Välj mellan  $\Rightarrow$ ,  $\Leftarrow$  och  $\Leftrightarrow$ .

(1/1/1)

a) Matte Twå bor i Sverige.



Matte Twå bor på Tomtebo i Umeå

Hela Tomtebo ligger i Sverige

b)  $0 \text{ cm} < AB \leq 10 \text{ cm}$



Sträckan  $AB$  är en korda i en cirkel med diametern 10 cm.

Alla kordor är som längst diametern

c) Sträckan  $DE$  är en transversal till triangeln  $ABC$ .



Triangel  $ABC$  har en sträcka som går igenom triangeln. Den startar vid punkt  $D$  och slutar vid punkt  $E$ .

Transversal är en sträcka igenom en triangel

d) Talen  $T$  är 1, 3, 5, 7, 9, 11



Medianen av talen  $T = 6$

Det finns andra tal med samma median

e) Triangel  $T$  är rätvinklig och likbent.



Två av vinklarna i triangel  $T$  är  $90^\circ$  och  $45^\circ$

Sista vinkeln blir  $45^\circ$ , två vinklar lika. Alltså likbent

6. I en undersökning frågade en elev sina klasskamrater hur ofta de tog bussen under en viss månad. 19 personer svarade på frågan.

Minsta värdet var 0, Nedre kvartil var 8 och största värde var 68.

I vilket intervall kan medianen ligga?

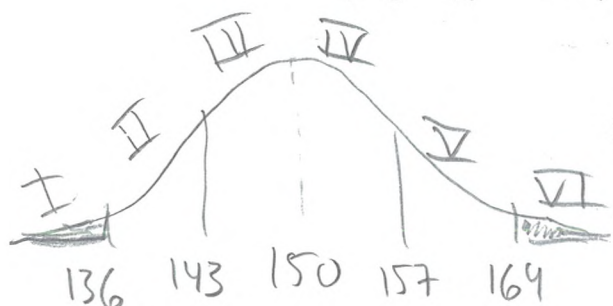
Medianen kan vara lika stor som nedre kvartil, och som högst största värdet

Svar: 8  $\leq$  Medianen  $\leq$  68 (0/1/0)

7. Ett visst företag tillverkar godisnappar som säljs i påsar vars vikt är normalfördelad med medelvärdet 150 och standardavvikelsen 7 gram.

Företagets kvalitetsavdelning kräver att de påsar som får säljas ska ha en vikt som befinner sig inom två standardavvikelser från medelvärdet.

Beskriv vikten,  $x$  gram, på **alla** de påsar som företaget *inte* säljer.



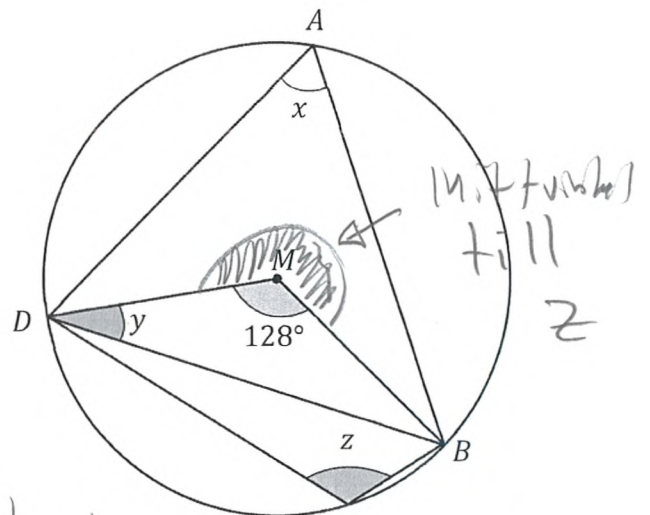
Svar:  $0 \text{ g} < x < 136 \text{ g}$ ,  $x > 164 \text{ g}$  (0/0/1)

Säljs inte: Fack I + VI

Del 2 – Utan digitalt hjälpmedel! Fullständiga uträkningar krävs!

8. Figuren visar en cirkel med en fyrhörning,  $ABCD$  inskriven så att alla dess hörn ligger på cirkelns rand. Punkten  $M$  är cirkelns medelpunkt.

Bestäm vinklarna  $x$ ,  $y$  och  $z$ . (2/1/0)



$x$  är en randvinkel till  
Mittvinkeln  $128^\circ \Rightarrow$

$$x = \frac{128}{2} = 64^\circ = x$$

Triangel



$$\Rightarrow 2y + 128 = 180 \Rightarrow y = 26^\circ$$

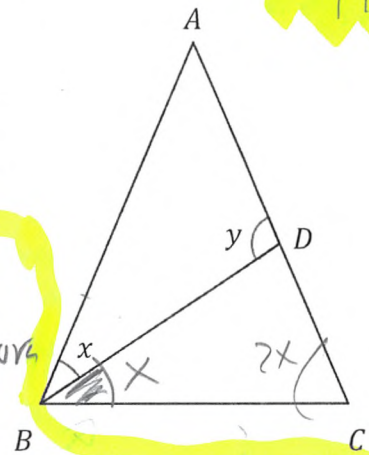
likbent pga  $MD, MB$   
är radier i cirkeln.

$z$  är en randvinkel till  $360 - 128 = 232^\circ \Rightarrow z = \frac{232}{2} = 116^\circ$

9. Figuren visar den **likbenta** triangeln  $ABC$ .

Sträckan  $BD$  är en **bisektris**.

Visa att vinkel  $y$  alltid är tre gånger så stor som vinkel  $x$ . (0/2/0)

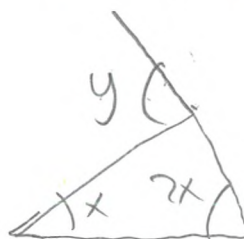


$BD$  bisektris  $\Rightarrow$  Delar vinkeln  $B$  i 2 lika stora delar

$\Rightarrow$  Vinkel  $DBC$  blir också  $x$

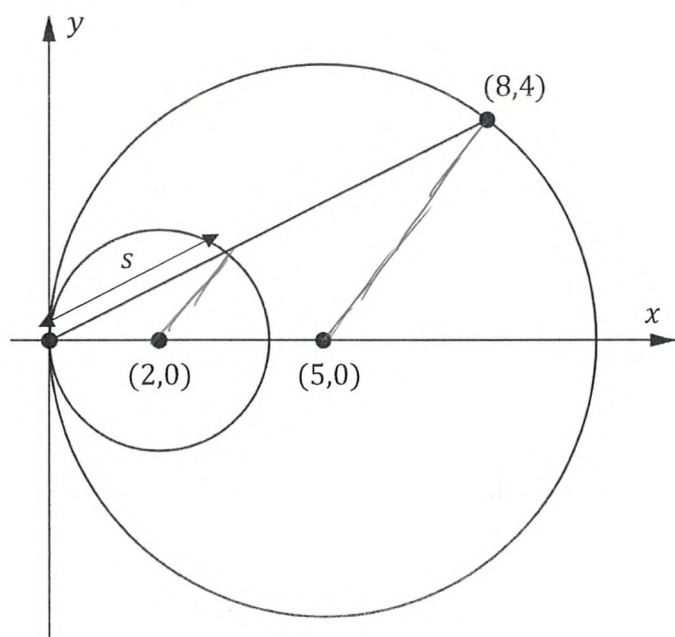
$ABC$  likbent  $\Rightarrow$  Vinkel  $C$  är lika stor som vinkel  $B = 2x$

$y$  yttervinkel till  $BCD$



$$\Rightarrow y = x + 2x = 3x \text{ VSV.}$$

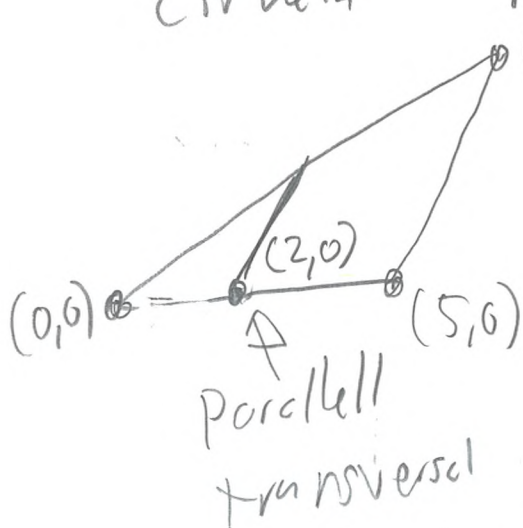
10. Figuren visar ett koordinatsystem med två cirklar inlagda så att båda cirkelnas vänstra punkt är i origo. Punkterna  $(2,0)$  och  $(5,0)$  är de båda cirkelnas mittpunkter.



Bestäm sträckan  $s$ .  
Svara exakt!

(0/1/2)

Dras sträckan från  $(8,4)$  till  $(5,0)$  och motsvarande i den mindre cirkeln fås 2 likformiga trianglar



$\Rightarrow$



Den större triangelns längsta sida motsvarar avståndet mellan

$$(0,0) \rightarrow (8,4) \Rightarrow \sqrt{8^2 + 4^2}$$

Likformighet:  $\left(\frac{\text{STOR}}{\text{LITEN}}\right)$

$$\frac{s}{\sqrt{80}} = \frac{2}{5} \Rightarrow s = \frac{2}{5} \sqrt{80} = 0,4 \cdot \sqrt{80}$$

Namn: FACIT

Matematik 2c – Frivilligt Prov, kapitel 3 och 4.

Spridningsmått, Standardavvikelse, Normalfördelning, Lådagram, Korrelationskoefficient, Linjär regression, Likformighet, Pythagoras sats, Yttervinkelsatsen, Bisektrissatsen, Kordasatsen, Randvinkelsatsen, Koordinatgeometri.

Del 2 – MED digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs om inget annat anges!

D1. En undersökning visar att det verkar finnas ett samband mellan antalet timmar som en elev är i klassrummet på en termin och provresultat på slutprovet.

Detta baseras på en kurs där maximalt antal schemalagda timmar var 85 och där slutprovresultatet kunde vara mellan 0 och 60 poäng.

Resultatet visas i tabellen:

	A	B	C	D	E	F	G
Antal timmar i klassrummet	30	70	62	82	83	80	44
Provresultat	10	38	24	50	58	56	28

a) Använd tabellen och ta fram ett linjärt samband på formen  $y = kx + m$  där  $x$  är antalet timmar i klassrummet och  $y$  är provresultatet på slutprovet.  
Endast svar krävs!

(1/0/0)

Skriv in tabellen som punkter, ex:  $A = (30, 10)$   
 $B = (70, 38)$   
"RegressionLin(A, B, C, D, E, F, G)"  $\Rightarrow y = 0,81x - 14,75$  osv

b) Bestäm korrelationskoefficienten för sambandet i a)  
Endast svar krävs!

(1/0/0)

"Korrelation(A, B, C, D, E, F, G)"  $\Rightarrow r \approx 0,93$

c) Maria tittar på grafen till sambandet och tycker att det finns märkliga värden, som omöjligt kan stämma.

Förklara vad Maria kan ha menat.

(0/1/0)

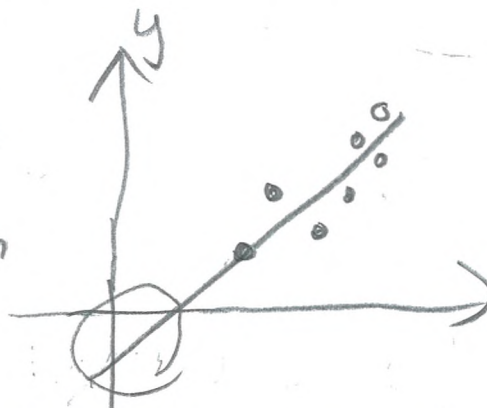
Sambandet = Linjen:

Enligt linjen kan man

få negativt provresultat om

antalet timmar är färre än ca 18h

Det är omöjligt.



D2. För punkterna  $A$  och  $B$  gäller  $A = (-3, 5)$  och  $B = (13, -7)$ .

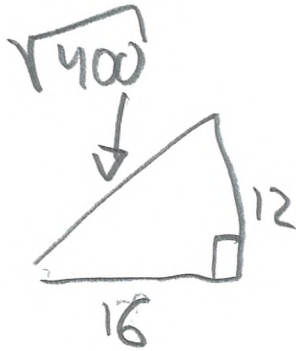
a) Visa att avståndet mellan punkterna kan skrivas  $\sqrt{400}$

(2/0/0)

Avståndet ges av Pyth. sats eller via kommandot "Avstånd" i Geogebra.

Pyth sats:

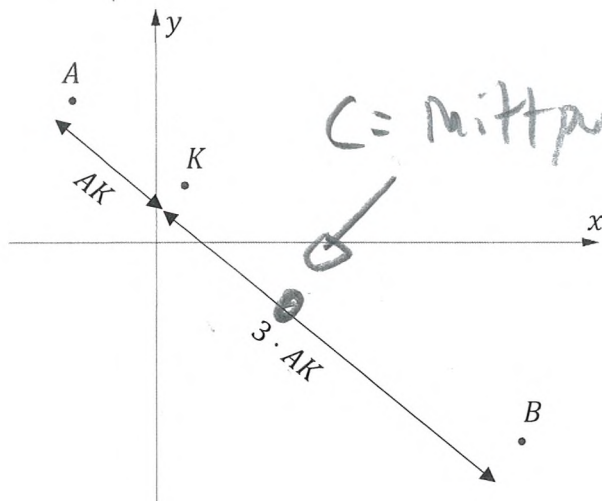
$$\begin{aligned} -3 \rightarrow 13 &= 16 \text{ steg} \\ -7 \rightarrow 5 &= 12 \text{ steg} \\ 16^2 + 12^2 &= 400 \end{aligned}$$



"Avstånd"

$$\begin{aligned} \text{Avstånd}(A, B) \\ \rightarrow 20 \\ \sqrt{400} = 20 \end{aligned}$$

b) Det finns en tredje punkt  $K$  för vilken det gäller att avståndet till  $A$  är tre gånger så långt som avståndet till  $B$ .  
Se figur.



$$C = \text{Mittpunkt}(A, B) \Rightarrow (5, -1)$$

Bestäm koordinaterna för punkten  $K$

(0/2/0)

Kan lösas på flera sätt, exempelvis  
Mittpunktform  $\rightarrow$  Mittpunkten igen

"Mittpunkt(A, B)"  $\rightarrow C = (5, -1)$  "Mittpunkt(A, C)"

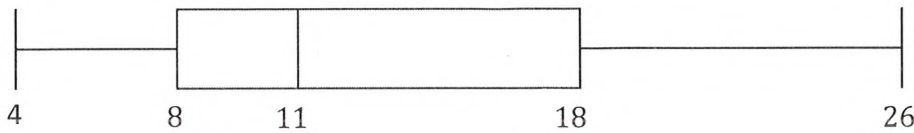
$\rightarrow K = (1, 2)$

Det går också att tänka  
ex. likformighet



$$\begin{aligned} \frac{5}{20} = \frac{y}{12} &\Rightarrow y = 3 \quad (-3, 5) \\ \frac{5}{20} = \frac{x}{16} &\Rightarrow x = 4 \quad \Downarrow \\ &\quad (1, 2) \end{aligned}$$

D3. Figuren visar ett lådagram som ritats av värdena från ett stickprov på 10 heltal.



Bestäm det **högsta** möjliga värdet på talens **standardavvikelse** med hjälp av lådagrammet. (0/1/1)



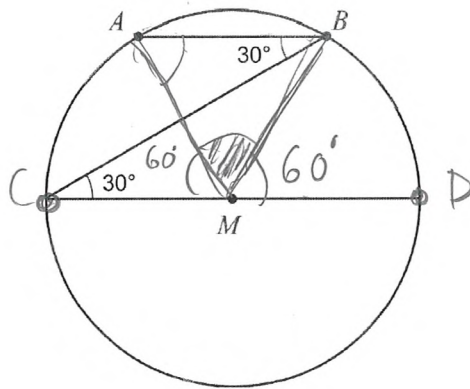
Högst standardavvikelse = störst spridning

(2) = 4    (6) = 14 pga median 11    ⇒ Så låga tal och så höga tal som möjligt  
 (4) = 8    (7) = 18  
 (5) = 8    (9) = 26  
 stdev(4, 4, 8, 8, 8, 14, 18, 18, 26, 26) ≈ 8,33

D4. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

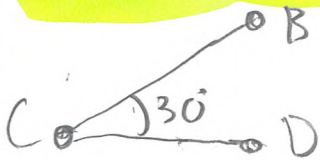
(0/0/2)

Punkterna  $A$  och  $B$  ligger på randen av en cirkel med medelpunkten  $M$ .

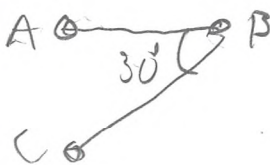


$ABM$  blir  
 liksidig då alla  
 vinklar är  $60^\circ$

Visa att sträckan  $AB$  är lika lång som cirkelns radie.



är en randvinkel till  $60^\circ$



är en randvinkel till  $60^\circ$



Mittvinkeln i triangel  $ABM = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$

$ABM$  liksidig ⇒ Busvinklarna blir  $60^\circ$  ⇒ Liksidig ⇒ Alla sidor i  $ABM$  är radien osv.