

FACIT

Polynom i utvecklad- och faktorform

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. a) Vilka TVÅ av alternativen A-G nedan visar ett polynom? (1/0/0)

A. $x^3 + 4x^2 + \frac{1}{x}$

B. $x^{10} - 40x + 20$ ← Polynom

C. $x^2 + 2\sqrt{x} - x$

D. $x^4 - x^{-4} - 4$

E. $\frac{x^3 + x^2}{x + 2}$

F. $4x(x+3)(x-2)$ ← Polynom i faktorform

G. $x^4 + x^{2,5}$

B, F

b) Ange graden hos de båda polynomen i a)-uppgiften (2/0/0)

B: grad 10

F: grad 3 (3 st faktorer med x)

2. Skriv i utvecklad form

a) $(x-6)(x+2) \rightarrow$ Gånger ihop (1/0/0)

$$x^2 + 2x - 6x - 12 = x^2 - 4x - 12$$

b) $2x(x+1)(x+2)$ (2/0/0)

$$2x(x^2 + 2x + 1x + 2) = 2x(x^2 + 3x + 2) = 2x^3 + 6x^2 + 4x$$

c) $(x-1)^2(x+1)^2 \rightarrow$ Byt ordning $\rightarrow (x-1)(x+1)(x-1)(x+1)$ (0/2/0)

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$
$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$= x^4 - 2x^2 + 1$$

3. Ange ett valfritt polynom med grad 4 och vars konstantterm är 16 i...

a) utvecklad form exempelvis $x^4 + 16$ (1/0/0)

b) faktorform (1/1/0)

grad 4 \Rightarrow 4 faktorer med x

exempelvis

$$16(x+1)^4 \text{ el. } (x+2)^4$$

4. Faktorisera polynomen nedan så långt som möjligt

a) $8x - 40$ ↖ Bryt ut 8

(1/0/0)

$8(x-5)$

b) $8 - 4x$ ↖ Bryt ut -4 el. 4

(1/0/0)

$4(x-2)$ el. $4(2-x)$

c) $x^3 - 2x^2$ ↖ Bryt ut x^2

(1/0/0)

$x^2(x-2)$

d) $2x^2 - 32$ ↖ Bryt ut 2

(2/0/0)

$2(x^2 - 16) = [x^2 - 16 = \text{Konjugatregeln}] = 2(x-4)(x+4)$

e) $x^2 - 2x - 3$ ↖ Hitta nollställena via p-q

(1/1/0)

$+1 \quad 1 \cdot 1 + 3 \rightarrow x_1 = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \text{Faktorn } (x-3)$
 $\triangle \quad \square \quad \rightarrow x_2 = 1 - 2 = -1 \Rightarrow \text{Faktorn } (x+1) \Rightarrow (x-3)(x+1)$

f) $(2x - 4)^3 = (2x - 4)(2x - 4)(2x - 4) =$

(0/1/0)

[Bryt ut 2 ur varje parentes]

$2(x-2)2(x-2)2(x-2) = 8(x-2)^3$

g) $3x^3 + 18x^2 + 27x$ ↖ Bryt ut $3x$

(0/2/0)

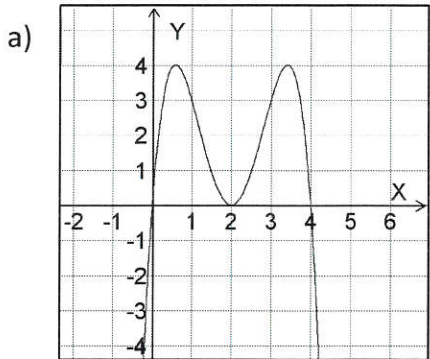
$3x(x^2 + 6x + 9)$

↑
p-q för att
hitta faktorerna

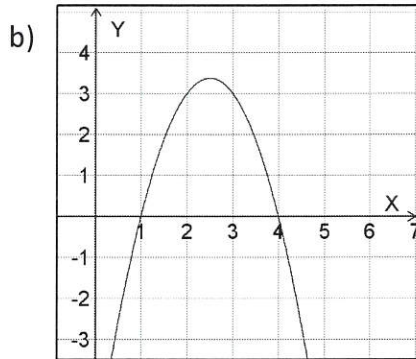
$-3 \quad 3 \cdot 3 - 9 \rightarrow x_1 = -3 \Rightarrow (x+3)$
 $\triangle \quad \square \rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow (x+3) \Rightarrow 3x(x+3)^2$

5. Nedan visas ett antal grafer till polynomfunktioner.
 Ange högsta möjliga gradtal till dessa.

(2/0/0)



3 vändningar \Rightarrow **grad 4**



1 vändning \Rightarrow **grad 2**

6. Skriv funktionsuttrycket till grafen i 5b i faktorform

(1/2/0)

Enligt grafen är nollställena

$x_1 = 1$
 $x_2 = 4 \Rightarrow$ faktorerna
 $(x-1)$ och $(x-4)$

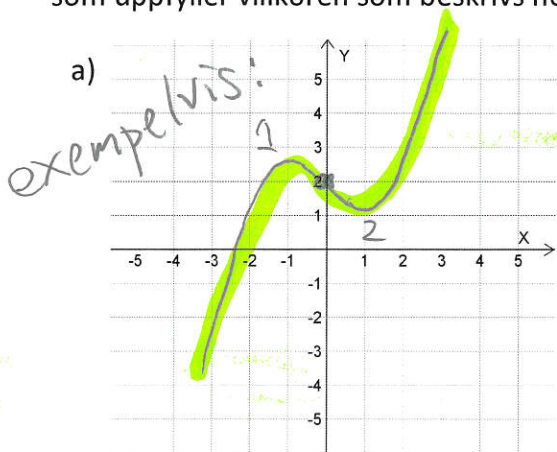
$$p(x) = a(x-1)(x-4)$$

Punkten $(2, 3)$ på grafen \Rightarrow $a \cdot (2-1)(2-4) = 3$
 $a \cdot 1 \cdot (-2) = 3 \Rightarrow a = -1,5$

7. Rita i de tomma koordinatsystemen nedan grafen till valfri polynomfunktion som uppfyller villkoren som beskrivs nedanför respektive koordinatsystem.

a)

(2/0/0)

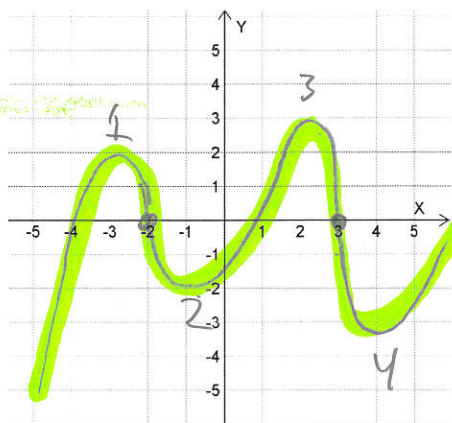


Polynom av grad 3 med konstantterm 2

Vänder (som mest) två gånger
 Skär y-axeln på 2

b)

(0/2/0)



Polynom av grad 5 där faktorerna
 $(x+2)$ och $(x-3)$ ingår i faktorformen

Skär x-axeln vid -2 och +3
 Vänder (som mest) 4 gånger

8. För polynomet $p(x)$ gäller att

graden är 3 \rightarrow 3 faktorer

siffran framför x^3 är 1

en av faktorerna är $(x-5)$

grafen går igenom origo \rightarrow en faktor är (x)

siffran framför x är 5

Ange funktionsuttrycket för $p(x)$ i utvecklad form.

(0/2/1)

$$p(x) = 1 \cdot (x)(x-5)(x+a) = [\text{Gånger ihop}] = x(x^2+ax-5x-5a)$$

$$= x^3 + ax^2 - 5x^2 - 5ax$$

"Siffran framför x är 5" \Rightarrow $-5a = 5 \Rightarrow a = -1$

$$\Rightarrow x^3 - 1x^2 - 5x^2 + 5x = x^3 - 6x^2 + 5x$$

9. I nedanstående likheter har en faktor eller en term bytts ut mot (???)

Vad ska in på platsen där (???) står för att likheten ska gälla?

a) $x^3 + 7x^2 + (???) - 15 = (x+3)(x+5)(x-1)$ \rightarrow Gånger ihop (0/1/1)

$$(x+3)(x+5)(x-1) = (x+3)(x^2 - 1x + 5x - 5) = (x+3)(x^2 + 4x - 5)$$

$$= x^3 + 4x^2 - 5x + 3x^2 + 12x - 15 = x^3 + 7x^2 + 7x - 15$$

$$\langle 7x \rangle = 7x$$

b) $x^3 - 7x^2 + 11x - 5 = (x-5)(x-1)(???)$ $= (x^2 - 6x + 5)(x+a)$ (0/0/2)

Gånger ihop

$$[(x^2 - 1x - 5x + 5) = (x^2 - 6x + 5)]$$

$$x^3 + ax^2 - 6x^2 - 6ax + 5x + 5a$$

Jmf. med den utvecklade formen

$$5a = -5 \Rightarrow a = -1$$

$$\langle (x-1) \rangle = (x-1)$$

10. Faktoriser polynomen nedan så långt som möjligt

a) $\frac{(6x-12)^3(12-4x)}{8} =$ Bryt ut 6 ur varje $(6x-12)$ (0/1/1)
Bryt ut 4 ur $(12-4x)$

$$= \frac{6^3 (x-2)^3 \cdot 4(3-x)}{8} = \left[\begin{array}{l} 6^3 = 36 \cdot 6 = 216 \\ \frac{4}{8} = 0,5 \end{array} \right] = 108(x-2)^3(3-x)$$

b) $-2x^4 - 2x^2 + 4 =$ [Bryt ut -2] $= -2(x^4 + x^2 - 2) = [x^4 = (x^2)^2]$ (0/0/2)

$$= -2((x^2)^2 + x^2 - 2) = \left[\begin{array}{l} p-q \text{ för} \\ \text{att hitta faktorerna} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x_1^2 = -2 \Rightarrow (x^2 + 2) \\ x_2^2 = 1 \Rightarrow (x^2 - 1) \end{array} \right]$$

$$= -2(x^2 + 2)(x^2 - 1) =$$

$$[x^2 - 1 = (x-1)(x+1)]$$

$$= -2(x^2 + 2)(x-1)(x+1)$$