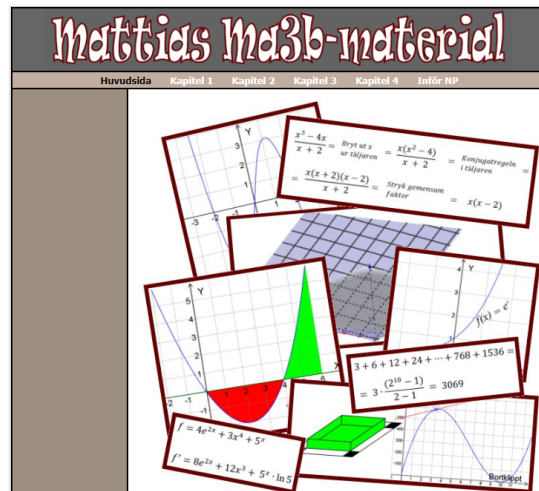


## 1.1 - Polynom i utvecklad och faktorform



## 1.1. Polynom i utvecklad- och faktorform

## Polynom i utvecklad- och faktorform

Vad menas med ett polynom?

Summa av termer på formen siffra  $\cdot x^{\text{pos. heltal}}$   
+ siffra. Ex:  $7x^8 + 3x^2 + 5x^9 + 8$   
"Grad": Högsta exponenten = 9  
Faktorform:  $3(x-3)(x+5)(x-4)$  ← Grad 3

Exempel 1: Vilka av alternativen nedan visar ett polynom?

A.  $x^5 + 2x^3 + \frac{1}{x^2}$

E.  $x^3 + x^{-3} + 5$

B.  $x^4 - 4x^2 - 8x$

F.  $\frac{x^4 - x^3}{x + 5}$

C.  $x^3 + 4\sqrt{x} - 2x + 3$

G.  $x^{4,5} - x^2 + 3$

D.  $2x(x - 5)(x + 3)$

Två polynom  
("rationellt uttryck")

Exempel 2: Ange ett valfritt polynom av grad 7 med fyra termer där konstanttermen är negativ

Grad 7  $\Rightarrow x^7$  högst.

Ex.  $x^7 + 3x^2 + 5x - 5$   
1                      2                      3                      4

# 1.1 - Polynom i utvecklad och faktorform

Byte mellan faktorform och utvecklad form

Faktorform  $\longrightarrow$  Utvecklad form

Parentesmultiplikation alla m<sup>2</sup>

Exempel 3: Skriv  $4x(x - 4)(5 + 2x)$  på allmän form = utvecklad form

$$4x(5x + 2x^2 - 20 - 8x) = 4x(2x^2 - 3x - 20) \\ = 8x^3 - 12x^2 - 80x$$

Utvecklad form  $\longrightarrow$  Faktorform

Bryt ut största gemensamma faktor

Konjugatregeln  $(x^2 - \dots) = (x + \sqrt{\dots})(x - \sqrt{\dots})$

p-q för att hitta  
rotställor  $\Rightarrow$  faktorer

Exempel 4: Faktorisera polynomen

a)  $5x + 35 = 5(x + 7)$

b)  $x^2 - 16 = [\text{konj. regel}n] = (x - 4)(x + 4)$

c)  $2x^3 - 12x^2 + 16x = [\text{Bryt ut } 2x] =$

$$2x(x^2 - 6x + 8) = \left[ \begin{array}{l} p-q \quad p^2 \\ x^2 - 6x + 8 \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x + 8 \\ \triangle + 3 \quad 3 \cdot 3 - 8 \end{array}$$

$$\triangle + 3$$

$\downarrow \sqrt{1}$

$$\square 1$$

$$x_1 = \triangle + \square = 4$$

$$x_2 = \triangle - \square = 2$$

$$(x - 4)$$

$$(x - 2)$$

$$2x(x^2 - 6x + 8) = 2x(x - 4)(x - 2)$$

# 1.1 - Polynom i utvecklad och faktorform

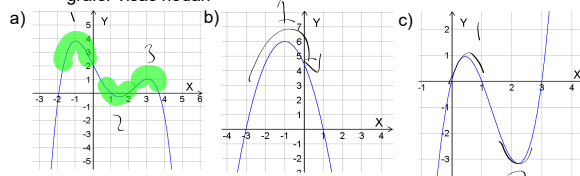
Koppling mellan polynomen och tillhörande funktionsgraf

Allmänt: Max. antalet vändpunkter ges av graden  $- 1$

Utvecklad form: Konstant termen anger skärning med y-axeln.

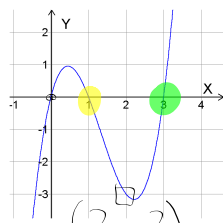
Faktorform: Varje faktor beskriver ett nollställe  
enl. tecknet "tvärtomstället"  $(x-5) \Rightarrow$  nollställe  $+5$

Exempel 4: Vilket är det högsta möjliga gradtal hos polynomen vars grafer visas nedan



a) 3 vändningar  $\Rightarrow$  grad 4  
b) 1 vändning  $\Rightarrow$  grad 2  
c) 2 vändningar  $\Rightarrow$  grad 3

Exempel 5: Skriv funktionsuttrycket till polynomet vars graf visas i exempel 4b i faktorform och utvecklad form



Faktorformen består av 3 faktorer

$(x-1)$   
 $(x-3)$   
 $(x+0)$

$$y = f(x) = a(x-1)(x-3)(x)$$

a finns via en punkt på grafen.

$$(2, -3) \Rightarrow x=2 \quad -3 = a(2-1)(2-3)(2)$$

$$-3 = a \cdot 1 \cdot -1 \cdot 2$$

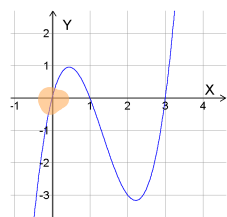
$$-3 = -2a$$

$$+1,5 = \frac{-3}{-2} = a$$

$$f(x) = 1,5(x-1)(x-3)(x)$$

$$= 1,5(x^2 - 4x + 3)x =$$

$$= 1,5x^3 - 6x^2 + 4,5x$$



$\uparrow$   
Konstantterm = 0  
 $\Rightarrow$  grafen skär y på noll.