

# FACIT

## Rationella uttryck 1 - förenkling

### Del 1 - Utan digitalt hjälpmedel

1. a) Vilka av alternativen nedan visar rationella uttryck? =  $\frac{\text{Polynom}}{\text{Polynom}}$  (1/0/0)

A:  $\frac{x^3 + 2x^2 + 2x}{x(x-5)}$

B:  $\frac{5}{x^2 - 4}$  → 5 är ett "nolltegradspolynom"

C:  $\frac{(x-2)(x+4)}{4(x+1)}$

A, B, C

D:  $\frac{x^7 - 5x + 4}{x - 3}$

E:  $\frac{\sqrt{x-2}}{x+2}$

- b) Ange de  $x$ -värden för vilka de rationella uttrycken i a)-uppgiften är *odefinerade* (2/0/0)

De värden som gör att nämnaren = 0

A:  $x(x-5) = 0$

B:  $x^2 - 4$

C:  $4(x+1)$

$x_1 = 0, x_2 = 5$

$x_1 = 2, x_2 = -2$

$x = -1$

2. Ange ett valfritt rationellt uttryck som är *odefinerat* för  $x = -2$  (1/0/0)

Nämnaren ska bli noll då  $x = 2$

⇒  $(x+2)$  en faktor, ex.  $\frac{2x^2 - 4x + 2}{x+2}$  ← OBS! Täljaren spelar ingen roll

3. Nedan visas ett rationellt uttryck

$$\frac{x+2}{x^3 + 4x^2 - 5x}$$

- a) Bestäm värdet av uttrycket då  $x = 2$  (2/0/0)

Täljaren =  $2+2 = 4$

Nämnaren =  $2^3 + 4 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 = 64$  ⇒

Värdet =  $\frac{4}{64} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$

- b) För vilka  $x$ -värden är uttrycket *odefinerat*? (1/1/0)

Nämnaren = 0 ⇒  $x^3 + 4x^2 - 5x = x(x^2 + 4x - 5)$

$p-q: -2 \quad 2 \cdot 2 + 5 \Rightarrow \Delta = \pm \sqrt{36} \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 5$

4. Ange ett valfritt rationellt uttryck som uppfyller de båda villkoren nedan:

Odefinerat för  $x = -1$  och  $x = 3$  ⇒ Nämnaren  $(x+1)(x-3)$

Värdet är 12 då  $x = 2$

Nämnarens värde =  $(3)(-1) = -3$   
då  $x = 2$

Täljaren ska då ha värdet  $-36$  då  $x = 2$ ,  
ex.  $\frac{-36}{(x+1)(x-3)}$  eller  $\frac{-18x}{(x+1)(x-3)}$

5. Förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt

Faktorisera täljare och nämnare var för sig och stryk gemensamma faktorer

$$a) \frac{4x+12}{3+x} = \frac{4(x+3)}{(3+x)} = [3+x = x+3] = \frac{4(x+3)}{(x+3)} = 4 \quad (1/0/0)$$

$$b) \frac{x^2-16}{2x-8} = \frac{(x-4)(x+4)}{2(x-4)} = \frac{x+4}{2} \quad (2/0/0)$$

$$c) \frac{2(x+5)^5}{(5+x)^3} = [x+5 = 5+x] = \frac{2(x+5)^5}{(x+5)^3} = (1/0/0)$$

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{stryk 3 ar} \\ (x+5) \text{ i täljaren} \end{array} \right] = 2(x+5)^2$$

$$d) \frac{x^2+2x+1}{4x+4} = \left[ \begin{array}{l} \text{pq: } \triangle 1 \cdot 1 - 1 \\ \quad \quad \quad \square \end{array} \right] \begin{array}{l} x_1 = -1 \Rightarrow (x+1) \\ x_2 = -1 \Rightarrow (x+1) \end{array} \quad (0/1/0)$$

$$= \frac{(x+1)(x+1)}{4(x+1)} = \frac{x+1}{4}$$

$$e) \frac{(2x+10)^3}{5+x} = \left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut 2 ur} \\ \text{varje } (2x+10) \end{array} \right] = \frac{2^3(x+5)^3}{5+x} \quad (0/1/0)$$

$$= [5+x = x+5] = \frac{8(x+5)^3}{(x+5)} = 8(x+5)^2$$

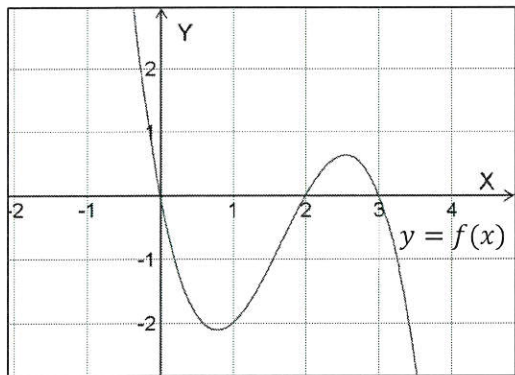
$$f) \frac{x^3-25x}{x^2+4x-5} = \frac{x(x^2-25)}{x^2+4x-5} = \left[ \begin{array}{l} \text{pq: } \triangle 2 \cdot 2 + 5 \\ \quad \quad \quad \square \end{array} \right] \begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow (x-1) \\ x_2 = -5 \Rightarrow (x+5) \end{array} \quad (0/2/0)$$

$$= \frac{x(x-5)(x+5)}{(x-1)(x+5)} = \frac{x(x-5)}{x-1}$$

$$g) \frac{x^4-16}{8x+16} = \frac{(x^2)^2-16}{8(x+2)} = \left[ \begin{array}{l} \text{Konjugat-} \\ \text{regeln} \end{array} \right] = \frac{(x^2-4)(x^2+4)}{8(x+2)} \quad (0/1/1)$$

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{Konjugatregeln} \\ \text{-igen} \end{array} \right] = \frac{(x-2)(x+2)(x^2+4)}{8(x+2)} = \frac{(x-2)(x^2+4)}{8}$$

6. Figuren visar grafen till polynomfunktionen  $f$



Faktorform:  $a(x)(x-2)(x-3)$   
 Punkten  $(1, -2)$  på grafen  $\Rightarrow a(1)(-1)(-2) = -2$   
 $a = -1$   
 $f(x) = -1(x)(x-2)(x-3)$

Förenkla det rationella uttrycket  $\frac{f(x)}{-2x^2 + 10x - 12}$  så långt som möjligt. (0/0/2)

$$\frac{f(x)}{-2x^2 + 10x - 12} = \frac{-1(x)(x-2)(x-3)}{-2(x^2 - 5x + 6)}$$

pq i nämnaren:  
 $x_1 = 3 \Rightarrow (x-3)$   
 $x_2 = 2 \Rightarrow (x-2)$

$$= \frac{-1(x)(x-2)(x-3)}{-2(x-3)(x-2)} = \frac{x}{2}$$

7. Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt

$$\frac{(2x^2 - 2x^4)^3}{(1-x)^2} = \left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut } 2x^2 \text{ ur} \\ \text{varje } (2x^2 - 2x^4) \end{array} \right] = \frac{(2x^2)^3 (1-x^2)^3}{(1-x)^2}$$

(0/0/2)

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{Konjugatregeln} \\ \text{i täljaren} \end{array} \right] = \frac{8x^6 (1-x)(1+x)(1-x)(1+x)(1-x)(1+x)}{(1-x)(1-x)}$$

$$= 8x^6 (1+x)^3 (1-x)$$

8. För vilka värden på konstanten  $c$  kan det rationella uttrycket nedan förenklas? (0/1/3)

$$\frac{x^2 + 6x - c}{x^3 - 8x^2 + 15x}$$

Faktoriserar nämnaren:  
 $x(x^2 - 8x + 15) = \left[ \begin{array}{l} \text{pq } 4 \cdot 15 = 15 \\ \text{1} \end{array} \right] \begin{array}{l} 4 \cdot 4 - 15 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} x=5 \Rightarrow (x-5) \\ x=3 \Rightarrow (x-3) \end{array}$   
 $= x(x-5)(x-3)$

Om täljaren innehåller ngn av de tre faktorerna i nämnaren kan uttrycket förenklas

p-q i täljaren:  $\triangle -3$   $3-3+c$   
 $\sqrt{9+c}$

$(x) \Rightarrow \sqrt{9+c} = 3 \Rightarrow c = 0$   
 $(x-3) \Rightarrow \sqrt{9+c} = 6 \Rightarrow c = 27$   
 $(x-5) \Rightarrow \sqrt{9+c} = 8 \Rightarrow c = 55$