



## Rationella uttryck

Vad menas med ett rationellt uttryck?

En division mellan två polynom

ex: 
$$\frac{x^2 + 4x - 5}{x - 3}$$

Exempel 1: Ange ett valfritt rationellt uttryck där nämnaren har högre grad än täljaren

EX: 
$$\frac{1}{x^7 - 5x^7}$$
 ← OBS "1" är ett polynom med grad 0

Rationella uttryck kan anta olika värden beroende på värdet på x  
MEN har även förbjudna x-värden där uttryckets värde är odefinierat

Vid division med noll är uttrycket odefinierat  
⇒ "Förhindra" nämnaren från att få värdet noll.

Exempel 2: Utgå från det rationella uttrycket  $\frac{4x - 12}{x(x - 4)}$

a) Bestäm värdet av uttrycket då  $x = 2$

Täljaren =  $4 \cdot 2 - 12 = -4$       Uttrycket:  $\frac{-4}{-4} = 1$   
Nämnaren =  $2(2 - 4) = -4$

b) För vilka värden på x är uttrycket odefinierat?

"Nämnaren = 0"  $x(x - 4) = 0$   
 $x_1 = 0$        $x_2 = 4$

Exempel 3: Ange ett valfritt rationellt uttryck som uppfyller de två villkoren nedan:

- \* Odefinierat för  $x = -1$  och  $x = 1$  → Nämnaren =  $(x+1)(x-1)$
- \* Antar värdet 6 då  $x = 2$

Bestäm nämnarens värde då  $x = 2$ :  $(x+1)(x-1)$   
 $(2+1)(2-1) = 3$

⇒ Om uttryckets värde ska bli 6  
då  $x = 2$  måste täljaren ha  
värdet 18 då  $x = 2$  ⇒

EX:  $\frac{18}{(x-1)(x+1)}$  el.  $\frac{9x}{(x-1)(x+1)}$

## Förenkling/Förkortning av rationella uttryck

Skrivs både täljaren och nämnaren i faktorform, och samma faktor finns i både täljaren och nämnaren kan denna förkortas bort.

$$\text{ex: } \frac{(x-5)(x-3)}{(x-3)(x+5)} = \frac{x-5}{x+5}$$

Exempel 4: Förenkla uttrycken så långt som möjligt

$$\text{a) } \frac{5x+10}{x+2} = \left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut 5} \\ \text{Ur täljaren} \end{array} \right] = \frac{5(x+2)}{(x+2)} = 5$$

$$\text{b) } \frac{(x+2)^3}{2x^2-8} = \left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut 2} \\ \text{Ur nämnaren} \end{array} \right] = \frac{(x+2)^3}{2(x^2-4)} = \left[ \begin{array}{l} \text{Konjugat-} \\ \text{regeln} \end{array} \right]$$

$$= \frac{(x+2)^3}{2(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)^2}{2(x-2)}$$

$$\text{c) } \frac{x^3-6x^2+5x}{4x-4} = \left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut} \end{array} \right] = \frac{x(x^2-6x+5)}{4(x-1)}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{pq: } \triangle 3 \quad 3 \cdot 3 - 5 \\ \quad \quad \quad \square 2 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x_1 = 5 \Rightarrow (x-5) \\ x_2 = 1 \Rightarrow (x-1) \end{array} \right]$$

$$= \frac{x(x-5)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x(x-5)}{4}$$

$$\text{d) } \frac{(2x-8)^3}{x^2-16} = \frac{(2x-8)(2x-8)(2x-8)}{x^2-16}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Bryt ut 2} \\ \text{Ur varje } (2x-8) \end{array} \right] = \frac{2(x-4) \cdot 2(x-4) \cdot 2(x-4)}{x^2-16}$$

$$= \left[ \begin{array}{l} \text{konj. regel} \\ \text{i nämnaren} \end{array} \right] = \frac{2^3 \cdot (x-4)(x-4)(x-4)}{(x-4)(x+4)}$$

$$\frac{8(x-4)^2}{x+4}$$

OBS!  $\frac{(x+5)^3}{(5+x)^2}$  kan förenklas

$$x+5 = 5+x$$

$$= \frac{(x+5)^3}{(x+5)^2} = x+5$$