

FACIT

Rationella uttryck 2 – flera uttryck

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Skriv som ETT rationellt uttryck och förenkla så långt som möjligt

a) $\frac{5}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \left[\begin{array}{l} \text{Samma} \\ \text{nämnare} \end{array} \right] = \frac{5-x}{x-1}$ (1/0/0)

b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer: } x \cdot x \end{array} \right] = \frac{1 \cdot x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}$ (1/0/0)

c) $\frac{2x}{x+1} + \frac{2}{x+1} = \left[\begin{array}{l} \text{Samma} \\ \text{nämnare} \end{array} \right] = \frac{2x+2}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} = 2$ (1/0/0)

2. Ange det polynom som ska in på platsen där det nu står <?> i uttrycken nedan.

a) $\frac{x-2}{x(x+1)} - \frac{1}{x+1} = \frac{<?>}{x(x+1)} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ x(x+1) \end{array} \right] = \frac{x-2-x}{x(x+1)} = \frac{-2}{x(x+1)}$ (2/0/0)
 Behöver x

b) $\frac{<?>}{x^2-4} + \frac{2}{x+4} = \frac{6x+2}{x^2-4} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ (x-4)(x+4) \end{array} \right] = \frac{<?> + 2(x-4)}{(x-4)(x+4)}$ (1/1/0)
 Behöver (x-4)
 $= \frac{<?> + 2x - 8}{(x-4)(x+4)} \Rightarrow <?> = 4x + 10$

3. Skriv som ETT rationellt uttryck

a) $\frac{6}{x(x+2)} + \frac{2x}{x+2} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ x(x+2) \end{array} \right] = \frac{6}{x(x+2)} + \frac{2x \cdot x}{(x+2) \cdot x} = \frac{6+2x^2}{x(x+2)}$ (2/0/0)
 Behöver x

b) $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ (x+1)(x-1) \end{array} \right] = \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$ (1/1/0)
 Behöver (x-1) Behöver (x+1)
 $= \frac{2x-2+3x+3}{(x+1)(x-1)} = \frac{5x+1}{(x+1)(x-1)}$

c) $\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x-1} + \frac{4}{x} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ x \cdot x \cdot (x-1) \end{array} \right] = \frac{(x-1)}{x^2(x-1)} - \frac{2x^2}{x^2(x-1)} + \frac{4x(x-1)}{x^2(x-1)}$ (0/2/0)
 Behöver (x-1) Behöver x^2 Behöver x(x-1)
 $= \frac{x-1-2x^2+4x^2-4x}{x^2(x-1)} = \frac{2x^2-3x-1}{x^2(x-1)}$

4. Lös ekvationerna

a) $\frac{20}{x-1} = 5 \Rightarrow$ [Gångra med $(x-1)$] $\Rightarrow 20 = 5(x-1)$ (1/0/0)

$$20 = 5x - 5$$

$$25 = 5x$$

$$\frac{25}{5} = \frac{5x}{5}$$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 2$

Slå ihop till ett uttryck

$$VL = \frac{x+1}{x+1} = 1$$

$$\square = 2$$

$$1 = 2$$

(1/1/0)

~~lösning~~
~~lösning~~
~~lösning~~

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x-1)} = \frac{4}{3}$

Slå ihop till ett uttryck

$$VL = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x-1)} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ x(x+1)(x-1) \end{array} \right] \text{ (0/3/0)}$$

Behöver $(x+1)(x-1)$ Behöver $x(x-1)$ Behöver $(x+1)$

$$= \frac{(x+1)(x-1) + x(x-1) + (x+1)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 - 1 + x^2 - x + x + 1}{x(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\square = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2x}{(x^2-1)} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6x = 4x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 1,5x + 1 = 0$$

"p-q" $\Rightarrow x_1 = 2$ $x_2 = 0,5$

5. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Uttrycket $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$ är givet.

a) Förenkla uttrycket så långt som möjligt. (0/2)

b) Lös ekvationen $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)} = 1$ (0/1)

a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorer:} \\ x(x+1) \end{array} \right] = \frac{(x+1) - x + 1}{x(x+1)} = \frac{2}{x(x+1)}$

Behöver $(x+1)$ Behöver x

b) $\square = 1$ där $\square = \frac{2}{x(x+1)}$ enl. a) $\frac{2}{x(x+1)} = 1$

$$2 = x(x+1) \Rightarrow 2 = x^2 + x \Rightarrow x^2 + 1x - 2 = 0$$

"p-q" $\triangleleft 0,5$ $0,5 \cdot 0,5 + 2$ ~~$x_1 = -0,5$~~ + $\square = 1$

$\square = 1,5$ ~~$x_2 = -0,5$~~ - $\square = 2$

6. Förenkla så långt som möjligt

a) $\frac{x}{x+1} + \frac{3}{x} - \frac{3}{x(x+1)}$ = [Faktorer:] $\frac{x^2}{x(x+1)} + \frac{3(x+1)}{x(x+1)} - \frac{3}{x(x+1)}$ (0/2/0)

Behöver x Behöver (x+1)

$$= \frac{x^2 + 3x + 3 - 3}{x(x+1)} = \frac{x^2 + 3x}{x(x+1)}$$

$$= \frac{x(x+3)}{x(x+1)} = \frac{x+3}{x+1}$$

b) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x(x+2)}$ = [Faktorer:] $\frac{2x^2}{x(x^2-4)} - \frac{1 \cdot (x+2) \cdot x}{x(x^2-4)} - \frac{3(x-2)}{x(x^2-4)}$ (0/1/1)

Behöver x Behöver (x+2) · x Behöver (x-2)

$$= \frac{2x^2 - x^2 - 2x - 3x + 6}{x(x^2-4)} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x(x-2)(x+2)}$$

ifakt. p-n: $\begin{bmatrix} 7-9 \\ -2,5 \end{bmatrix}$ $2,5 \cdot 2,5 = 6$ $\begin{bmatrix} 0,5 \end{bmatrix}$

$$= \frac{(x-3)(x-2)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{x-3}{x(x+2)}$$

c) $\frac{-10x}{x^2-16} + \frac{x+6}{2x-8}$ = [Faktorer:] $\frac{-20x}{2(x^2-16)} + \frac{(x+6)(x+4)}{2(x^2-16)}$ (0/0/2)

Behöver 2 Behöver (x+4)

$$= \frac{-20x + x^2 + 10x + 24}{2(x^2-16)}$$

$$= \frac{x^2 - 10x + 24}{2(x-4)(x+4)}$$

p-n: $\begin{bmatrix} 7-9 \\ 4,5 \end{bmatrix}$ $5 \cdot 5 = 24$ $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

$$= \frac{(x-6)(x-4)}{2(x-4)(x+4)} = \frac{x-6}{2(x+4)}$$