

Flera rationella uttryck

Ett rationellt uttryck kan förenklas om samma faktorer finns i båda täljare och nämnare

Exempel 1: Förenkla det rationella uttrycket $\frac{(3x+12)^3}{4x+x^2}$

Skriv täljare och nämnare i faktorform: $3 \cdot (x+4) \cdot 3 \cdot (x+4) \cdot 3 \cdot (x+4)$

OBS!: $x+4 = 4+x$
 $= 3^3 (x+4)^3$

Vid flera rationella uttryck gäller att hitta en gemensam nämnare och skriva om alla uttrycken med denna nämnare.

Faktorisera alla nämnare var för sig.
 "Samla ihop" information om den minsta gemensamma nämnaren.
 Förläng varje uttryck till denna nämnare.

Exempel 2: Förenkla uttrycken så långt som möjligt

a) $\frac{2x+5}{4x+x^2} + \frac{3}{x}$

b) $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{4}{x}$

a) $\frac{2x+5}{4x+x^2} + \frac{3}{x} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorisera} \\ \text{nämnarna} \end{array} \right] =$

$\frac{2x+5}{x(4+x)} + \frac{3}{x} = \left[\begin{array}{l} \text{Ingående faktorer:} \\ x \cdot (4+x) \end{array} \right]$

$\frac{2x+5}{x(4+x)} + \frac{3(4+x)}{x(4+x)} = \left[\begin{array}{l} \text{Skriv på ett} \\ \text{bråkströke} \end{array} \right]$

$= \frac{2x+5+12+3x}{x(4+x)} = \frac{5x+17}{x(4+x)}$

b) $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{4}{x} =$

$= \left[\begin{array}{l} \text{Redan i faktorform!} \\ \text{Ingående faktorer} \\ (x-1)(x+1)(x) \end{array} \right] =$

$= \frac{2x(x+1)(x)}{(x-1)(x+1)(x)} + \frac{(x-1)(x)}{(x-1)(x+1)(x)} - \frac{(x-1)(x+1)4}{(x-1)(x+1)(x)}$

$= \frac{2x^3 + 2x^2 + x^2 - x - (4x^2 - 4)}{(x-1)(x+1)(x)}$

$= \frac{2x^3 + 3x^2 - x - 4x^2 + 4}{(x-1)(x+1)(x)}$

$= \frac{2x^3 - x^2 - x + 4}{(x-1)(x+1)(x)}$

Ibland kan även det rationella uttryck som fås som svar efter att ha slagit i hop flera rationella uttryck själv bli möjligt att förenkla

Flera \rightarrow Ett \rightarrow Förenklas

Exempel 3: Förenkla uttrycken så långt som möjligt

$$a) \frac{3x-4}{x+2} - \frac{2x-4}{x^2-4}$$

$$b) \frac{4x}{x^2-9} - \frac{2}{x-3} + \frac{x}{x+3}$$

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \frac{3x-4}{x+2} - \frac{2x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{(3x-4)(x-2) - (2x-4)}{(x+2)(x-2)} \\
 & = \frac{3x^2 - 6x - 4x + 8 - 2x + 4}{(x+2)(x-2)} = \\
 & = \frac{3x^2 - 12x + 12}{(x+2)(x-2)} = 3 \frac{x^2 - 4x + 4}{(x+2)(x-2)} \\
 & \left[\begin{array}{l} P-9: \\ \triangle \quad \square \end{array} \right] \Rightarrow x=2 \Rightarrow (x-2) \\
 & \Rightarrow x=2 \Rightarrow (x-2) \\
 & = 3 \frac{(x-2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{3(x-2)}{(x+2)}
 \end{aligned}$$

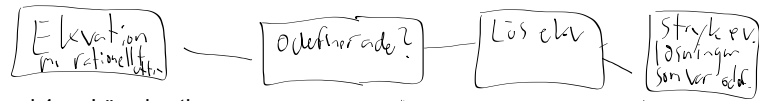
$$\begin{aligned}
 b) \quad & \frac{4x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} \\
 & = \frac{4x - 2x - 6 + x^2 - 3x}{(x+3)(x-3)} = \\
 & = \frac{x^2 - 1x - 6}{(x+3)(x-3)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} P-9: \\ \triangle \quad \square \end{array} \right] \Rightarrow x=3 \Rightarrow (x-3) \\
 & \Rightarrow x=-2 \Rightarrow (x+2) \\
 & = \frac{(x-3)(x+2)}{(x+3)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}
 \end{aligned}$$

Ekvationslösning med rationella uttryck

Vid ekvationslösning med flera rationella uttryck, använd det förenklade uttrycket, MEN jämför alltid svaren med det oförenklade uttrycket så att inte något av svaren tillhörde de odefinierade x-värdena

Notera de odefinierade x-värdena först!



Exempel 4: Lös ekvationen

$$\frac{2}{x+2} + \frac{8}{x^2-4} = -\frac{1}{2}$$

Odefinierade x-värden: $x = -2$
 $x = +2$

$$VL = \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{8}{(x-2)(x+2)} =$$

$$= \frac{2x-4+8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x+4}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \left(\begin{array}{l} \text{Faktor} \\ (x+2) \\ \text{gemensam} \end{array} \right) =$$

$$= \frac{2}{x-2}$$

Lös ekv: $\frac{2}{x-2} = -\frac{1}{2}$

$$4 = -(x-2)$$

$$4 = -x + 2$$

$$x + 4 = 2$$

$$x = -2$$

MEN! $x = -2$ finns bland de odefinierade x-värdena och är ingen lösning.

Svar: Lösning saknas!