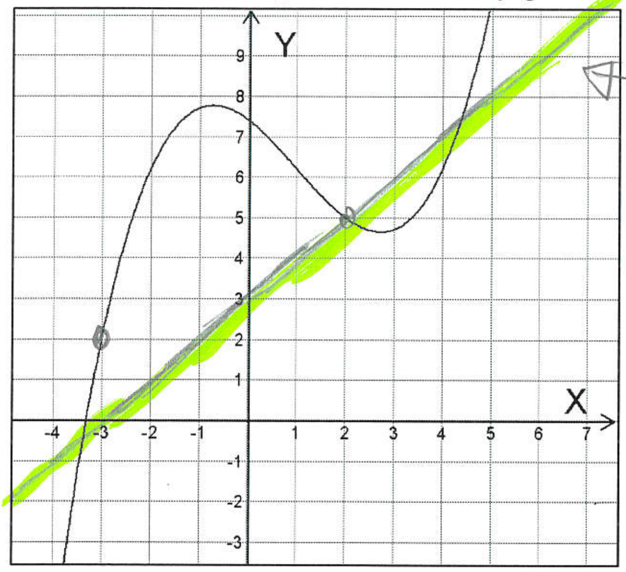
FACIT

Sekant och ändringskvot

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Figuren nedan visar grafen till en tredjegradsfunktion.



Exempel på sekant med lutningen 1

a) Rita in i bilden en sekant med lutningen 1 (1/0/0)

b) En annan sekant går igenom grafen på de punkter som har x-värdena $x = -3$ och $x = 2$. Bestäm ändringskvoten i detta intervall. (1/0/0)

Enligt grafen: $y(2) = 5$, $y(-3) = 2$ $\Rightarrow k = \frac{5 - 2}{2 - -3} = \frac{3}{5}$

2. Cajsa Ancka samlar på en viss typ av seriepocketböcker.
Tabellen nedan visar hur samlingen växt genom åren.

År	2006	2008	2010	2012	2014
Antal pockets	18	42	105	138	153

a) Bestäm ändringskvoten mellan år 2006 och 2012, och tolka svaret. (2/0/0)

$\frac{\Delta \text{pockets}}{\Delta \text{år}} = \frac{\text{Antal}(2012) - \text{Antal}(2006)}{2012 - 2006} = \frac{138 - 18}{6} = \frac{120}{6} = 20$ pockets/år

Antalet pockets har i genomsnitt ökat med 20 st/år under perioden 2006 till 2012

b) Anta att samma ändringskvot som i a) gäller även mellan åren 2010 och 2018.
Hur många pocketböcker finns då i samlingen år 2018? (1/1/0)

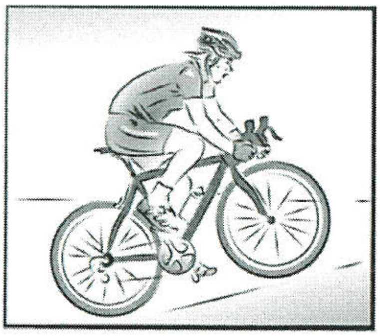
Antalet år 2010 = 105

Enligt a) ökning med 20/år

Antal(2018) = Antal(2010) + 20·8 = 265 st

3. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

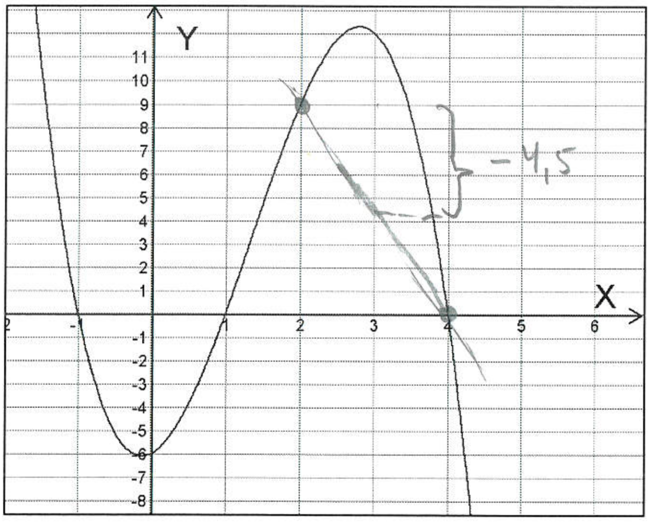
Gustav är ute på en träningsrunda med sin cykel. Han kommer fram till en uppförsbacke och t sekunder senare har han cyklat $s(t)$ meter uppför backen.



Förklara vad $\frac{s(8)-s(0)}{8-0}$ betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

$\frac{s(8)-s(0)}{8-0}$ betyder $\frac{\Delta \text{sträcka}}{\Delta \text{tid}}$ vilket motsvarar hastigheten $\Rightarrow$ Medelhastigheten de första 8 sekunderna

4. Figuren nedan visar grafen till en tredjegradsfunktion.



a) Bestäm ändringskvoten i intervallet $x = 2$ och $x = 4$ (2/0/0)

Enligt grafen: $y(2)=9$, $y(4)=0$ $\Rightarrow$ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(2)-y(4)}{2-4} = \frac{9-0}{-2} = -4,5$

b) Föreslå ett **heltals**intervall som ger ändringskvoten 0 (0/1/0)

"Ändringskvoten 0" $\Rightarrow$ Två punkter med samma y-värde, ex: $x=1$ och $x=4$ (där y-värdet hos båda är noll)

5. För funktionen f gäller att $f(x) = 3x - x^2$.
Bestäm ändringskvoten mellan x-värdena $x = -1$ och $x = 3$ (1/1/0)

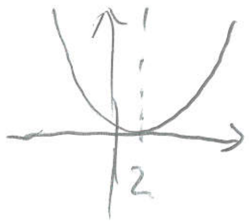
$f(-1) = 3\cdot(-1) - (-1)^2 = -3 - 1 = -4$

$f(3) = 3\cdot 3 - 3^2 = 0$

$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - -1} = \frac{0 - (-4)}{4} = 1$

6. För funktionen f gäller att $f(x) = (x - 2)^2$
Föreslå två valfria x-värden för vilken ändringskvoten blir noll. (0/1/0)

Skiss av grafen!
Dubbelrot vid $x=2$



Pga symmetrin, två värden på samma avstånd från $x=2$

ex: $x=1$ och $x=3$

7. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 + 4x$
För två punkter gäller att ändringskvoten är 10.
Den ena punkten är $x = 0$. Vilken är den andra punkten? (0/3/0)

Punkt 1: $x=0$ $f(0) = 0^2 + 4\cdot 0 = 0$

Punkt 2: a $f(a) = a^2 + 4a$

$\frac{\Delta f}{\Delta x} = 10 \Rightarrow \frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = 10$

$\rightarrow \frac{a^2 + 4a - 0}{a} = 10$

[Bryt ut a]

$\frac{\cancel{a}(a+4)}{\cancel{a}} = 10 \Rightarrow a = 6$

$f(6) = 60$

Punkten: $(6, 60)$

Del 2 – MED digitalt hjälpmedel

D1 Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Tabellen visar antalet elever som gick årskurs 1 i den kommunala grundskolan i Lund. Antal avser antalet elever den 15 oktober åren 2000 – 2005.
(Källa: SCB)

År	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Antal	1043	1009	934	860	869	868

Beräkna den årliga genomsnittliga förändringshastigheten av antalet elever under perioden 2000-2005. (2/0/0)

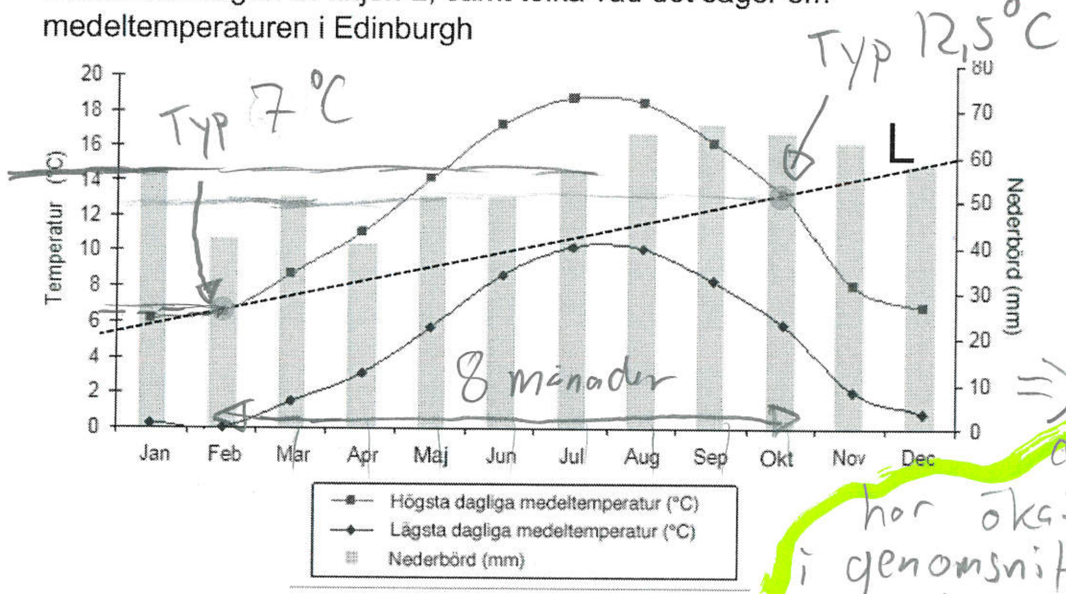
$\frac{\Delta \text{Antal}}{\Delta \text{År}} = \frac{\text{Antal}(2005) - \text{Antal}(2000)}{2005 - 2000} = \frac{868 - 1043}{5} = -35$

$\Rightarrow$ Det har i genomsnitt minskat med 35 elever/år under perioden 2000 - 2005.

D2 Nedanstående uppgift är ifrån Mattias video "sammanfattning" av kapitel 2 i Matematik 3c. Lös uppgiften.

Nedanstående diagram visar hur medeltemperaturen i skottlands huvudstad Edinburgh varierar under ett år.
I diagrammet har även en streckad svart linje, L, dragits.
Bestäm lutningen av linjen L, samt tolka vad det säger om medeltemperaturen i Edinburgh

(1/1/0)



$$\frac{\Delta T}{\Delta tid} = \frac{12{,}5 - 7}{8} \approx 0{,}7\ °C/\text{månad}$$

$\Rightarrow$ Den högsta dagliga medeltemp. har ökat med 0,7 °C/mån i genomsnitt under perioden Feb – Okt.

D3. Titta på samma diagram som i föregående uppgift (D3), och bestäm ändringskvoten av nederbörden i Edinburgh under perioden Januari till Juli.

a) Staplarna har samma höjd $\Rightarrow \frac{\Delta regn}{\Delta tid} = 0$

Inge Koll menar att man endast med hjälp av det svaret kan veta hur nederbörden har varit under alla månader mellan Januari och Juli.
Har Inge rätt? *Motivera ditt svar!*

(1/2/0)

Inge Koll har fel av två skäl:

1) Svaret i a) säger bara förändringen, inte vilket värde det började med

2) Ändringskvoten tar bara hänsyn till start och slut ingenting om vad som händer däremellan.

D4. Utgå från funktionen $f(x) = x^2 + 2x$
Undersök hur lutningen på en sekant genom punkten med x-värdet 1 ändras om den andra punktens x-värde får närma sig 1 från höger och från vänster.

(0/2/1)

Den "flyttbara" punkten $(a, f(a)) \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a) - f(1)}{a - 1}$

Vänster om $x = 1$

$x = 0{,}5 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 3{,}5$

$x = 0{,}8 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 3{,}8$

$x = 0{,}99 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 3{,}99$

Höger om $x = 1$

$x = 1{,}5 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 4{,}5$

$x = 1{,}2 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 4{,}2$

$x = 1{,}01 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = 4{,}01$

Sekantens lutning närmar sig 4 från båda hållen.