

# Tangent och derivata

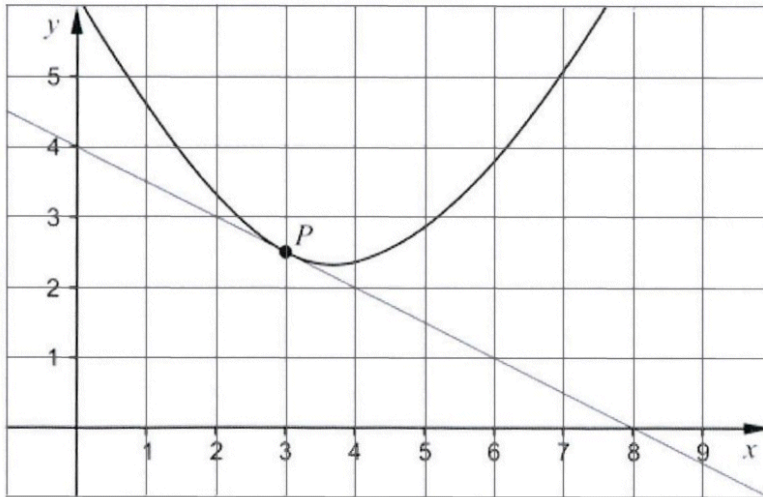
## Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Figuren visar grafen till en funktion och dess tangent i punkten  $P$ .  
Vilket värde har funktionens derivata i punkten  $P$ ?

(1/0/0)

*Endast svar fordras*



2. Figuren till höger visar tredjegradsfunktionen  $f$  med punkterna A – I markerade. Vid vilken eller vilka punkter gäller att...

a)  $f' > 0$

(1/0/0)

b)  $f = 0$

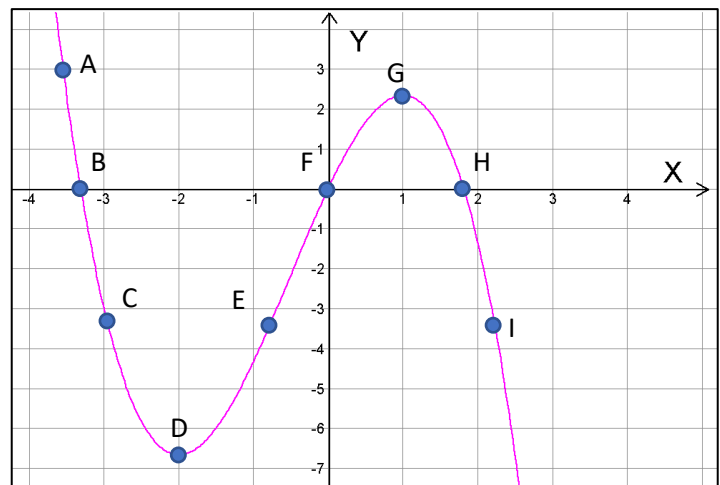
(1/0/0)

c)  $f' = 0$

(1/0/0)

d)  $f > 0$  och  $f' < 0$   
samtidigt.

(0/1/0)



3. Derivera polynomen

a)  $f(x) = x^5 + 4x$

(1/0/0)

b)  $f(x) = \frac{x}{3} - 5$

(1/0/0)

c)  $f(x) = x^{12} + \frac{2x^9}{9} + 4x$

(1/0/0)

d)  $f(x) = (2x - 4)^2$

(1/1/0)

4. Figuren till höger visar funktionen  $f$  med en tangent inritad i punkten där  $x = 0$

Använd figuren för att svara på frågorna nedan. *Endast svar krävs!*

a) Bestäm  $f(0)$

(1/0/0)

b) Bestäm  $f'(0)$

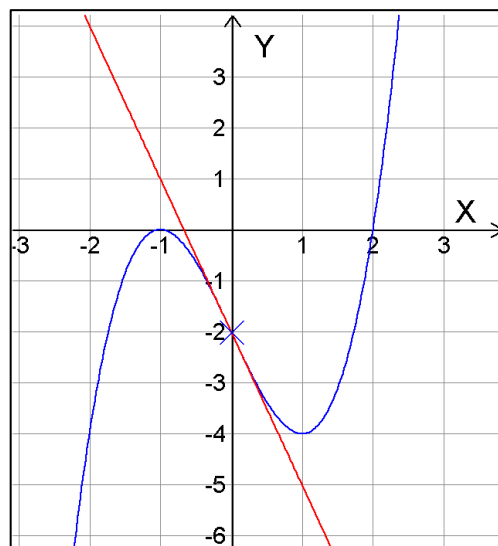
(1/0/0)

c) Bestäm  $f'(1)$

(1/0/0)

d) Bestäm derivatans *nollställen*

(1/0/0)



5. Bestäm *lutningen* av grafen till funktionen  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x + 2$  i den punkt där  $x = 2$  (2/0/0)

6. Bestäm ekvationen för en tangent till funktionen  $f(x) = 3x^2 + 2x$  i den punkt där  $x = 2$  (2/1/0)

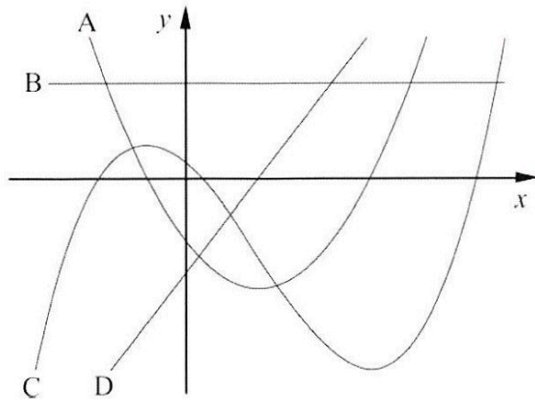
7. Utgå från funktionerna  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$  och  $g(x) = 2x^2 - 16x + 32$ .

a) Visa att funktionernas grafer skär varandra då  $x = 2$  (2/0/0)

b) Undersök om grafernas lutning är densamma då  $x = 2$ . (1/1/0)

8. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Figuren visar graferna till fyra funktioner  $p$ ,  $q$ ,  $r$  och  $s$ .



Funktionen  $p$  är en polynomfunktion av tredje graden. De andra funktionerna har bildats genom upprepad derivering av  $p$ , det vill säga:

$$q(x) = p'(x)$$

$$r(x) = q'(x)$$

$$s(x) = r'(x)$$

Para ihop funktionerna  $p$ ,  $q$ ,  $r$  och  $s$  med tillhörande graf A, B, C och D.

*Endast svar fordras*

(0/1/0)

9. Skriv ett valfritt funktionsuttryck,  $f(x)$ , för vilket det gäller att...

a)  $f(0) = 3$

(1/0/0)

b)  $f'(1) = 2$

(0/1/0)

c)  $f(1) = 1$  och  $f'(2) = 2$  samtidigt

(0/2/0)

10. Funktionen  $f = x^3 - 9x^2 + 24x - 21$  har två vändpunkter.  
Bestäm koordinaterna för dessa båda punkter.

(1/3/0)

11. I funktionen nedan är  $a$ ,  $b$  och  $c$  positiva konstanter.  
Derivera funktionen

(0/1/1)

$$f(x) = \frac{ax^{b+1} + x^{c-1}}{x}$$

12. För funktionen  $f$  gäller att:

$$f(2) = 12$$

$$-1,2 \leq f'(x) \leq 0,8 \text{ för alla } x$$

Bestäm största och minsta möjliga värde för  $f(10)$

(0/1/1)

## Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

D1. En boll kastas rakt upp i luften. Höjden över marken,  $h$  meter, som bollen befinner sig på efter att ha varit i luften i  $x$  sekunder ges av funktionen

$$h(x) = 12x - 5x^2 + 1,5$$

Bestäm värdet av  $h'(1)$  och tolka resultatet.

(2/0/0)

D2. Använd det digitala hjälpmedlets deriveringsfunktion och bestäm ett värde på

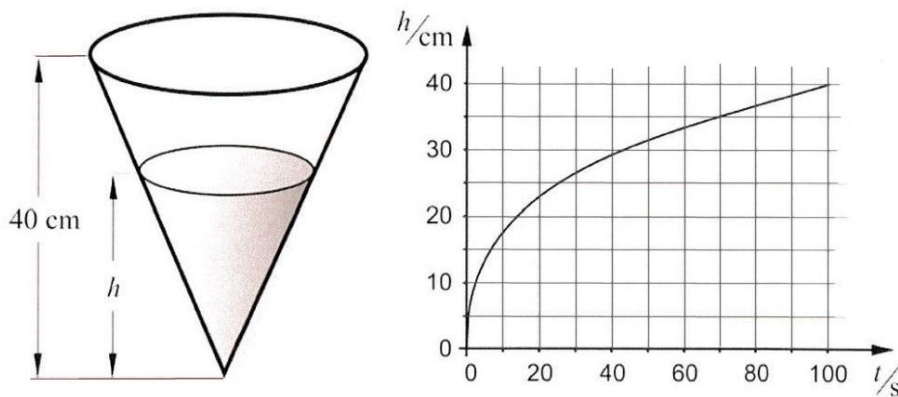
$$f'(3) \text{ om } f(x) = x \cdot 2^x$$

Svara med 3 decimaler!

(1/0/0)

D3. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

En konisk behållare fylls med vatten. Diagrammet visar hur vattennivåns höjd  $h$  i centimeter beror av tiden  $t$  i sekunder.



a) Det tar 100 sekunder att fylla behållaren. Med vilken medelhastighet ökar vattennivåns höjd  $h$  under tidsperioden  $10 \leq t \leq 100$ ?

(2/0/0)

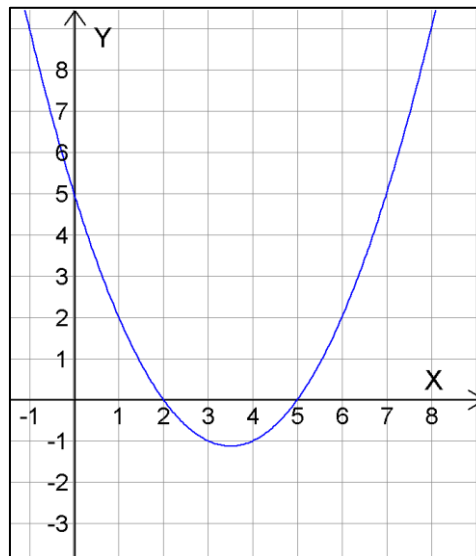
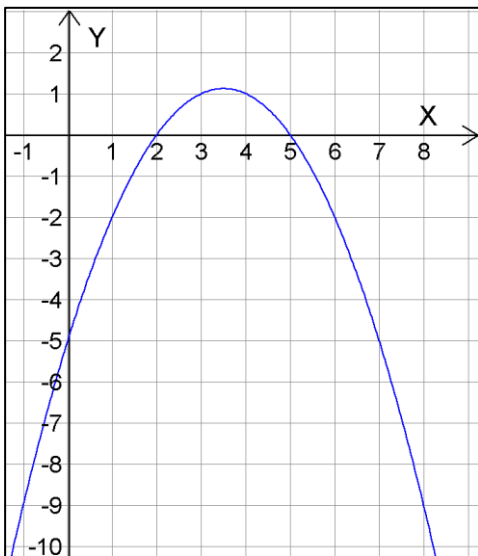
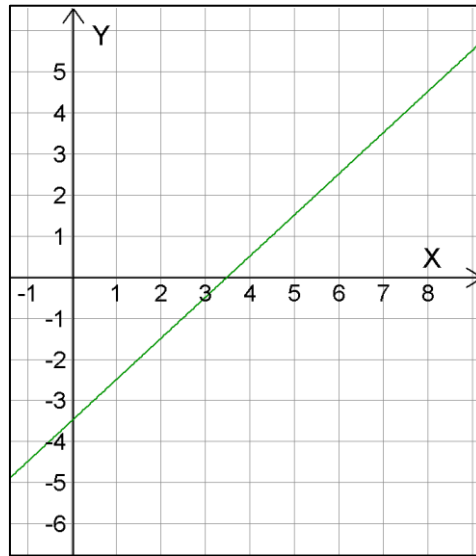
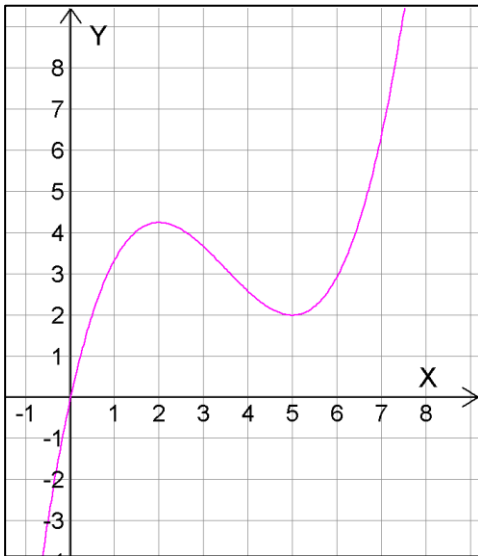
b) Tolka vad  $h'(50) = 0,20$  betyder i detta sammanhang, det vill säga då konen fylls med vatten.

(1/1/0)

D4. Bilderna nedan visar graferna till fyra polynomfunktioner. TRE av dessa är funktionerna  $f, g$  och  $h$ . Dessa är varandras derivatafunktioner så att  $g = f'(x)$  och  $h = g'(x)$

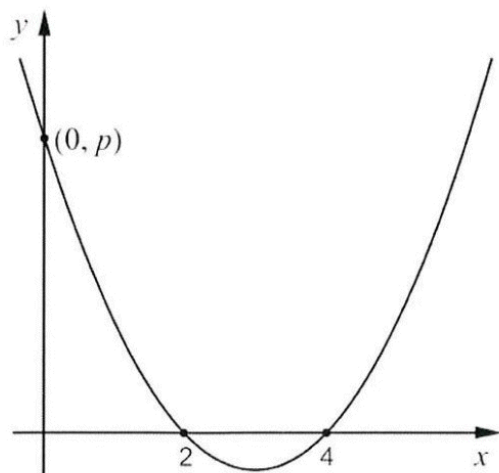
Bestäm värdet av  $f'(6) + h'(3)$

(0/1/2)



D5. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Nedan visas grafen till en andragradsfunktion som har nollställena  $x_1 = 2$  och  $x_2 = 4$ , se figur. Grafen skär  $y$ -axeln i punkten  $(0, p)$ .



Anta att vi drar en tangent till grafen i punkten  $(0, p)$ . Bestäm lutningen för denna tangent uttryckt i  $p$ .

(0/1/2)