

## Derivatans definition

### Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. För en funktion,  $f$ , gäller följande:

$$f(2,1) = 7$$

$$f(1,9) = 5,8$$

Uppskatta med hjälp av dessa data ett värde på  $f'(2)$

(0/1/0)

2. Lotten önskar bestämma  $f'(3)$  till funktionen  $f(x) = \sqrt{x}$  och föreslår då beräkningen

$$f'(3) \approx \frac{\sqrt{3,01} - \sqrt{2,99}}{0,02}$$

Föreslå en annan beräkning som ger ett ännu bättre värde på  $f'(3)$

(0/1/0)

3. Teckna valfri ändringskvot som kan användas för att bestämma derivatan i den punkt där  $x = 1$  för funktionen  $f(x) = x^2 + x$

(0/1/0)

4. Visa med hjälp av derivatans definition att derivatafunktionen till funktionen  $f(x) = kx$  är  $k$

(0/2/0)

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Nedan ges derivatans värde hos en funktion  $f$  i en given punkt  $P$ .

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{((2+h)^5 + 3) - (2^5 + 3)}{h} = 80$$

- a) Ange funktionen  $f$  *Endast svar fordras* (0/1)
- b) En tangent dras i punkten  $P$ . Bestäm tangentens ekvation. (0/2)

6. Visa med hjälp av derivatans definition att derivatafunktionen till funktionen  $f(x) = Ax^2$  är  $2Ax$  (0/2/0)

7. Bestäm ett närmevärde på  $f'(4)$  till funktionen  $f(x) = \sqrt{x-1}$  med hjälp av följande värden:

(0/1/1)

$$\sqrt{1,9} \approx 1,38$$

$$\sqrt{3,9} \approx 1,97$$

$$\sqrt{2,1} \approx 1,45$$

$$\sqrt{4,1} \approx 2,02$$

$$\sqrt{2,9} \approx 1,70$$

$$\sqrt{4,9} \approx 2,21$$

$$\sqrt{3,1} \approx 1,76$$

$$\sqrt{5,1} \approx 2,26$$

8. Daniel Derivata använder derivatans definition för att derivera en funktion. Daniel ställer helt korrekt upp gränsvärdet nedan:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^3 - (4+h)^2 - (4^3 - 4^2)}{h}$$

- a) Använd deriveringsregler för att förutsäga svaret på Daniels beräkning ovan

(0/0/1)

- b) Bestäm Daniels uppställda gränsvärde genom att förenkla så långt som möjligt

(0/1/2)

9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Bestäm derivatan till  $f(x) = \frac{A}{x}$  med hjälp av derivatans definition.

(0/2/2)

10. Visa att en centralt uppställd ändringskvot för **alla andragsgradsfunktioner** ger ett korrekt svar på derivatan oavsett värde på  $h$

(0/0/3)