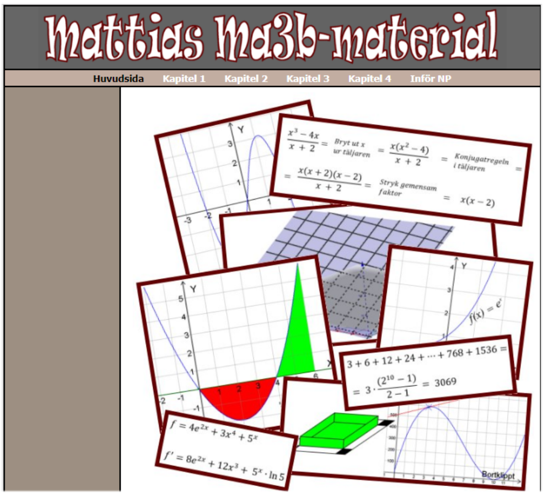


2.4 - Deriveringsregler 1 - potensfunktioner

Vad menas med potensfunktioner..?

Alla funktioner som kan skrivas på formen $f(x) = A \cdot x^B$

där A och B vara vilka reella tal som helst

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Potensfunktioner} & \\ x^{-2,5} & \dfrac{1}{x^2} \\ \sqrt{x} & \text{Polynom} \end{array}}$$

OBS! Vissa potensfunktioner är svåra att "identifiera", men alla kan skrivas på potensform

Exempel 1: Skriv funktionerna nedan på potensform

a) $y = \sqrt{x} = \left[\begin{array}{l}\text{Potenslag:} \\ \sqrt[n]{\ \ } = (\ \ )^{1/n}\end{array}\right] = \sqrt[2]{x} = x^{1/2}$

b) $y = \dfrac{1}{x} = \left[\begin{array}{l}\text{Potenslag:} \\ x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}\end{array}\right] = \dfrac{1}{x^1} = x^{-1}$

c) $y = \dfrac{4}{x^3} = 4 \cdot \dfrac{1}{x^3} = 4 \cdot x^{-3}$

d) $y = \dfrac{2}{3\sqrt{x}} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \left[\sqrt{x} = x^{0,5}\right]$

$= \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{x^{0,5}} = \left[\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}\right] =$

$= \dfrac{2}{3} \cdot x^{-0,5}$

Deriveringsregel för potensfunktioner

Exakt samma regel som för polynom (polynom är en slags potensfunktioner)!

$$f(x) = A \cdot x^n \rightarrow f'(x) = A \cdot n \cdot x^{n-1}$$

Exempel 2: Derivera funktionerna

a) $f(x) = 4x^{-3}$ $\rightarrow f'(x) = 4 \cdot (-3) \cdot x^{-4}$

minsking med 1

$-3-1=-4$

$= -12x^{-4}$

$= -12 \cdot \frac{1}{x^4} = \frac{-12}{x^4}$

b) $g(x) = 3x^{0,7} - 2x$ $\Rightarrow g'(x) = 3 \cdot 0{,}7 \cdot x^{-0,3} - 2 \cdot 1$

$= 2{,}1 \cdot x^{-0,3} - 2$

$= \frac{2{,}1}{x^{0,3}} - 2$

c) $h(x) = 5 - 5x - x^5 - x^{-5}$ $\Rightarrow h'(x) = 0 - 5 \cdot 1 - 5x^4 - (-5)x^{-6}$

$= -5 - 5x^4 + 5x^{-6} =$

$= -5 - 5x^4 + \frac{5}{x^6}$

Allmänt tänk vid derivering av potensfunktioner

Potensfunk. på "allmän form" ex: $\frac{1}{x}$ $\sqrt{x}$ $\Rightarrow$ Skriv om på potensform x^{-1} $x^{0,5}$ $\Rightarrow$ Flytta ned, minska med 1. $-1\cdot x^{-2}$ $0,5x^{-0,5}$

INGEN derivering — Derivering!!!

Exempel 3: Derivera funktionerna

a) $y = \sqrt{x}$

b) $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$

c) $y = \frac{4}{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}}$

---

a) $y = \sqrt{x} = x^{0,5}$ ← OBS! Oderiverad!!

$y' = 0,5 \cdot x^{-0,5} = \frac{0,5}{x^{0,5}} = \frac{0,5}{\sqrt{x}}$

b) $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \frac{x}{3} + 3 \cdot x^{-1}$ ← OBS! Oderiverad!!

$y' = \frac{1}{3} + 3 \cdot (-1) \cdot x^{-2} =$

$\frac{1}{3} - 3 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{3} - \frac{3}{x^2}$

c) $y = \frac{4}{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 4x^{-3} - 2 \cdot x^{-0,5}$

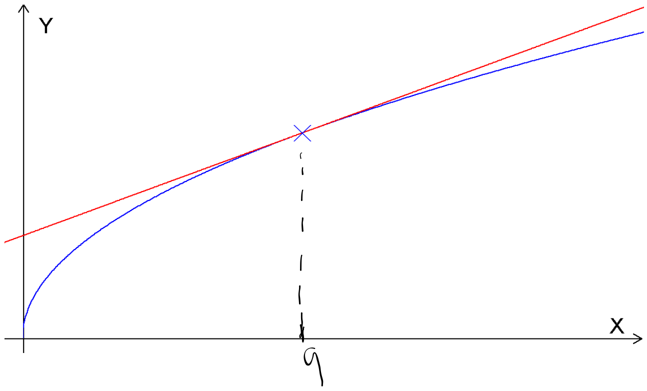
OBS!! oderiverad!!

$y' = 4 \cdot (-3) \cdot x^{-4} - 2 \cdot (-0,5) \cdot x^{-1,5} =$

$= \frac{-12}{x^4} + \frac{1}{x^{1,5}}$

Exempel 4: Figuren nedan visar grafen till funktionen $f(x) = 4\sqrt{x}$ med en tangent inritad i den punkt där $x = 9$.

Bestäm tangentens ekvation.



För att bestämma tangentens ekv. behövs en punkt och dess k-värde.

$$f(x) = 4\sqrt{x} = 4 \cdot x^{0,5}$$ ← OBS! Oderiverad!

$$f'(x) = 4 \cdot 0,5 \cdot x^{-0,5}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$y = f(9) = 4 \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$k = f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$\boxed{(9, 12) \quad k = \frac{2}{3}}$ ⟹

$$kx + m = y$$

$$\frac{2}{3} \cdot 9 + \ldots = 12$$

$$6 + \ldots = 12$$

↑ $+6$

Tangentens ekv:

$$y = \frac{2}{3} \cdot x + 6$$