Deriveringsregler II - Exponentialfunktioner

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Derivera

a) $f(x) \ = 6^x$ (1/0/0)

b) $f(x) = 5 \cdot 3^x - 5 \cdot 2^{3x}$ (2/0/0)

c) $f(x) = \frac{3}{5^{2x}} + \frac{4x}{5} + 2$ (0/1/0)

2. Undersök om ekvationerna har någon lösning.
Om lösning/ar finns bestäm denna/dessa.

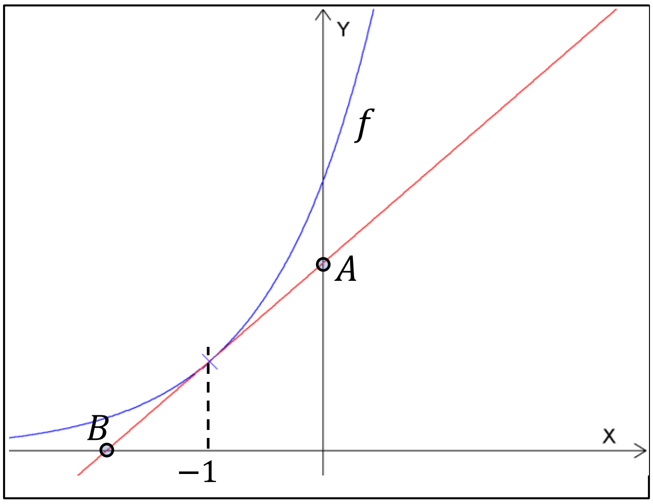
a) $3 \cdot 0{,}5^x = -1$ (1/0/0)

b) $2 \cdot 4^{-x} = -1$ (1/0/0)

c) $4x \cdot 2^x - 2^x = 0$ (0/2/0)

3. Bestäm ett uttryck för lutningen till funktionen $f(x) = 6 \cdot 2^{-x}$ i den punkt där $x = 3$. *Svara exakt!* (2/0/0)

4. Figuren till höger visar grafen till funktionen $f(x) = 2 \cdot 3^x$ med en tangent inritad i den punkt där $x = -1$



a) Bestäm koordinaterna för punkten A.
Svara exakt! (1/2/0)

b) Bestäm koordinaterna för punkten B.
Svara exakt! (0/2/0)

c) Det finns en annan tangent till funktionen f som går igenom origo.
Bestäm ett exakt uttryck för dess lutning. (0/1/3)

5. Bestäm ett exakt värde av gränsvärdet nedan. (0/0/2)

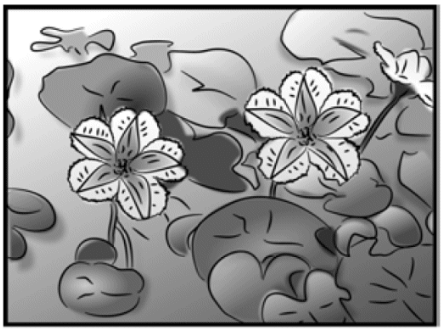
$$\lim_{h \to 0} \frac{4^{1+h} - 4}{h}$$

Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

D1. Bestäm värdet av $f'(3)$ om $f(x) = 2 \cdot 1{,}4^x$
Svara med 3 decimaler! (1/0/0)

D2. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Sommaren 1930 planterade man sjögull som prydnadsväxt i sjön Väringen. Idag konkurrerar den ut andra sjöväxter och ställer till med stora problem för både sjöfart och fiske.



Den första sjögullplantan täckte en area på $0{,}01\,\text{m}^2$. Sambandet

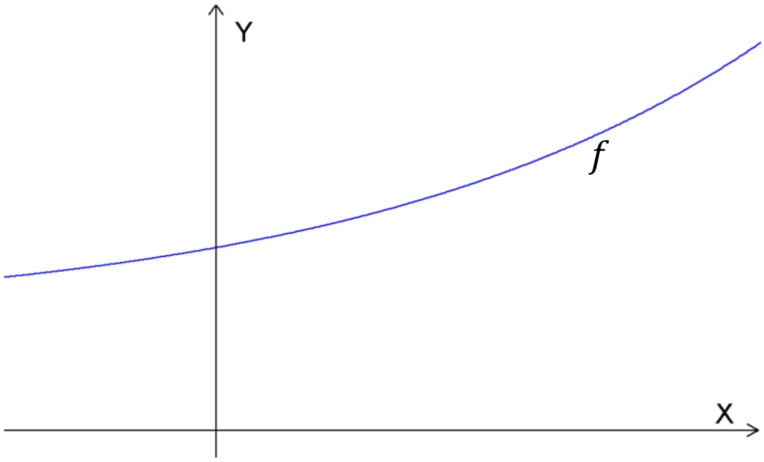
$$A(x) = 0{,}01 \cdot 1{,}48^x$$

kan användas som modell för sjögullens utbredning i Väringen, där $A(x)\,\text{m}^2$ är den area som täcks av sjögull x år efter 1930.

a) Hur stor yta av sjön täcktes av sjögull sommaren 1950? (1/0/0)

b) Hur många gånger större var tillväxthastigheten för utbredningen av sjögull 1975 jämfört med 1950? (0/2/0)

D3. Figuren nedan visar grafen till funktionen $f(x) = 2 \cdot 1{,}24^x + 3$



a) Bestäm tangentens ekvation i den punkt där $x = 2$
Endast svar krävs! Svara med 2 decimaler! (1/0/0)

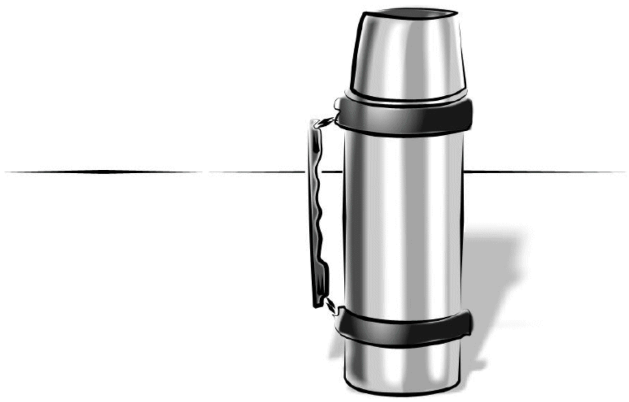
b) Det finns en punkt där y-värdet är 7. Bestäm lutningen i denna punkt.
Svara med 2 decimaler! (1/1/0)

c) Bestäm $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ (0/1/0)
Endast svar krävs!

d) Bestäm $f(2a)$ om $f'(a) = 1$.
Svara med 2 decimaler! (0/2/0)

D4. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

En termos fylls med hett kaffe och placeras direkt utomhus där temperaturen ligger kring noll grader. Temperaturen på kaffet avtar exponentiellt med tiden.



Efter 4 timmar är temperaturen 76 °C och vid samma tidpunkt minskar temperaturen med hastigheten 4,1 °C per timme.

a) Vilken var temperaturen på kaffet då det hälldes i termosen? (0/1/2)

b) Kaffet anses drickbart så länge dess temperatur inte understiger 55 °C. Hur lång tid efter att man hällt kaffet i termosen är det fortfarande drickbart? (0/1/0)