

## Kapitel 2 - Repetition

### Del 1a – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar

1. Derivera polynomen nedan

a)  $f(x) = 4x^5 - 2x^2 + 4$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{2}$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

c)  $f(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{4x}{5} + 3$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Figuren nedan visar grafen funktionen  $f$ . I grafen har punkterna A - O markerats. I vilken/vilka av punkterna uppfylls att...

a)  $f > 0$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f' = 0$

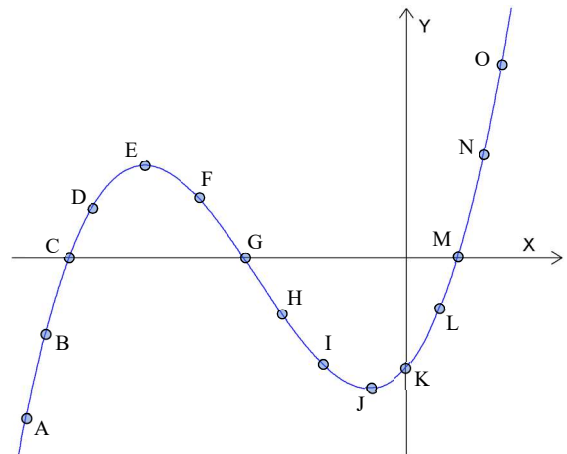
Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

c)  $f' < 0$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

d)  $f' > 0$  och  $f \leq 0$  **samtidigt**

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)



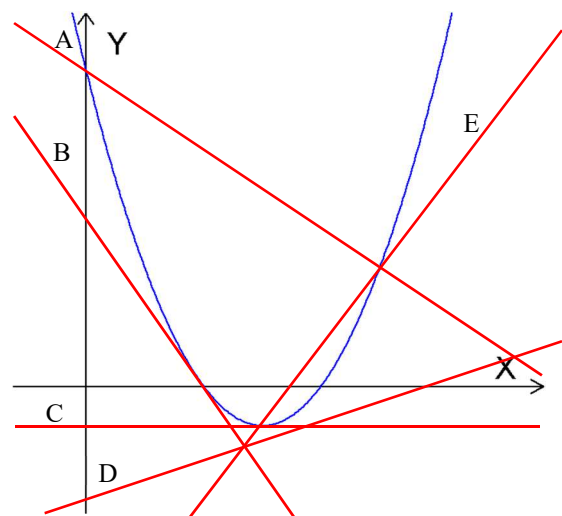
3. Figuren nedan visar grafen till en andragradsfunktion och fem räta linjer, A - E. Vilken/vilka av linjerna visar...

a) *tangenter* till andragradsfunktionen

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) *sekanter* till andragradsfunktionen

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)



4. Lös ekvationerna  
Svara exakt!

a)  $e^{2x} = 4$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $4^x + 1 = 0$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

c)  $\ln(2x + 1) = 1$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. Inge Stress gillar appen "2048". Nedan visas en tabell över hur Inges maxpoäng ökat under en period.

Vecka	40	41	42	43	44	45
Maxpoäng	2226	6214	8102	12048	13048	17226



a) Beräkna den genomsnittliga ökningen av Inges maxpoäng under perioden vecka 40 till 45

Svar: \_\_\_\_\_ (2/0/0)

b) Inges syster Vilma tittar på tabellen och genomför divisionen nedan.

$$\frac{13048 - 6214}{44 - 41} = 2278$$

Vilket av alternativen nedan visar betydelsen av vad Vilma har beräknat?

- A Inges maxpoäng under vecka 44.
- B Hur snabbt Inges maxpoäng ökade vecka 41.
- C Hur mycket högre maxpoängen var vecka 44 jämfört med vecka 41.
- D Den genomsnittliga förändringen av maxpoängen mellan vecka 41 och 44.
- E Den genomsnittliga maxpoängen under vecka 41 och 44.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

6. En boll sparkas rakt upp i luften. Bollens höjd över marken kan bestämmas med funktionen

$$h(x) = 13x - 5x^2$$

$h$  är höjden över marken i meter

$x$  är tiden i sekunder

Bestäm bollens **hastighet** efter 1 sekund.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

7. Figuren till höger visar andragradsfunktionen  $f$  och en tangent med tangeringspunkt i origo. Bestäm

a)  $f(-3)$

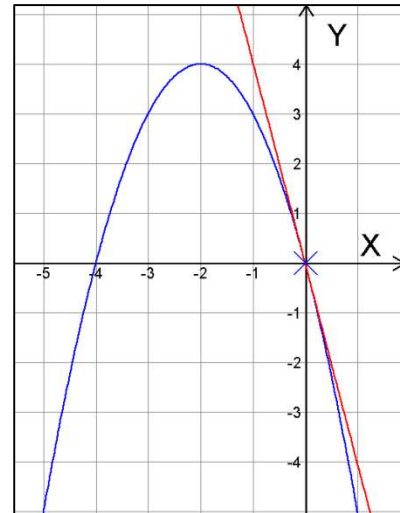
Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f'(-2)$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

c)  $f'(0)$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)



8. För en andragradsfunktion,  $f$ , med ett maximumvärde vid  $x = 3$  gäller att  $f(2) = 5$  och  $f'(2) = 2$ .

Bestäm värdet på

a)  $f(4)$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $f'(4)$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

9. Derivera

a)  $f(x) = 2e^{3x} + \frac{4x}{5} + 3$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

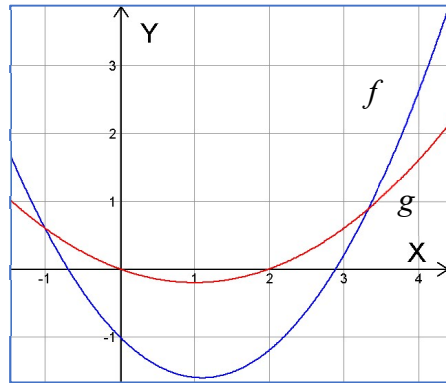
b)  $f(x) = \frac{5}{2^x} - \frac{2}{5} + \frac{5}{2x}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

10. Bilden nedan visar graferna till två funktioner,  $f$  och  $g$ .  
**Ett** av alternativen nedan visar lösningen/lösningarna till  
ekvationen  $f'(x) = g'(x)$ .

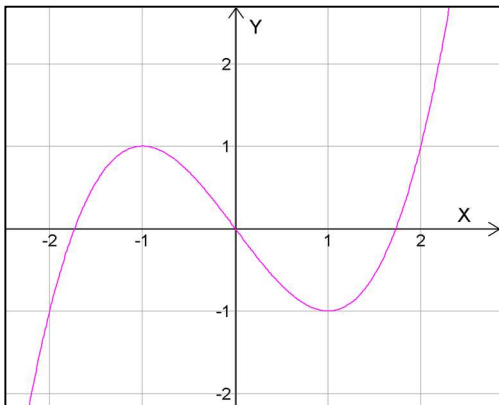
Vilket alternativ är det?

- A  $x_1 = -1, x_2 = 3,3$
- B  $x_1 = 0, x_2 = 2$
- C  $x = 1,1$
- D  $x = 2,8$
- E  $x = 3$



Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

11. Nedan visas grafen till tredjegradsfunktionen  $f$



- a) Bestäm med hjälp av figuren *ändringskvoten* i intervallet  $-2 \leq x \leq 2$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) Bestäm värdet av  $f'(-1) + 2 \cdot f(1)$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

12. Vilket av alternativen nedan beskriver lutningen till funktionen  $f(x) = 3 \cdot 2^x$   
i den punkt där  $x = a$

- A  $6^a \cdot \ln 6$
- B  $3 \cdot 2^a \cdot \ln 6$
- C  $3a \cdot 2^{a-1}$
- D  $6^a \cdot \ln 2$
- E  $3 \cdot 2^a \cdot \ln 2$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

13. Derivera  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

14. För funktionen  $f$  gäller att en tangent i den punkten där  $x = 2$  har ekvationen  $y = 3x + 2$

Bestäm  $f'(2) + f(2)$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

15. Derivera funktionerna

a)  $f(x) = 3e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $f(x) = 2^x + x^2 + 2^2 + \frac{x}{2} + 2e$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

16. Vera önskar beräkna derivatan av funktionen  $f$  i en viss punkt,  $x = a$  och ställer då upp den korrekta uppställningen nedan.

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^4 - 2^4}{2+h-2}$$

a) Vilken är funktionen  $f$ ?

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

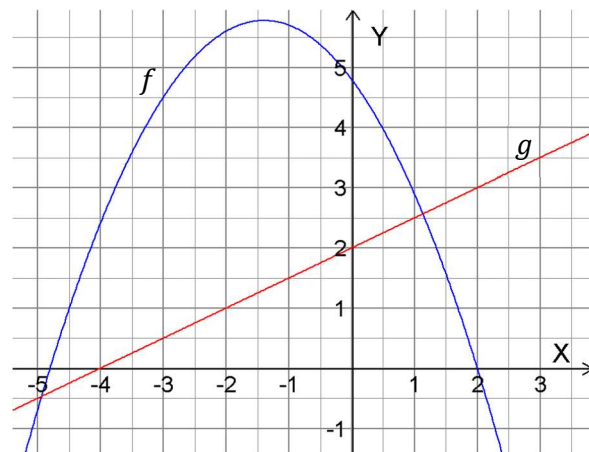
b) Bestäm  $f'(a)$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

17. Graferna visar de två funktionerna  $f$  och  $g$ . För funktionen  $h$  gäller  $h(x) = f(x) - g(x)$

Bestäm  $h(g'(-4))$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)



18. Låt  $f(x) = x^2$ . Ordna följande tal i storleksordning med det *minsta först*

A  $e^{\ln}$

B  $\ln e^{0,5}$

C  $f(-1)$

D  $f'(e)$

E  $f(e)$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

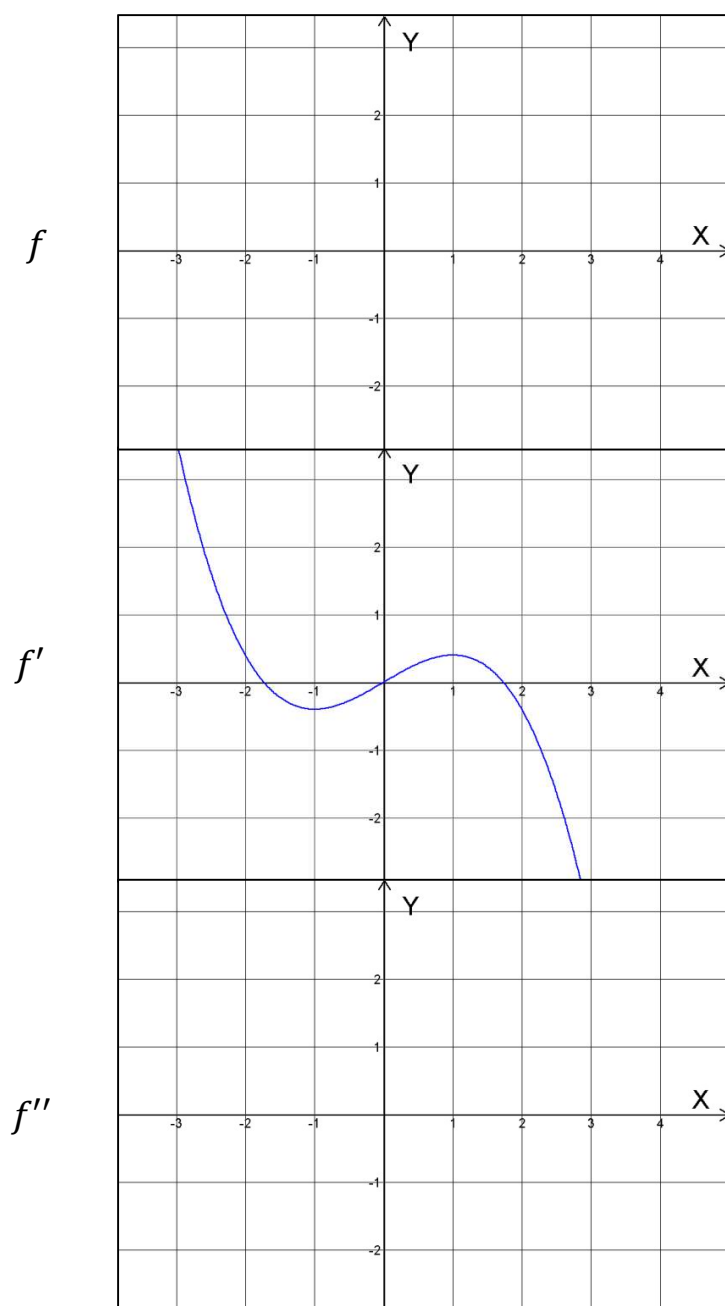
19. I nedanstående figur finns tre stycken koordinatsystem.

I det mittersta är grafen till funktionen  $f'$  utritad.

Använd den som utgångspunkt för att göra **grova skisser** i de tomma

koordinatsystemen av hur "släktingarna"  $f$  och  $f''$  skulle kunna se ut!

(0/2/2)



**Del 1b – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs**

20. För funktionerna  $f$  och  $g$  gäller att  $f(x) = 4x^2 - 6x + 3$  och  $g(x) = 9x - x^2 + 1$

För vilket värde på  $x$  gäller att  $f'(x) = g'(x)$ ?

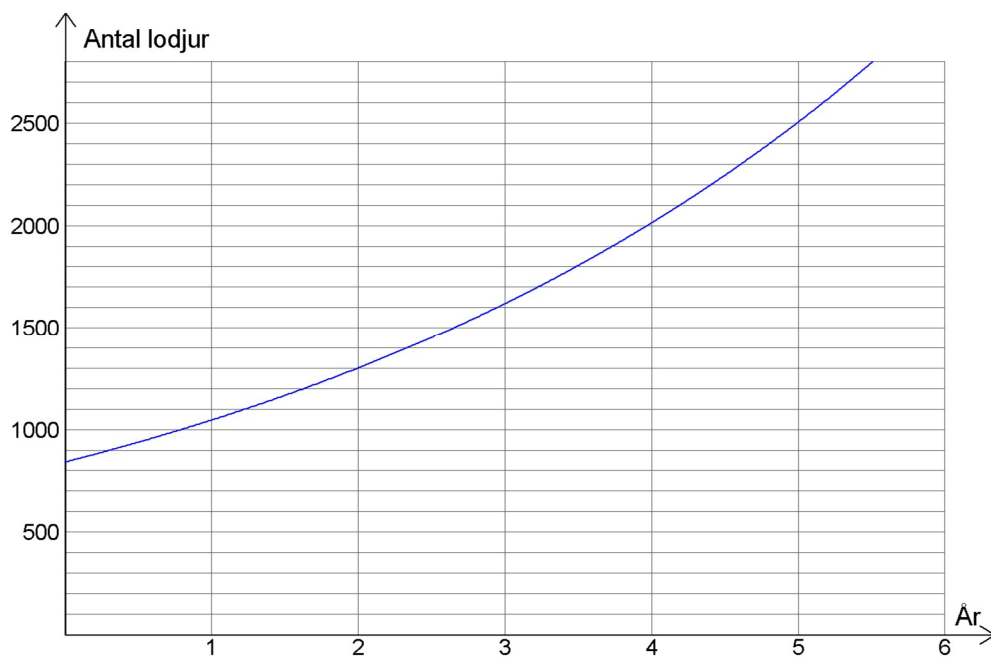
(2/0/0)

21. Enligt siffror från Naturvårdsverket har antalet lodjur i Sverige ökat mellan år 2014 och 2016. Utifrån dessa värden har en exponentiell modell över utvecklingen ställts upp.

Figuren nedan visar grafen till denna modell, där

$L$  = beräknat antalet lodjur

$x$  = antal år som gått sedan 2014



- a) Bestäm ett ungefärligt värde på  $L'(3)$  med hjälp av grafen

(2/0/0)

- b) Tolka betydelsen av  $L'(3)$  i detta sammanhang

(1/1/0)

22. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Gustav är ute på en träningsrunda med sin cykel. Han kommer fram till en uppförsbacke och  $t$  sekunder senare har han cyklat  $s(t)$  meter uppför backen.



a) Förklara vad  $s'(4)$  betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

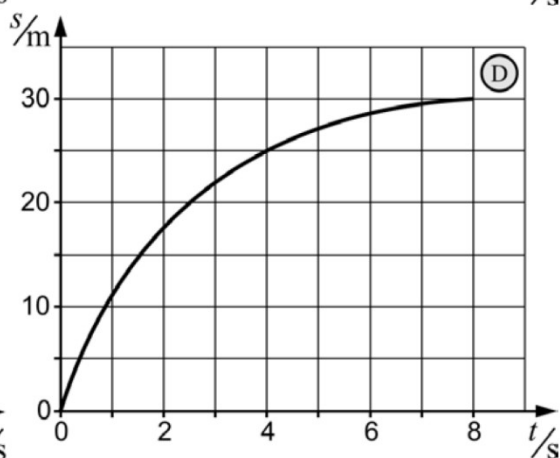
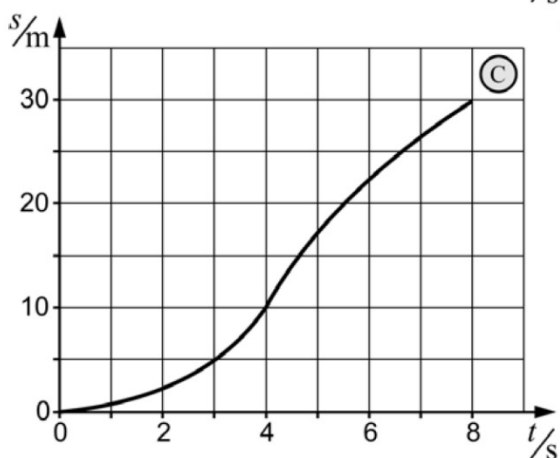
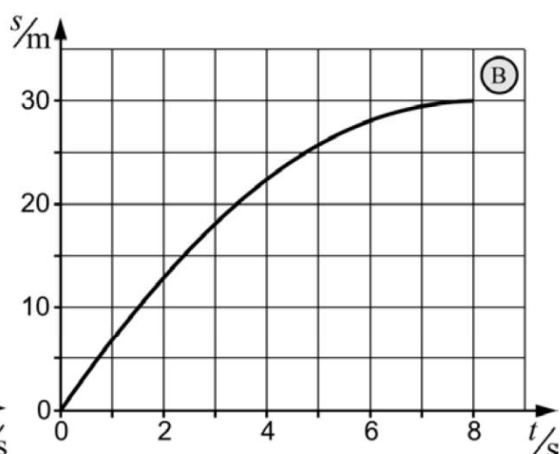
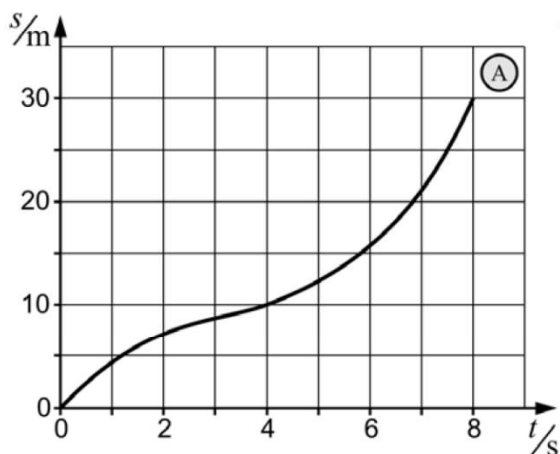
b) Förklara vad  $\frac{s(8) - s(0)}{8 - 0}$  betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

c) Den sträcka som Gustav cyklat efter en viss tid kan beskrivas i ett diagram.

I vilket av diagrammen A-D nedan gäller det att  $s'(4) = \frac{s(8) - s(0)}{8 - 0}$ ?

Förklara.

(1/1/0)





23. Utgå från funktionen  $f(x) = x^3 - 12x$

a) Bestäm den *genomsnittliga lutningen* mellan punkterna där  $x = -1$  och  $x = 1$

(2/0/0)

b) Bestäm ekvationen för en tangent i den punkt där  $x = 1$

(2/1/0)

c) Det finns två punkter för vilket det gäller att  $f'(x) = 0$ .  
Bestäm koordinaterna för dessa båda punkter.

(1/2/0)

24. Bestäm ett exakt värde på lutningen till funktionen  $f(x) = \frac{2}{x} + 3\sqrt{x}$  i den punkt där  $x = 4$

(0/2/0)

25. Lös ekvationen  $2xe^x - e^x = 0$

(1/1/0)

26. Figuren visar grafen till funktionen  $f(x) = e^x$  och punkten **P**

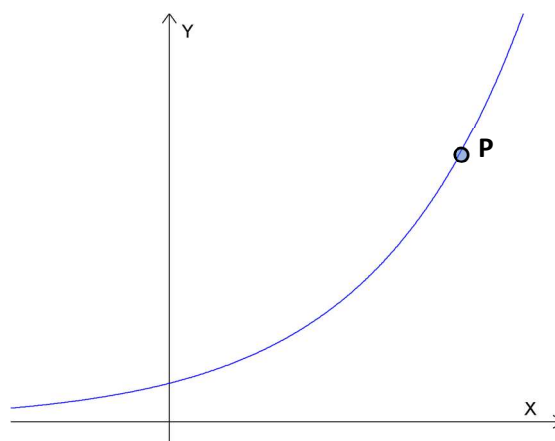
För punkten **P** gäller att  $y$ -värdet är  $e^2$ .

En tangent till funktionen går igenom **P**.

Bestäm tangentens ekvation.

Svara exakt!

(1/2/0)



27. Bestäm ett närmevärde på  $f'(4)$  till funktionen  $f(x) = 2^{x-1}$  med hjälp av följande värden:

(0/1/1)

$$2^{1,9} \approx 3,73$$

$$2^{3,9} \approx 14,93$$

$$2^{2,1} \approx 4,29$$

$$2^{4,1} \approx 17,15$$

$$2^{2,9} \approx 7,46$$

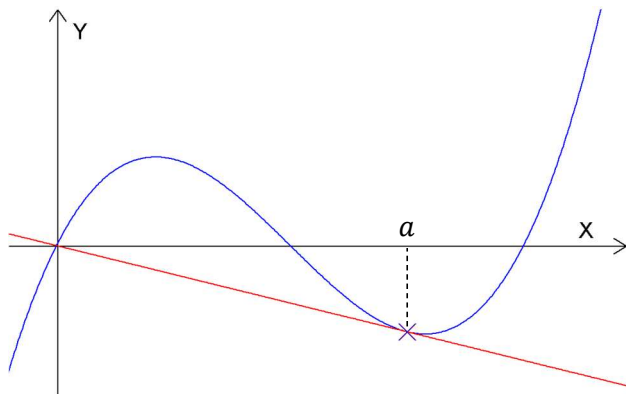
$$2^{4,9} \approx 29,86$$

$$2^{3,1} \approx 8,57$$

$$2^{5,1} \approx 34,30$$

Svara med två decimaler!

28. Figuren nedan visar grafen till  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  med en tangent som går igenom origo.  $a$  är tangeringspunktens  $x$ -värde,  $a > 0$



Bestäm ett exakt värde på  $a$

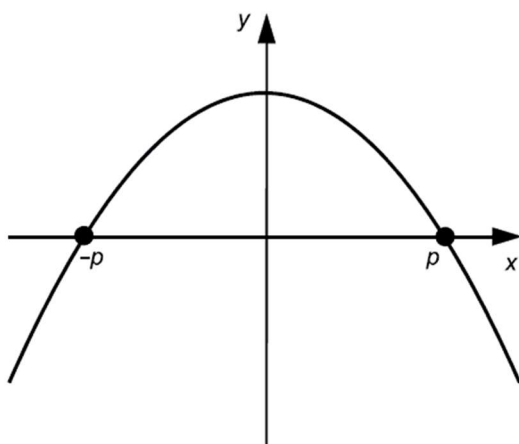
(0/1/2)

29. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Visa med hjälp av derivatans definition att derivatan till *varje* funktion av andra graden är en funktion av första graden.

(0/2/2)

30. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.



Figuren visar grafen till en andragsradsfunktion  $y = f(x)$  som har nollställena  $x_1 = -p$  och  $x_2 = p$ . Vidare gäller att  $f'(p) = k$

Visa att  $f'(0,5p) = 0,5k$

(0/1/2)