Del 2 – Med digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs

D1. För funktionen f gäller att $f(x) = x \cdot 2^x$.
Bestäm ett närmevärde på $f'(3)$. *Endast svar krävs!*
Svara med 2 decimaler! (1/0/0)

D2. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Värdet av en bil avtar med tiden enligt sambandet $V(t) = 260\,000 \cdot e^{-0,22 \cdot t}$
där V är värdet i kronor och t är tiden i år räknat från inköpstillfället.

a) Beräkna bilens värde då $t = 3$ (1/0/0)

b) Beräkna den hastighet med vilken bilens värde minskar då $t = 3$ (2/0/0)

D3. För funktionen f gäller att $f(x) = x^{2,5}$.

a) Det finns en punkt på grafen där $f(x) = 10$.

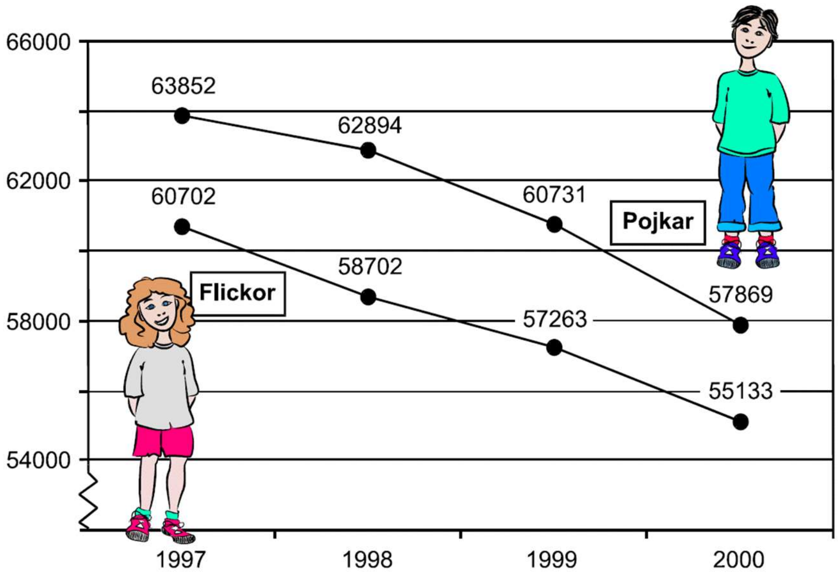
Bestäm lutningen i denna punkt. *Svara med 2 decimaler!* (1/1/0)

b) Det finns en punkt på grafen där $f'(x) = 4$.

Bestäm koordinaterna för denna punkt. *Svara med 2 decimaler!* (1/1/0)

D4. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Diagrammet visar antalet pojkar respektive flickor som gick årskurs 1 i den svenska kommunala grundskolan åren 1997-2000.



Beräkna den årliga genomsnittliga förändringshastigheten för *totala* antalet elever som gick årskurs 1 i den svenska kommunala grundskolan under perioden 1997-2000. (2/0/0)

D5. En ny köptes mobil år 2016. Värdet på mobilen väntas därefter följa funktionen $V(x) = 8300 \cdot e^{-0,54x}$ där
V är värdet i kronor
x är antal år efter inköpet

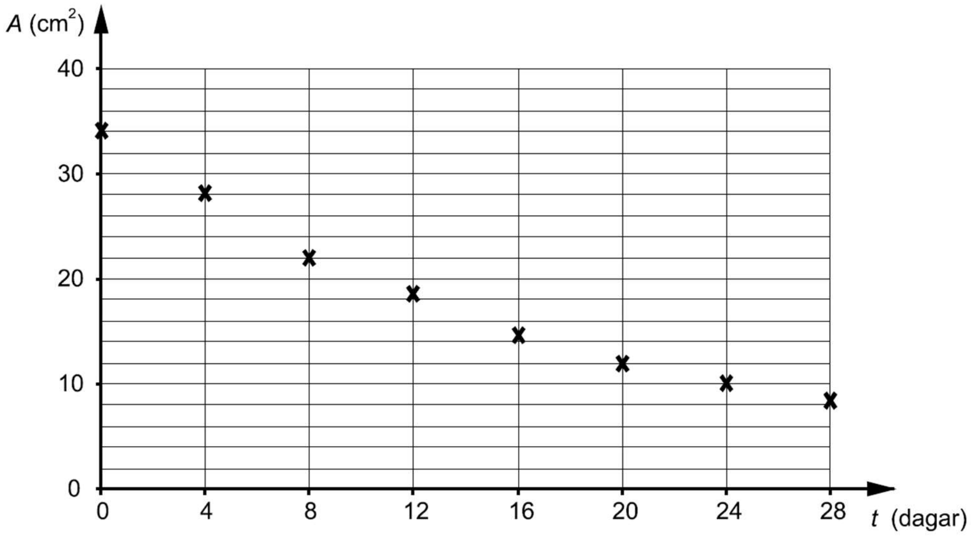
a) Bestäm $V(2)$ och tolka ditt svar. (2/0/0)

b) Bestäm $V'(2)$ och tolka ditt svar. (2/0/0)

c) Hur många procent minskar mobilens värde med varje år?
Endast svar krävs! (0/1/0)

D6. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

För att avgöra hur snabbt en sårskada läkte mättes dess area kl. 12.00 var fjärde dag. Resultatet visas i diagrammet nedan.



a) Bestäm hur stor minskningen av sårets area var i genomsnitt per dag från kl. 12.00 dag 4 till kl. 12.00 dag 24. (2/0/0)

Om mätvärdena anpassas till en exponentialfunktion fås sambandet $A = 34 \cdot 0{,}95^t$ där A är arean i kvadratcentimeter och t är tiden i dagar.

b) Efter hur lång tid är arean hos sårskadan 3 cm^2 enligt detta samband? (2/0/0)

c) Efter hur lång tid minskar sårskadans area med 1 cm^2/dag? (1/1/0)

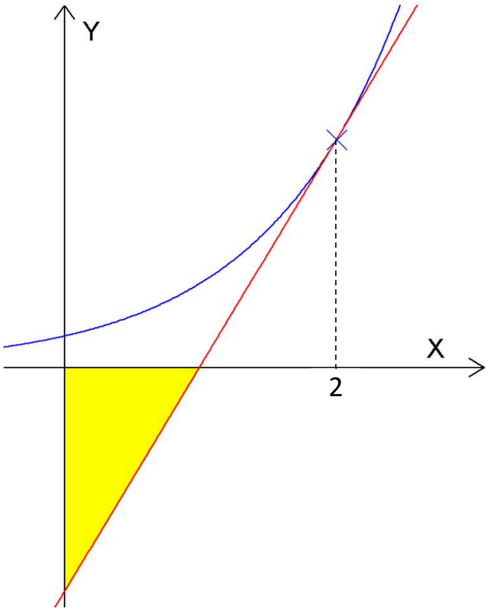
D7. Ange valfri andragradsfunktion som uppfyller båda villkoren $f(2) = 10$ och $f'(2) = 10$ (0/2/0)

D8. Figuren till höger visar grafen till $f(x) = e^{0,8x}$,
och en tangent inritad med tangeringspunkt vid $x = 2$

Tangenten bildar tillsammans med koordinataxlarna en rätvinklig triangel.

Bestäm arean av denna triangel.

Svara med 2 decimaler! (1/2/0)



D9. Ange en valfri funktion, f, för vilken det gäller att

$f(x) > 0$ för alla x
$f'(x) < 0$ för alla x
$f(1) = 10$ (0/2/0)

D10. En kopp med varmt te ställs in i ett rum klockan 12.00,
och temperaturen i teet antas följa modellen $T(x) = 70e^{-0.12x} + 25$
där $T(x)$ är temperaturen i °C och x är antalet minuter efter som gått sedan tekoppen ställdes in.

a) Beräkna **och tolka** betydelsen av $T(0)$ (2/0/0)

b) Hur många gånger snabbare svalnar teet klockan 12.10 jämfört med klockan 12.30 ? (1/1/0)

c) När tekoppen har stått på rummet under lång tid är temperaturen konstant. Vad är temperaturen då?
Endast svar krävs! (0/1/0)

d) Efter en viss tid har temperaturen sjunkit till hälften av vad den var när teet ställdes in.
Hur snabbt sjunker temperaturen just då? (0/2/0)

D11. Urban ska bygga en låda av en kvadratisk bit med sidan 20 cm av en mjölkkartong.

Lådan byggs genom att Urban skär loss kvadrater med sidan x ifrån bitens fyra hörn och viker upp kanterna.

Lådans volym kan då bestämmas med formeln

$$V(x) = 4x^3 - 80x^2 + 400x$$

a) Bestäm vilka mått lådan har för att dess volym ska bli så stor som möjligt. (0/2/1)

b) Visa hur Urban kommit fram till formeln ovan. (0/2/1)

D12. För en exponentialfunktion, f, gäller att $f(4) = 1200$ och $f'(4) = 15$.

Bestäm värdet av $f(0)$ (0/1/2)

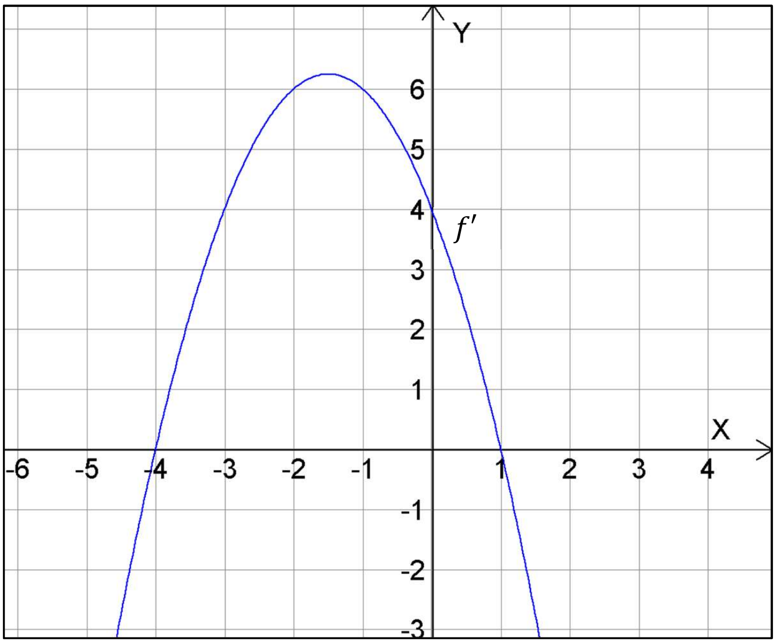
D13. För en funktion, f, gäller att

$0{,}4 \leq f'(x) \leq 1{,}5$ i intervallet $0 \leq x \leq 8$

$f(3) = 5$

Värdet av $f(8)$ kan av beskrivningen ovan anta många olika värden.
Bestäm kvoten mellan det största och det minsta av dessa värden på $f(8)$ (0/1/2)

D14. *Derivatafunktionen*, f', till ett tredjegradspolynom, f, visas nedan.
Grafen till f går igenom origo.



a) En tangent till f dras där $x = 0$. Bestäm dess ekvation.
Endast svar krävs! (0/1/0)

b) Bestäm värdet av $\dfrac{f'(-1)}{f(-1)}$ (0/1/3)