

# FACIT

## Kapitel 2 – Repetitionsprov – E-nivå

### Del 1a – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar

#### 1. Derivera

a)  $f(x) = 3x^4 - 2x + 4$  ← Derivatm noll

Svar:  $f'(x) = 12x^3 - 2$  (1/0/0)

b)  $f(x) = \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{4}{3}$  ← Derivatm noll

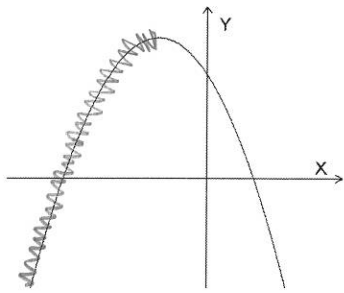
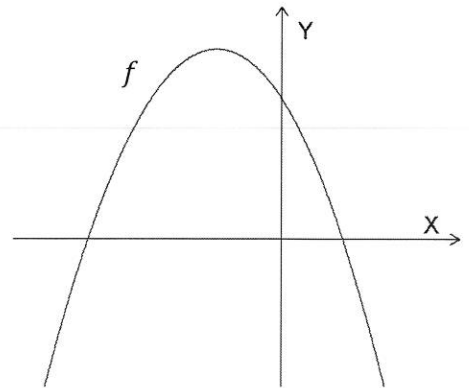
Svar:  $f'(x) = \frac{12e^{3x}}{3} = 4e^{3x}$  (1/0/0)

c)  $f(x) = \frac{x^2}{5} + \frac{x}{4}$

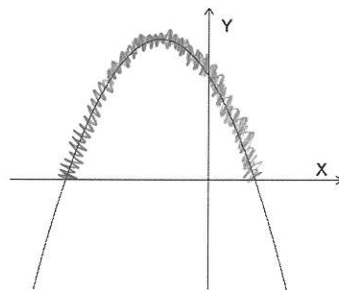
Svar:  $f'(x) = \frac{2x}{5} + \frac{1}{4}$  (1/0/0)

#### 2. Figuren till höger visar grafen till en andragradsfunktion, $f$

Markera på de mindre bilderna nedan de punkter på funktionens graf som uppfyller villkoret nedanför grafen



a)  $f' > 0$  (1/0/0)  
pos. lutning

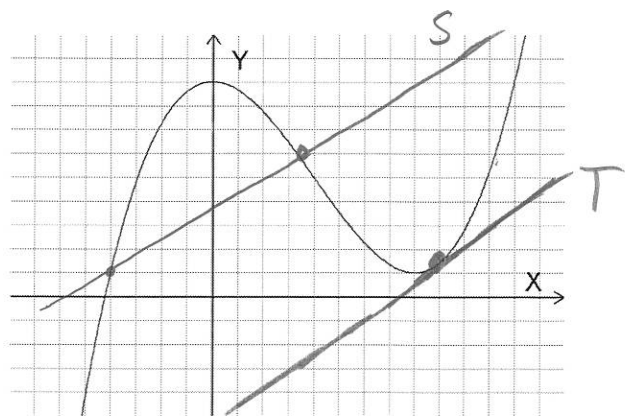


b)  $f > 0$  (1/0/0)  
pos. y-värden

#### 3. Figuren till höger visar en funktionsgraf.

a) Rita i figuren valfri **sekant** och kalla den för  $S$  "Två punkter på grafen" (1/0/0)

b) Rita i figuren valfri **tangent** och kalla den för  $T$  "En punkt samma lutning som grafen där" (1/0/0)



#### 4. Lös ekvationerna

a)  $4^x = -4$

exp. = neg. tal

Svar: saknar lösning (1/0/0)

b)  $e^{x+1} = 3$

$\ln e^{x+1} = \ln 3$   
 $x = \ln 3 - 1$

Svar:  $x = \ln 3 - 1$  (1/0/0)

5. En boll släpps ifrån ett högt torn.

Bollens höjd över marken efter att ha fallit i  $t$  sekunder ges av funktionen

$$h(t) = 145 - 5t^2$$

↳ ger höjd

↳ ger hastighet  $h'(t) = -10t$



a) Hur stor är bollens höjd efter 2 sekunder?

$$h(2) = 145 - 5 \cdot 2^2 = 145 - 20$$

Svar:  $h(2) = 125 \text{ m}$  (1/0/0)

b) Hur stor är bollens hastighet efter 2 sekunder?

$$h'(2) = -10 \cdot 2 = -20$$

Svar:  $h'(2) = 20 \text{ m/s nedåt}$  (1/0/0)

6. Figuren till höger visar grafen till funktionen  $f$  med en tangent inritad där  $x = 2$

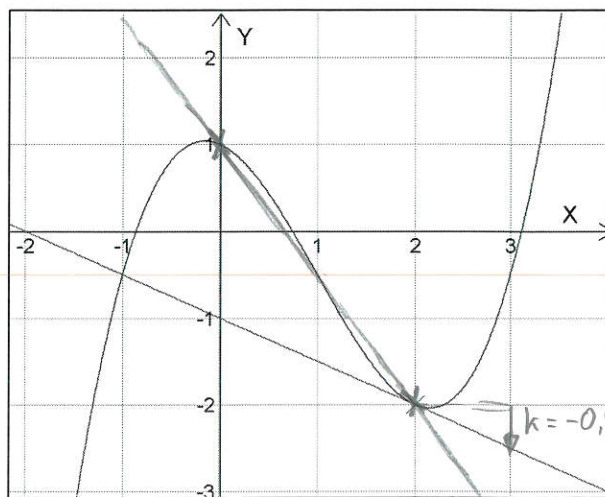
a) Bestäm  $f'(2)$  "Lutningen där  $x=2$ , fås via tangenten"

Svar:  $-0,5$  (1/0/0)

b) Bestäm den genomsnittliga lutningen i intervallet  $0 \leq x \leq 2$

↳ Fås via lutningen på en sekant genom punkterna där  $x=0$  och  $x=2$

Svar:  $-1,5$  (1/0/0)



**Del 1b – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs**

7. Amatörhöjdhopparen Hippy Høgt har under sina första 6 månader ökat sitt högsta resultat enligt följande tabell:

Månad	Mars	April	Maj	Juni	Juli	Augusti
Högsta höjd	1,15	1,22	1,35	1,50	1,55	1,58

Tolka med hjälp av tabellen resultatet av divisionen nedan.

(2/0/0)

$$\frac{1,55 - 1,15}{4} = \frac{0,40}{4} = 0,10$$

1,55 motsvarar höjden för Juli  
1,15 motsvarar höjden för Mars

Divisionen motsvarar den genomsnittliga ökningen av högsta höjden under perioden Mars till Juli, dvs  $0,10 \text{ m/månad}$ .

8. Bestäm ekvationen för en tangent till funktionen  $f(x) = 2x^3 + x$  i punkten (1, 3) (2/0/0)

$(1, 3)$   
 $k = \dots$

k-värdet fås via derivatan

$$f'(x) = 6x + 1$$

$$k = f'(1) = 6 + 1 = 7$$

$(1, 3)$   
 $k = 7$

$\Rightarrow k \cdot x + m = y$   
 $7 \cdot 1 + m = 3$   
 $m = -4$

Tangentens ekv

$$y = 7x - 4$$

9. Bestäm  $f'(2)$  om  $f(x) = x^{-2}$  (2/0/0)

$$f'(x) = -2x^{-3} = \left[ x^{-3} = "x^3 \text{ i nämnaren}" = \frac{1}{x^3} \right]$$

$$= -\frac{2}{x^3}$$

$$f'(2) = -\frac{2}{2^3} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

10. Utgå från de två funktionerna  $f(x) = 2x^2 - x$  och  $g(x) = x^2 + x$

Det finns ett värde på  $x$  där de båda grafernas tangenter har samma lutning.

Bestäm hur stor denna lutning är.

(3/0/0)

Lutningarna ges av derivatorna:

$$f'(x) = 4x - 1 \quad g'(x) = 2x + 1$$

Samma lutning  $\Rightarrow f'(x) = g'(x) \Rightarrow 4x - 1 = 2x + 1$

Lutningen är lika stor där  $x = 1$ .

Den är då  $f'(1) = g'(1) = 4 \cdot 1 - 1 = 3$

$$= 2 \cdot 1 + 1$$

$$2x - 1 = 1$$

$$+1 \quad +1$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$