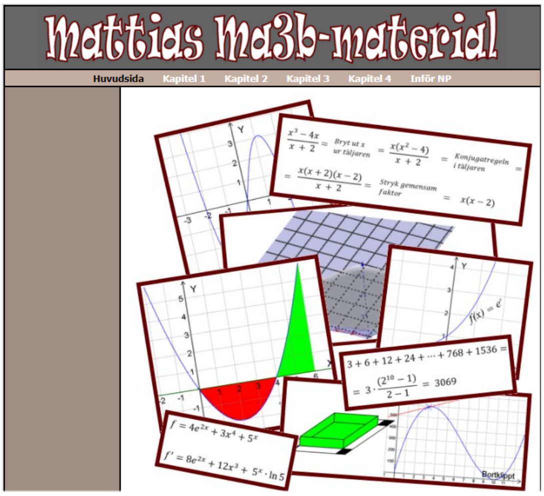
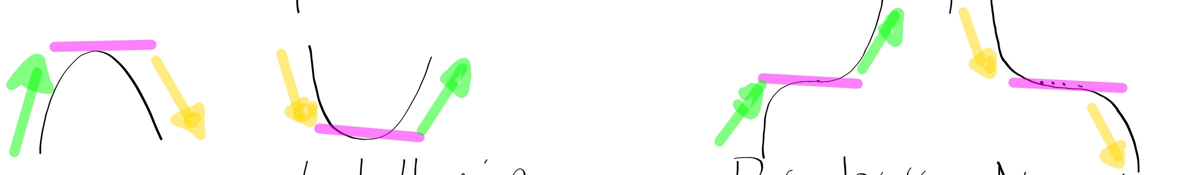


3.1 - Extrempunkter

Vad menas med extrempunkter?

Punkter vars derivata är noll.

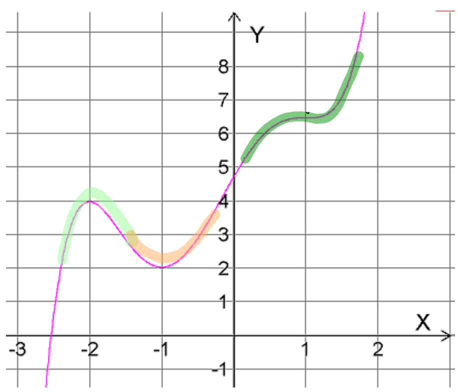
Vändpunkter | Terasspunkter



Lokalt max	Lokalt min	Pos. terass	Neg. terass
+ 0 −	− 0 +	+ 0 +	− 0 −

Exempel 1: Figuren till höger visar grafen till en funktion med tre extrempunkter.

Ange extrempunkternas koordinater samt för var och en av dem vilken typ av extrempunkt det handlar om.



Lok. max: (−2, 4)

Lok. min: (−1, 2)

Pos terass: (1, 6.5)

Hur beräknar man extrempunkterna?

Eftersom derivatan är noll i alla extrempunkter löses alltid ekv. "$f' = 0$". Därefter undersöks värdena på resp sida om "noll värdet"

Om "$f' = 0$" ger en dubbelrot har funktionen f en terasspunkt där.

Exempel 2: Funktionen $f(x) = -x^2 - 6x$ har en extrempunkt.

Bestäm dess koordinater och avgör vilken typ av extrempunkt det handlar om.

1) Derivera : $f'(x) = -2 \cdot x^1 - 6 \cdot 1 = -2x - 6$

2) Lös $f' = 0$: $-2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$

3) Beräkna f' på resp. sida :

-1000	-3	0
$+$	0	$-$

$\Rightarrow \cap$ Lok. max $(-3, 9)$

Exempel 3: Funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3$ har två extrempunkter.

Bestäm dessas koordinater och avgör för respektive extrempunkt vilken typ det handlar om.

1) Derivera : $f'(x) = 3x^2 - 3 \cdot 2 \cdot x^1 - 0$
$= 3x^2 - 6x$

2) $f'(x) = 0$: $3x^2 - 6x = 0$

p-q

$x^2 - 2x + 0 = 0$

$\boxed{\pm 1}\sqrt{1 \cdot 1 - 0}$

$1 \pm 1 \Rightarrow x_1 = 2, \; x_2 = 0$

Skriv i faktorform

$3x(x-2) = 0$

$x = 0 \qquad x = 2$

3) Avgör tecknet på resp. sida

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

-1000	0	1	2	1000
$+$	0	$-$	0	$+$

Bestäm resp. y-värde: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3$

$f(0) = -3 \Rightarrow$ max: $(0, -3)$

$f(2) = 8 - 12 - 3 = -7 \Rightarrow$ min: $(2, -7)$

Exempel 4: För funktionen f gäller för dess derivatafunktion, f ' att
$f'(x) = -x(x + 2)(x + 2)$

Ta fram de x-värden där funktionen f har extrempunkter, samt avgör vilka typ av extrempunkter det handlar om.

$f'(x) = 0 \Rightarrow -x(x+2)(x+2) = 0$

$x = 0 \quad x = -2 \quad x = -2$

Dubbelrot för $x = -2$

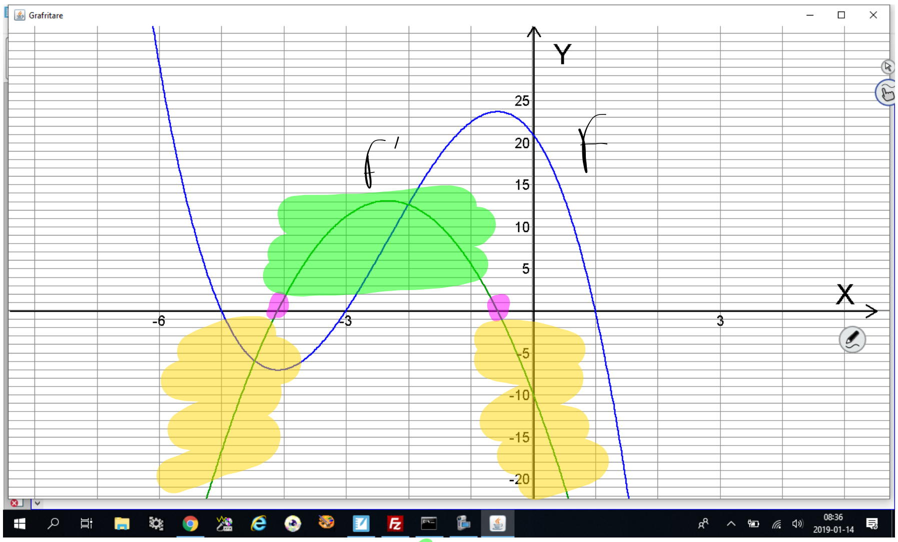
-1000	-2	-1	0	1000
$+$	0	$+$	0	$-$
	Pos. terass		Max	

$\Rightarrow$ Terass

$x = 1000 \Rightarrow$
$-1000 \cdot (1002)(1002)$
$- \cdot + \cdot + = -$

$x = -1$
$+1 \cdot (+1) \cdot (+1) = +$

Att tolka derivatagrafer

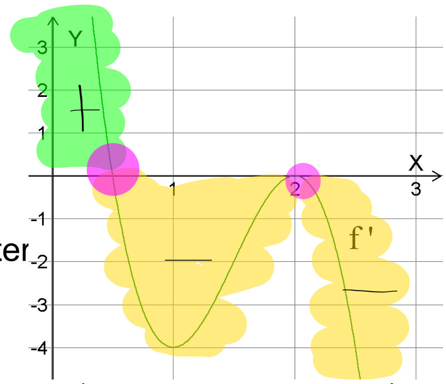


Genom att titta på derivatagrafens tecken (inte formen, utan om den är över el. under x-axeln) kan extrempunkternas typ bestämmas!

−	0	+	0	−
↘	Min	↗	Max	↘

Exempel 5: Figuren nedan visar grafen till funktionen $y = f'(x)$

Bestäm de x-värden där funktionen f har extrempunkter samt avgör vilken typ av extrempunkter det handlar om.



Nollställena är: $x \approx 0,5$

$x = 2$ (dubbelrot ⇒ terasspunkt)

	0,5		2	
+	0	−	0	−
↗		↘		↘

Max vid $x = 0,5$

Neg. terass vid $x = 2$