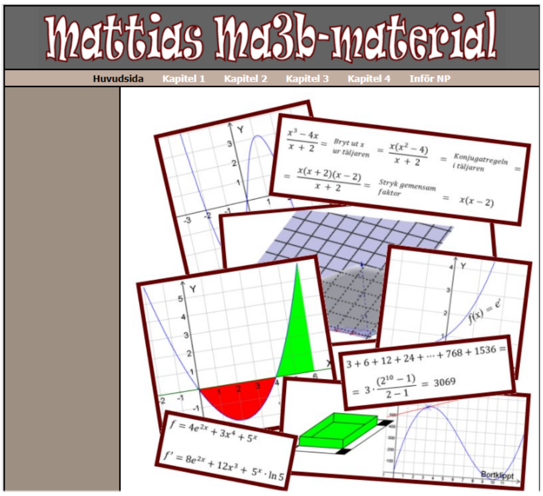


3.2 - Största och minsta värde

Grundläggande begrepp

Värde — En funktions värde
y-värdet i en funktionsgraf

Extrempunkt — Punkt där derivatan är noll
(Max, Min, Terass)

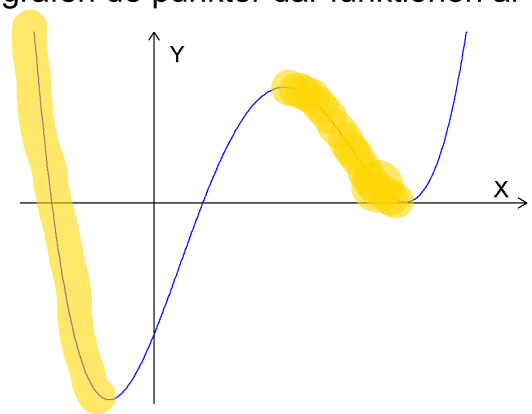
Växande — Punkter där grafen är på väg
uppåt $\Rightarrow$ Derivatan av positiv.

Avtagande — Punkter där grafen är på väg
nedåt $\Rightarrow$ Derivatan är negativ

Exempel 1: Figuren nedan visar grafen till en funktion, definerad för alla värden på x

Markera i grafen de punkter där funktionen är avtagande

Avtagande $\Rightarrow$
$f' < 0$
"På väg nedåt"



Största och minsta värde

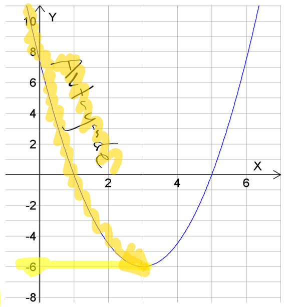
Största och minsta värde (om det finns) finns i vändpunkterna.

Dock är det inte alltid som både största och minsta värde finns, ex vid andragradare.

Exempel 2: Figuren till höger visar grafen till en andgradsfunktion, definerad för alla värden på x

a) Ange funktionens största och minsta värde

b) Ange alla x-värden där funktionen är avtagande



a) "Värde" ⇒ y-värden ⇒ Minsta: -6
Största: saknas

b) "Avtagande" ⇒ Neg. derivata ⇒ "Nedför" ⇒ Alla x-värden till vänster om $x = 3$ ⇒ $x < 3$

Exempel 3: För funktionen f gäller att $f(x) = -x^2 + 12x - 2$

a) Ange funktionens största och minsta värde

b) Ange alla x-värden där funktionen är avtagande

Börja med att ta fram extrempunkten.

1) $f'(x) = -2x + 12$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 12 = 0 \Rightarrow x = 6$

a) 3)

0	6	1000
+	0	−
↗	$f(6)=34$	↘

Beräkna y-värdet i maxpunkt mha $f(6)$

$f(x) = -x^2 + 12x - 2$

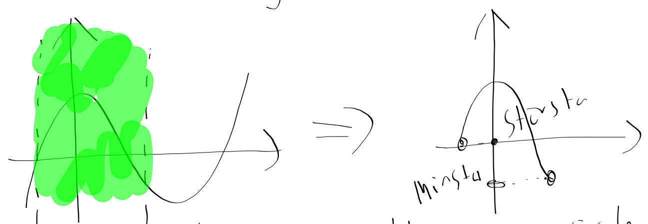
$f(6) = -36 + 72 - 2$
$= 34$

Största värdet är 34 (vid x-värdet 6)

b) Avtagande ⇒ Allt till höger om $x = 6$ ⇒ $x > 6$

Funktioner med begränsad definitionsmängd

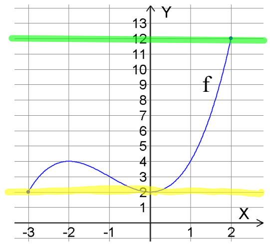
"Definitionsmängd" ⇒ Tillåtna x-värden



Beräkna både extrempunkternas y-värde och "kanternas" y-värden.

Exempel 4: Figuren visar en tredjegradsfunktion, f, definerad i intervallet $-3 \le x \le 2$.

Bestäm funktionens största och minsta värde.



"Värde" ⇒ y-värde: Största: 12

Minsta: 2

Exempel 5: För tredjegradsfunktionen f gäller att $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ med definitionsmängden är $-2 \le x \le 2$.

a) Bestäm funktionens största och minsta värde.

b) Bestäm de värden på x där funktionen är växande

Extrempunkter: $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0$ "p-q"

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$-1 \pm \sqrt{1 \cdot 1 + 3}$

$-1 \pm 2 \Rightarrow x_1 = -1+2 = 1$

$x_2 = -1-2 = -3$

Def: $-2 \le x \le 2$

-3	-2	0	1		2	
+		−	0	+		
utanför	21	↘ −6		↗	1	utanför

Beräkna y-värdena: $f(-2) = -8 + 12 + 18 - 1 = 21$

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ $f(1) = 1 + 3 - 9 - 1 = -6$

$f(2) = 8 + 12 - 18 - 1 = 1$

Största värde: 21

Minsta värde: −6

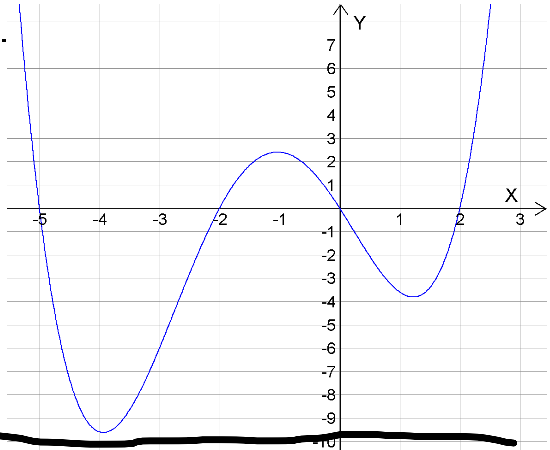
b) Enligt tabellen är grafen på väg upp mellan $x = 1$ och $x = 2$

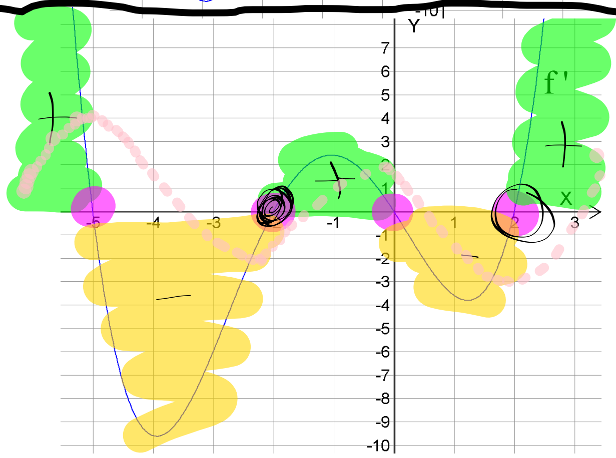
$1 < x \le 2$ Grafen växer även där $x = 2$ (kantpunkt)

Exempel 6: Figuren visar grafen till funktionen f'.

a) Bestäm de värden på x där funktionen f har ett lokalt minimum.

b) Bestäm de x-värden där funktionen f är växande.





Börja med att "markera" om det är pos. eller neg. värden på grafen

a) Lokalt minimum ⇒ f': $-\ 0\ +$

dvs vid $x=-2$ och $x=2$

b) Växande ⇒ pos. derivata

"Allt grönmarkerat"

$x<-5$; $-2<x<0$; $x>2$