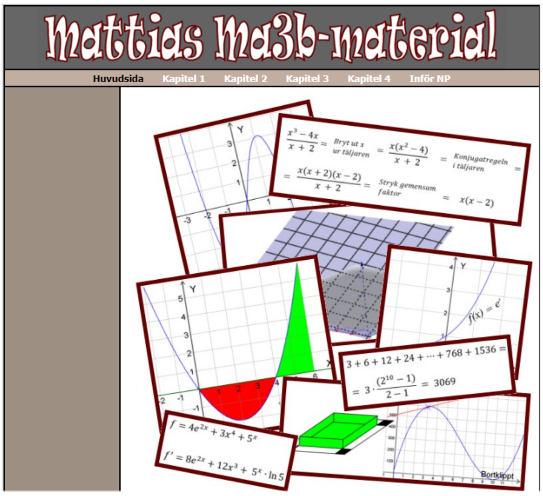


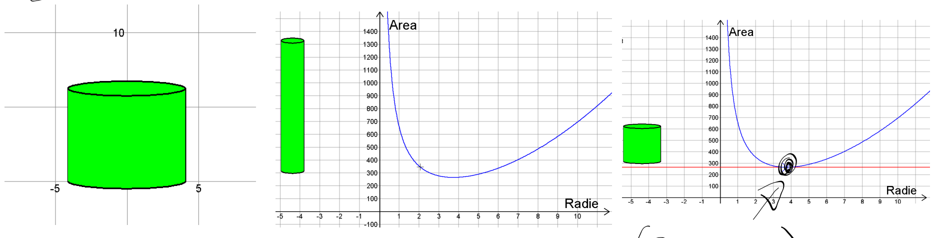
3.4 - Max- och minproblem

Vad menas med max- och minproblem?

En situation som kan optimeras,

ex: Materialåtgången i en 33cl läskburk

Sammanhang → Modell: Funktion → Extrempunkter



(3,75; ...)

⇒ Radien 3,75cm ger minst material.

Exempel 1: Priset på en kanelbulle på ett visst konditori varierade under en viss tiomånaders period enligt följande modell,

$P(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 2{,}1x + 16$

där P är priset i kronor efter x månader.

Efter hur många månader var priset som lägst?

"Vilket x ger minsta värdet på P?"

$P(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 2{,}1x + 16$

Söker extrempunkternas x-värden.

1. $P'(x) = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 2{,}1$

2) $P'(x) = 0 \Rightarrow 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 2{,}1 = 0$

Dela med 0,3 $x^2 - 8x + 7 = 0$

$\pm 4 \quad \sqrt{4 \cdot 4 - 7}$

$x_1 = 4 + 3 = 7 \qquad x_2 = 4 - 3 = 1$

3) $P''(x) = 0{,}6x - 2{,}4$

$x_1 = 7 \Rightarrow P''(7) = + \quad \cup \Rightarrow$ Min

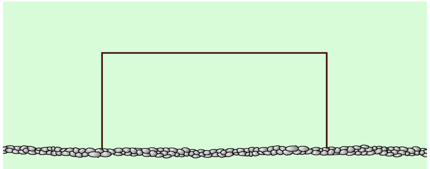
$x_2 = 1 \Rightarrow P''(1) = - \quad \cap \Rightarrow$ Max

Svar: Efter 7 mån är priset lägst.

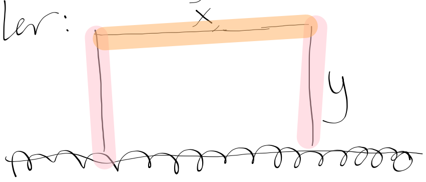
Exempel 2: En bonde ska bygga en rektangulär hage mot en lång rak stenmur.

Hagen ska byggas av 300 meter stängsel, och endast 3 sidor behöver byggas.

Vilka mått ska hagen ha för att få så stor area som möjligt?



Kallas kortsidan för y och långsidan för x gäller:



Arean $= x \cdot y$

Sammanlagt 300 m stängsel:

$$y + y + x = 300$$

$$x = 300 - 2y$$

$$\text{Arean} = x \cdot y = \left[x = (300-2y)\right] = (300-2y)\cdot y$$

$$= 300y - 2y^2$$

1. $A'(y) = 300 - 4y$
2. $A'(y) = 0 \Rightarrow 300 - 4y = 0$ $\quad +4y \quad +4y$

$$4y = 300$$

$$y = \frac{300}{4} = 75 \text{ m}$$

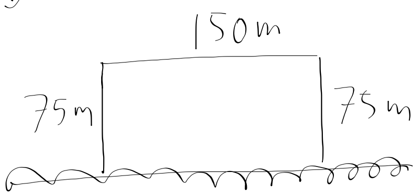
3. $A''(y) = -4$

$y = 75 \Rightarrow A''(75) = -4$ neg. $\Rightarrow \cap \Rightarrow$ Max

för alla värden på y

$\Rightarrow$ Den största arean fås då $y = 75$m

$\Rightarrow$



Max och minproblem med digitala verktyg

Strategin med digitala verktyg:

1. Rita grafen
2. Bestäm extrempunkter med kommandon:

Geogebra:
"Extrempunkt( )"

Miniräknare:
$\boxed{\text{2nd}} \rightarrow \boxed{\text{TRACE}}$
CALC
Maximum
Minimum

3: Tolka innebörden och svara på frågan.

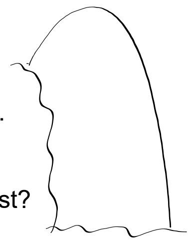
Exempel 3: En sten kastas i från en klippa ner i havet.
Stenens höjd över vattennivån ges av sambandet

$$h(t) = \frac{-9,82t^2}{2} + 14,6t + 18,4$$

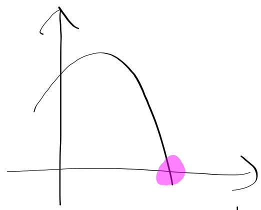
där h är höjden över vattennivån i meter efter t sekunder.

a) Hur lång tid tar det tills stenen når vattnet?

b) Hur högt över klippan är stenen när den är som högst?



Ritas grafen fås:



a) Tiden att nå vattnet ⇒ Nollstället i bild
Skärning(f, xAxeln) ⇒ 3,93 s

b) Högsta höjden över vattnet = extrempunktens y-koord.
Extrempunkt(f) ⇒ 29,25 m

Klippans höjd ⇒ "m-värdet" = 18,4

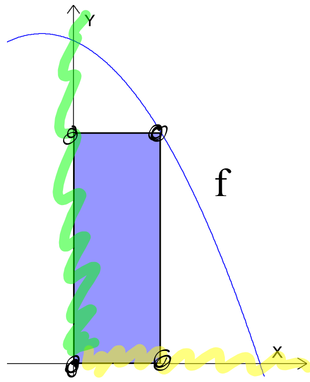
Höjden över klippan = Högsta höjden − Klippans höjd
$= 29,25 - 18,4 \approx 11$ m

Exempel 4: I koordinatsystemet till höger har en rektangel ritats.

Rektangeln har ett hörn i origo, två hörn på de positiva koordinataxlarna och ett hörn på grafen till funktionen

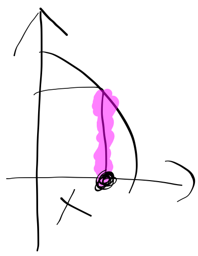
$$f(x) = -0{,}5x^2 - 0{,}5x + 6$$

Bestäm den största möjliga area som rektangeln kan ha

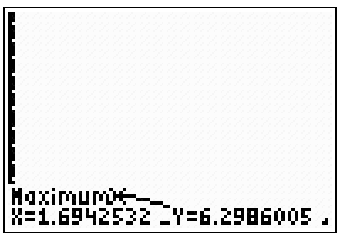


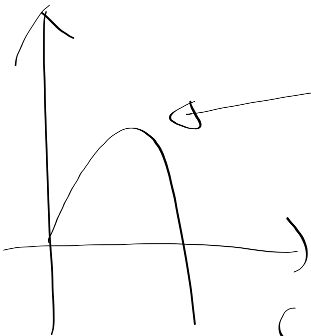
Area = Basen · Höjden =

$= x \cdot (-0{,}5x^2 - 0{,}5x + 6)$



Ritas Areafunk f:s:





Extrempunkt(f)

$\Rightarrow y = 6{,}3$

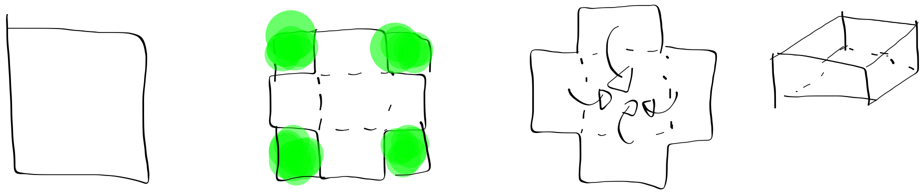
Största möjliga area är 6,3 ae.

Exempel 5: Urban ska bygga en låda av en kvadratisk bit med sidan 20 cm av en mjölkkartong.

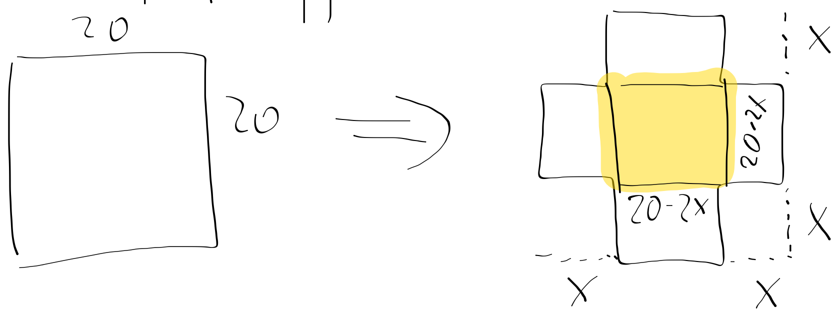
Lådan byggs genom att Urban skär loss lika stora kvadrater med sidan x ifrån bitens fyra hörn och viker upp kanterna.

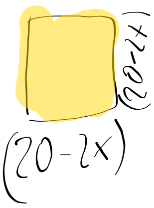
För vilket värde på x blir lådans volym som störst, och hur stor är volymen då?

Princip:



Om den bortklippta sidan heter x fås:

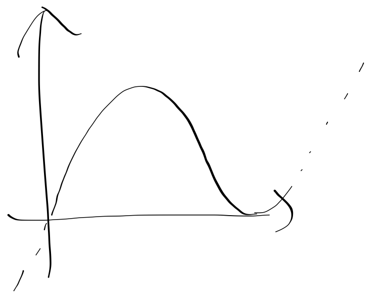


Volymen = Basyta · Höjd = 

$\cdot\ x$

$= (20-2x)^2 \cdot x$

Ritas grafen fås:



Extrempunkt ger:

$(3,33\ ;\ 592,6) \Rightarrow x = 3,33$ cm