

Kapitel 3 - Repetition

Del 1a – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar

1. Bestäm $f''(x)$ om...

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^2$

Svar: _____ (1/0/0)

b) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{2}$

Svar: _____ (1/0/0)

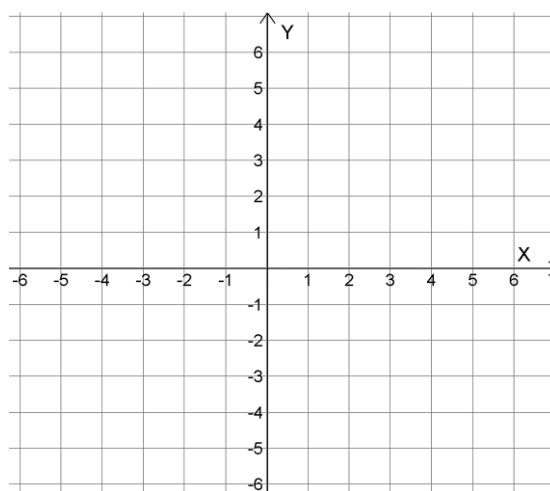
c) $f(x) = 5e^{2x}$

Svar: _____ (1/0/0)

2. Nedan visas en teckentabell över en funktion, f .

a) Gör en **grov skiss** över hur funktionens graf ser ut i koordinatsystemet. (1/0/0)

		-2		3		x
f		2		6		
f'	-	0	+	0	-	



b) Ange koordinaterna för *extrempunkterna* till f .

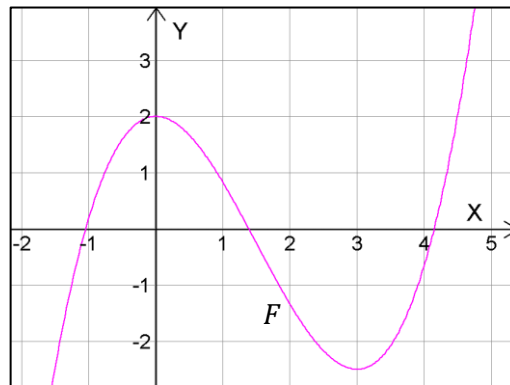
Svar: _____ (1/0/0)

c) Ange alla värden på x där funktionen f är *växande*.

Svar: _____ (0/1/0)

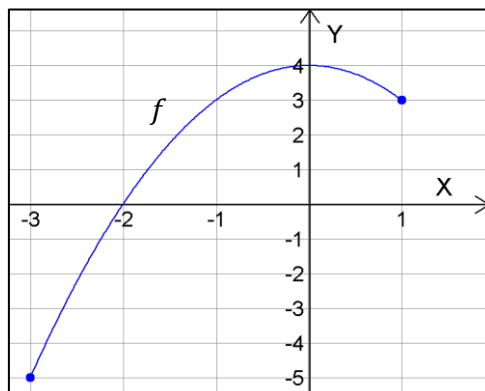
3. Figuren visar grafen till en primitiv funktion, F , till $f(x) = 2x^2 - 6x$
- Bestäm funktionsuttrycket för funktionen i grafen.

Svar: _____ (2/0/0)



4. Figuren till höger visar grafen till en funktion, f , definierad i intervallet $-3 \leq x \leq 1$
- Bestäm funktionens största och minsta värde.

Svar: Största värde: _____
 Minsta värde: _____ (1/0/0)



5. Bestäm värdet av integralen $\int_0^2 (5 - 2x) dx$

Svar: _____ (1/0/0)

6. Rita i koordinatsystemet till höger grafen till valfri funktion, f , som uppfyller samtliga villkor nedan: (2/1/0)

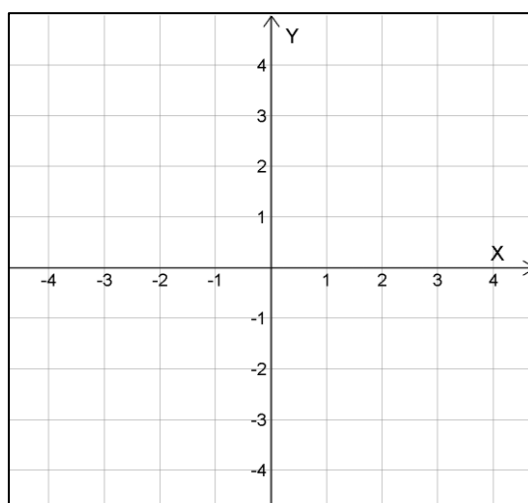
f är avtagande för alla $x \geq 1$.

f har en terrasspunkt i $(3, -2)$

$f(-2) = 1$

$f'(-2) = 0$

$f''(-2) < 0$



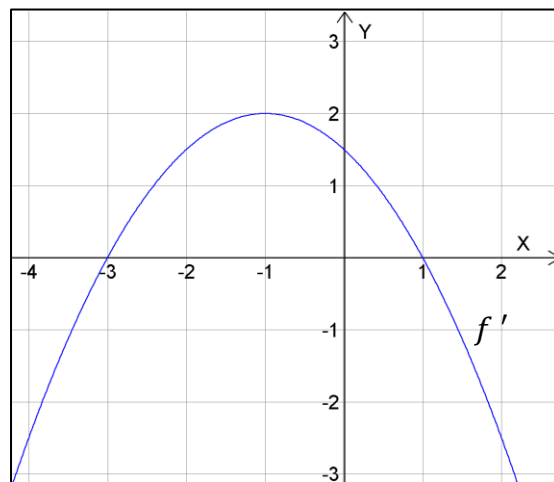
7. Figuren till höger visar grafen till funktionen f' , som är derivatafunktion till funktionen f .

a) Bestäm det x -värde där funktionen f har ett lokalt maximum.

Svar: _____ (0/1/0)

b) Bestäm alla x -värden där f är avtagande.

Svar: _____ (0/1/0)



c) Bestäm värdet av integralen $\int_{-1}^1 f''(x) dx$

Svar: _____ (0/0/1)

8. För funktionen f gäller att $f'(x) = e^{-2x} - x + \frac{4}{x^3}$

Bestäm *samtliga möjliga* funktionsuttryck till F

Svar: _____ (0/0/1)

9. Grafen till tredjegradsfunktionen f visas till höger.

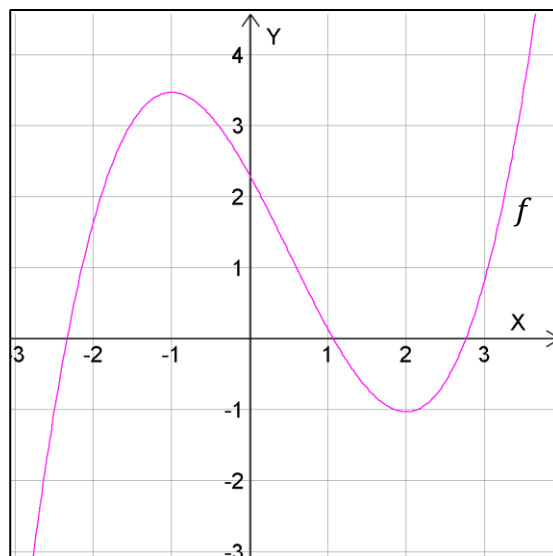
a) Lös ekvationen $f''(x) = 0$

Svar: _____ (0/0/1)

b) För funktionen gäller att $f''(1) = 1$

Bestäm värdet av $f''(-1)$

Svar: _____ (0/0/1)



Del 1b – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs

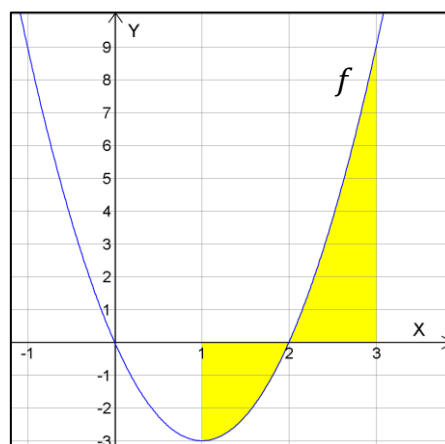
10. För funktionen f gäller att $f(x) = -x^2 + 6x + 2$

Bestäm koordinaterna för funktionens extrempunkt, samt ange dess karaktär. (2/0/0)

11. Figuren till höger visar grafen till funktionen $f(x) = 3x^2 - 6x$ med en integral.

Bestäm värdet av integralen i figuren.

(2/0/0)

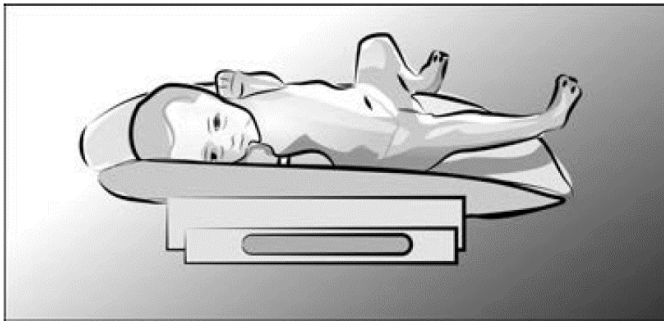


12. Bestäm en primitiv funktion F till $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ sådan att $F(1) = 5$

(2/0/0)

13. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(3/0/0)



Nyfödda barn förlorar normalt i vikt de första dygnet innan vikten ökar igen. För att kunna undersöka om barnen följer den normala viktutvecklingen har man på ett sjukhus samlat in uppgifter om nyfödda barns viktutveckling och ställt upp funktionen:

$$V(t) = 5t^3 - 135t + 3500$$

där V är medelvikten i gram och t är tiden i dygn efter födseln. Sambandet gäller under de första 6 dyggen efter födseln.

Visa att funktionen som beskriver medelvikten har ett lokalt minimum då $t = 3$.

14. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/2/0)

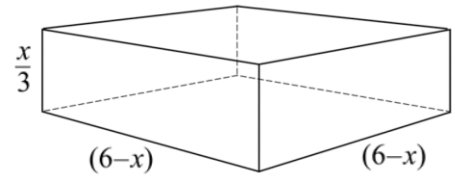
För funktionen f gäller att $f(2) = 3$ och $f'(x) = 0,5$ för alla x .

Beräkna $\int_2^6 f(x) dx$.

15. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(1/3/0)

Figuren visar ett rätblock med sidorna $\frac{x}{3}$, $(6-x)$ och $(6-x)$ i.e.
Använd derivata och beräkna rätblockets största möjliga volym.



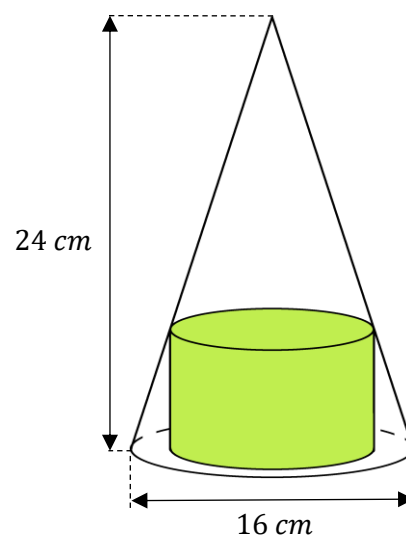
16. För tredjegradsfunktionen f gäller att den har två extrempunkter vid $(0,6)$ och $(3,0)$. Bestäm funktionsuttrycket för f .

(0/0/3)

17. En cylinder placeras inuti en kon med mått enligt figuren.

Bestäm den radie som cylindern ska ha för att få en så stor volym som möjligt

(0/0/3)



Del 2 – Med digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs

D1. För funktionen f gäller att $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 5,25x + 3$.

Bestäm funktionens största och minsta värde i intervallet $0 \leq x \leq 4$

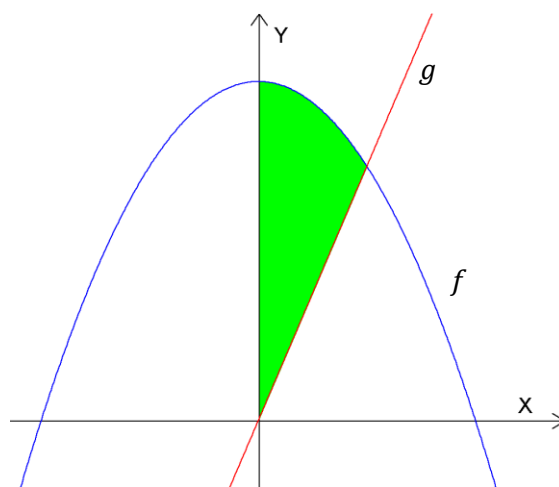
Svara med 2 decimaler!

(2/0/0)

D2. Figuren till höger visar ett område som begränsas av y -axeln samt graferna till de två funktionerna $f(x) = 4 - x^2$ och $g(x) = 3x$

Bestäm arean av detta område.

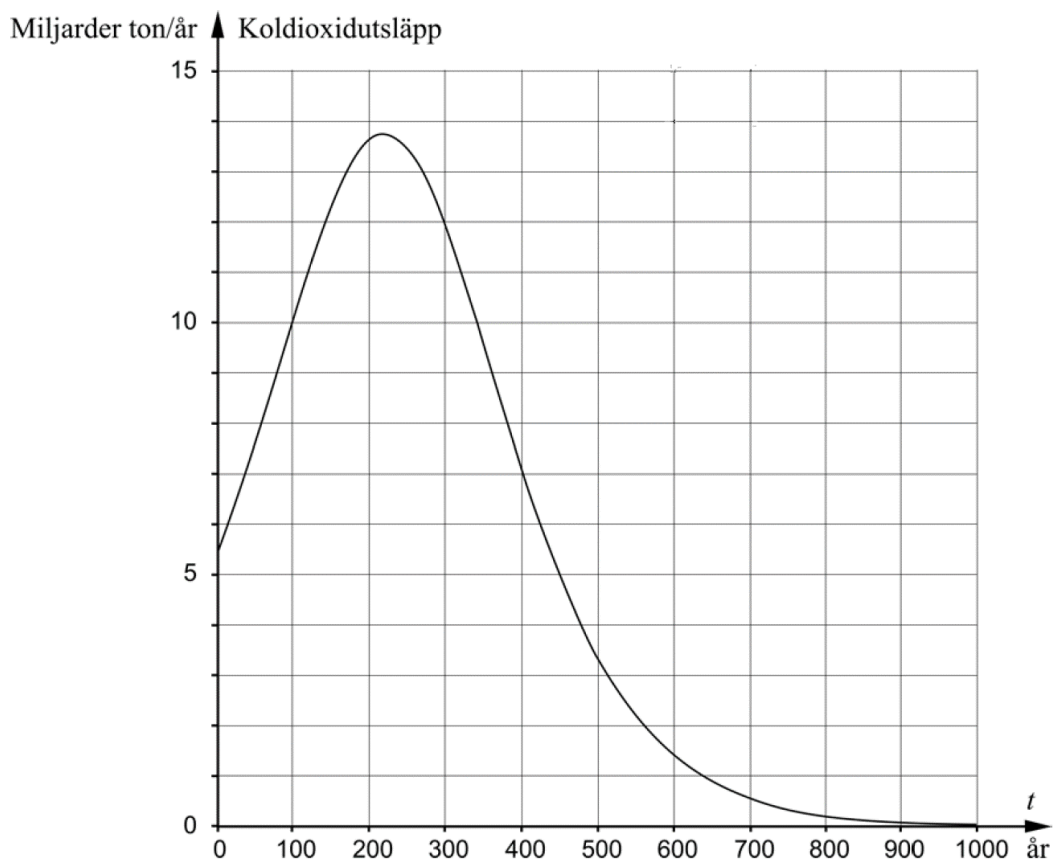
(2/1/0)



D3. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(1/1/0)

En prognos för de årliga koldioxidutsläppen i världen för de kommande tusen åren beskrivs med hjälp av grafen nedan. Tiden $t = 0$ motsvarar år 2000.



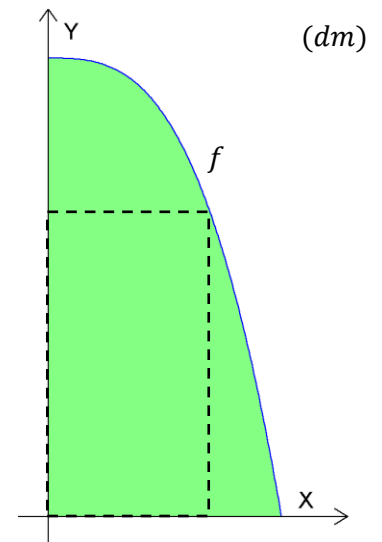
Uppskatta med hjälp av grafen hur mycket koldioxid som kommer att släppas ut mellan åren 2100 och 2400.

D4. Ur ett stort grönt papper har klippts ut en stor bit.
Det kvarvarande pappret har en form som (märkligt nog)
kan beskrivas med funktionen $f(x) = 15 - 0,05x^3$
där x är bredden i dm och f är motsvarande höjd i dm .

Mrs. Green vill använda den kvarvarande pappersbiten,
men behöver ett papper format som en rektangel.

Hjälp Mrs. Green med att ta fram måtten hos den
största möjliga rektangeln.

(1/2/0)



D5. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/2/0)

En funktion f har egenskaperna:

- $f'(x) = -2$
- $\int_0^3 f(x) dx = 3$

Bestäm $f(x)$

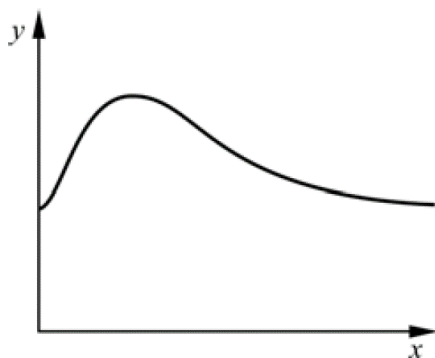
D6. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

När Johan äter 50 gram vitt bröd till frukost ändras hans blodsockerhalt. Blodsockerhalten mäts i millimol per liter (mmol/l).

Blodsockerhalten, y mmol/l kan beskrivas med modellen

$$y = 0,032 \cdot x^2 \cdot e^{-0,070x} + 4,0 \quad , \quad 0 \leq x \leq 120$$

där x är antalet minuter efter det att Johan ätit sin frukost.



Du ser i figuren att blodsockerhalten ökar när Johan har ätit sin frukost. Blodsockerhalten når sedan sitt största värde för att därefter avta.

- a) Under hur lång tid är blodsockerhalten över 6,0 mmol/l? (1/1/0)
- b) Hur lång tid efter frukosten börjar blodsockerhalten att avta? (1/0/0)
- c) När sjunker blodsockerhalten som snabbast? (0/1/1)

D7. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt kursprov. Lös uppgiften.

(0/3/0)

De styrande i ett land är osäkra på befolkningsutvecklingen i landet. De anlitar två olika konsulter för att de ska göra var sin prognos över befolkningsutvecklingen de kommande åren.

Den första konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100e^{0,02t}$ tusen personer per år.

Den andra konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100 + 0,2t + 0,02t^2$ tusen personer per år.

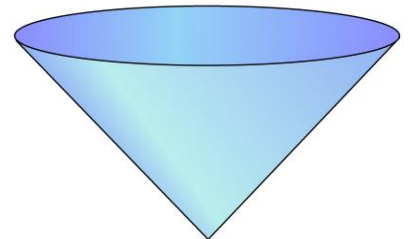
I båda prognoserna är t tiden i år räknat från början av år 2000.

Prognoserna ger olika besked om hur mycket befolkningen kommer att öka. Hur stor är skillnaden i folkmängd mellan de båda prognoserna i början av år 2015?

D8. En snabbmatskedja har en temakampanj där de vill erbjuda sina kunder att köpa milkshake i en konformad bögare som placeras i en hållare i stället för att få milkshaken i ett vanligt glas.

Bestäm vilka mått en sådan konformad bögare ska ha för att materialåtgången ska bli så liten som möjligt och ha volymen 300 cm^3

(0/0/3)



D9. Nedanstående sammanhang är ifrån ett gammalt nationellt prov.

Två ridintresserade systrar har länge önskat sig en egen paddock (ridbana) hemma på gården där de bor.

Paddocken ska ha en rektangulär form och placeras så att två av dess hörn ligger mot grusvägarna och dess långsida ligger utmed asfalten enligt figuren.

Systrarna räknar ut ett samband mellan paddockens area och långsida.

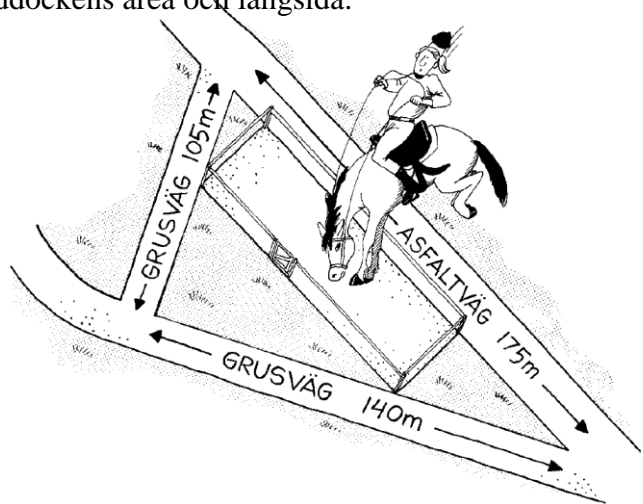
Sambandet ser ut enligt följande:

$$A(x) = 84x - 0,48x^2$$

där A är paddockens area i kvadratmeter och x är paddockens långsida i meter.

Utgå från att de tre vägarna beskrivas med x -axeln och de två räta linjerna

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{700}{3} \quad \text{och} \quad y = \frac{3}{4}x$$



Visa hur systrarna har kommit fram till sambandet ovan.

(0/0/4)