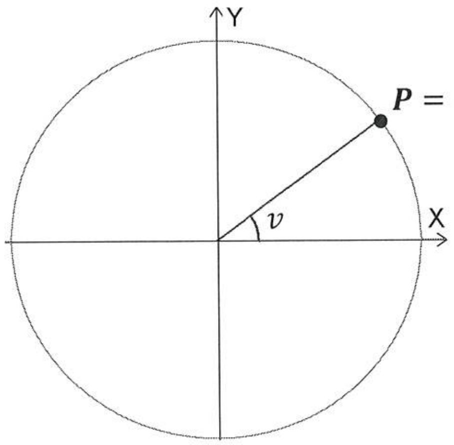
FACIT

Enhetscirkeln

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Figuren visar en enhetscirkel med punkten **P** markerad.
   Punkten $\boldsymbol{P}$ har koordinaterna $(0{,}8\,;0{,}6)$.



a) Bestäm värdet av $sin\ (v)$ (1/0/0)

sin v = y-koord. för punkten P

= 0,6

b) Bestäm $\cos(v) + \cos\ (60°)$ (1/0/0)

cos v = x-koord. för punkten P = 0,8

cos 60° = 0,5 enl. FB

⟹ 0,8 + 0,5 = 1,3

2. Undersök om
   $sin(30°) + sin(60°) = sin\ (90°)$ (2/0/0)

sin 30° = 0,5 enl. FB

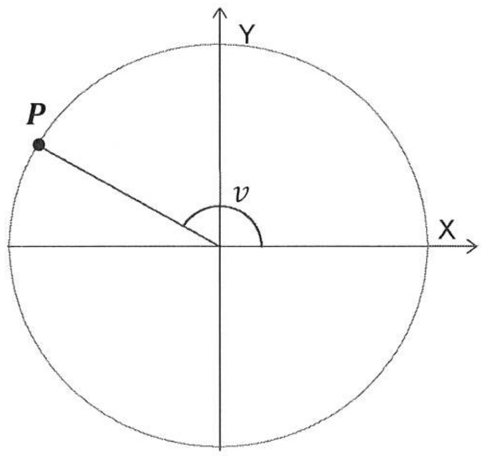
sin 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ enl. FB

sin 90° = 1 enl. FB

sin 30° + sin 60° = $0{,}5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \neq 1$

Nej, sin 30° + sin 60° är INTE sin 90°

3. Figuren visar en enhetscirkel med en punkt $\boldsymbol{P}$ markerad.



x-koordinaten för punkten $\boldsymbol{P}$ är $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ $\cos v = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Bestäm vinkel v (1/0/0)

Enligt tabellen gäller att den vinkeln som uppfyller $\cos v = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ är $v = 150°$

b) Bestäm $2 \cdot \cos(v)$ (1/0/0)

$2 \cdot \cos(v) =$ "Två gånger cosinus-siffran" $=$

$= 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$

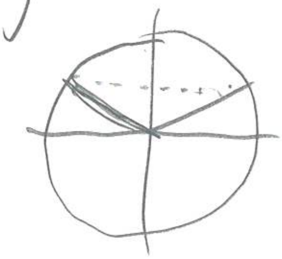
c) Bestäm $\cos(180° - v)$ (0/1/0)

"$180° - v$" innebär allmänt vinkeln på andra siden om y-axeln $\Rightarrow$

samma cos-värde fast omvänt tecken: $+\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Bestäm $\sin(180° - v)$ (0/1/0)

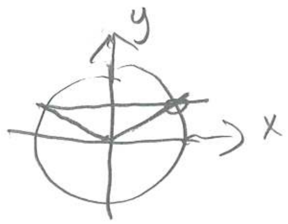
$\Rightarrow$ Vinkeln på andra siden y-axeln har samma y-värde



$\Rightarrow \sin(180° - v) = \sin(v)$

$\sin v = \sin 150° = \frac{1}{2}$

4. Bestäm de lösningar till nedanstående ekvationer som ligger i intervallet $0° \leq x \leq 360°$



a) $sin(x) = \frac{1}{2}$ (2/0/0)

Det finns två lösningar per varv.

Den första fås via FB : $x_1 = 30°$

Den andra fås via symmetri: $x_2 = 180 - 30° = 150°$

b) $cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2/0/0)

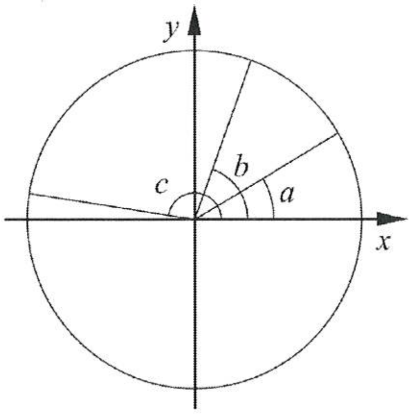
Första lösningen fås via FB: $x_1 = 150°$

Andra fås via symmetrin.

$x_2 = 360° - x_1 = 360° - 150° = 210°$

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I enhetscirkeln nedan är tre vinklar a, b och c markerade.



Ordna $\sin a$, $\cos b$ och $\sin c$ i storleksordning. Börja med det minsta värdet.

sin c, cos b, sin a (0/1/0)

sin a = y-värdet för vinkel a $\approx 0,5$

cos b = x-värdet för vinkel b $\approx 0,2$

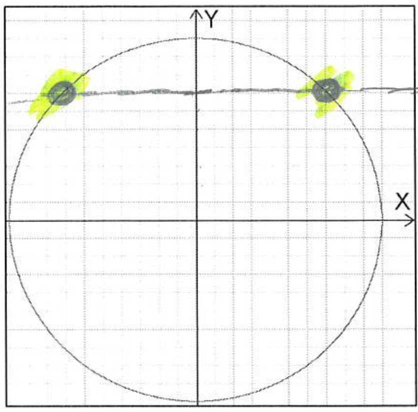
sin c = y-värdet för vinkel c $\approx 0,1$

6. Nedan visas fyra enhetscirklar. Markera i respektive enhetscirkel ut de **punkter**, som med tillhörande vinkel v, uppfyller samtliga villkor.

a) $\sin(v) = 0{,}7$ (2/0/0)

"y-värdet = 0,7"

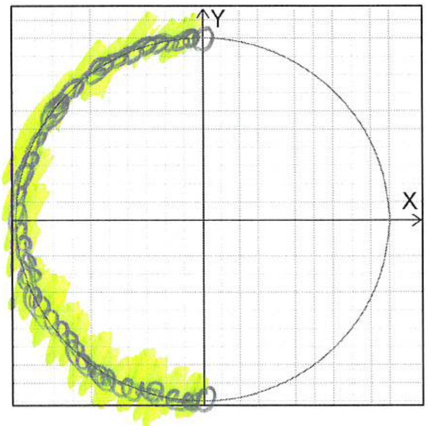
Dra en hjälplinje, och markera skärningspunkterna



y = 0,7

b) $\cos(v) < 0$ (1/0/0)

"x värdet negativt"

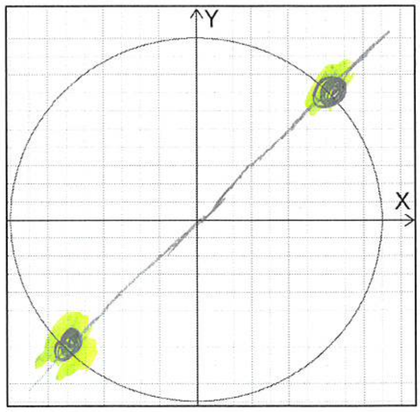


c) $\sin(v) = \cos(v)$ (1/1/0)

"Samma x som y"

Dra en 45° gradig linje, dvs y = x

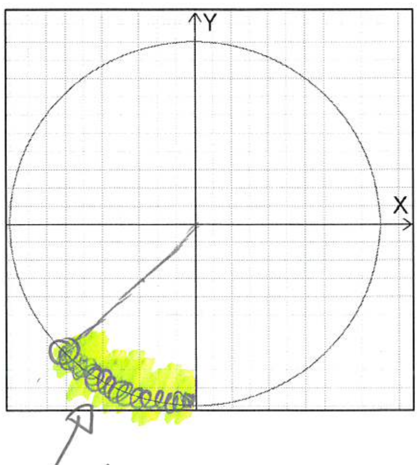
och markera skärningarna



y = X

d) $\cos(v) < 0$
$\sin(v) < 0$
$\sin(v) < \cos(v)$ (0/2/0)

"neg. x-värden
neg y-värden
y-värden < x-värdena"



y-värdena mer neg än x.

7. För de fem talen A, B, C, D och E gäller följande:

$A = \cos(15°)$

$B = \sin(160°)$

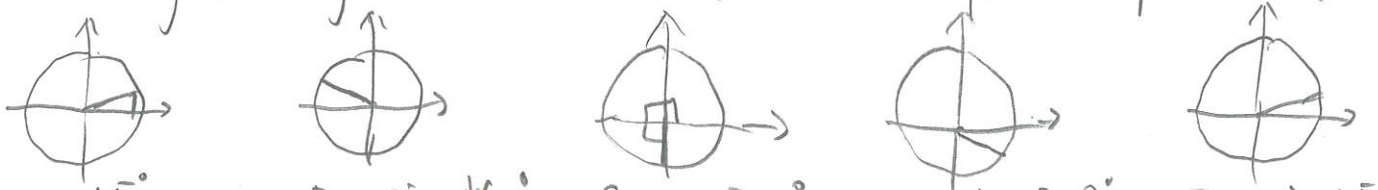
$C = \cos(270°)$

$D = \sin(340°)$

$E = \sin(15°)$

Sortera talen i storleksordning med det minsta först. (0/2/0)

Skissa en enhetscirkel för att få en ungefärlig bild av storleken på resp. tal.



$A = \cos 15° \approx 0{,}9$ $B = \sin 160° \approx 0{,}3$ $C = \cos 270° = 0$ $D = \sin 340° \approx -0{,}3$ $E = \sin 15° \approx 0{,}2$

I storleksordning: D, C, E, B, A

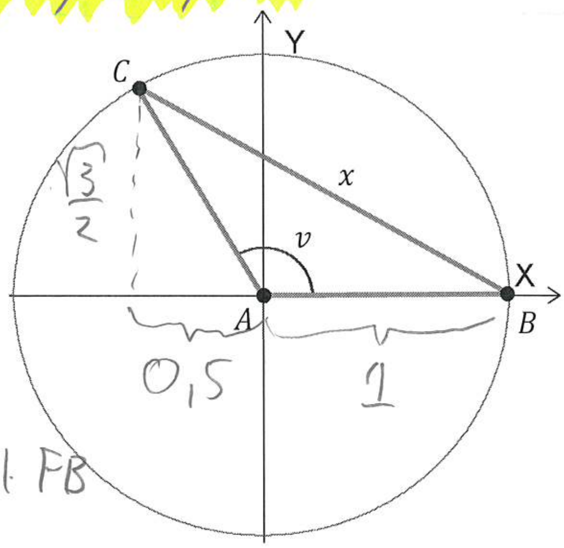
8. Figuren visar triangeln ABC som är inskriven i enhetscirkeln.

Punkt A ligger i origo.

Punkt B har koordinaterna (1,0)

$\cos(v) = -\frac{1}{2}$

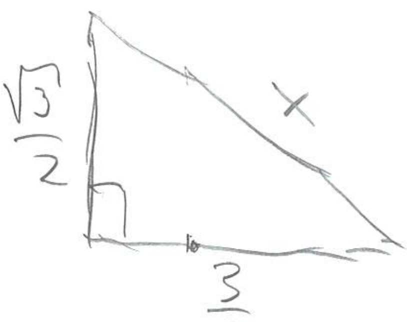
Bestäm längden av sträckan x (0/2/0)



$\cos v = -\frac{1}{2} \Rightarrow v = 120°$ enl. FB

$\Rightarrow \sin v = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Dras ett streck rakt ned från C fås:



x fås via Pyth. sats.

$\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow$

$x = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$

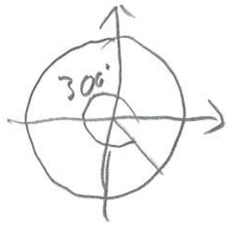
Varken cos(225°) el. sin(300°) finns på FB, men kan fås mha symmetri.

9. För summan av $\cos(225°)$ och $\sin(300°)$ gäller att

$$\cos(225°) + \sin(300°) = \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

Använd en enhetscirkel tillsammans med tabellen på formelbladet för att bestämma ett exakt värde på konstanten a (0/2/1)

$\cos 225° =$
$\cos 135° = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
enl. FB

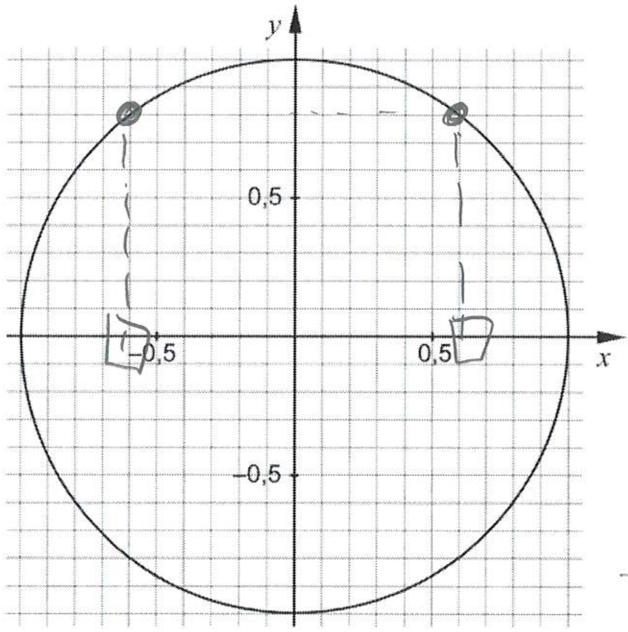


$\sin 300° =$
$\sin 60°$ fast neg.
$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$ enl. FB

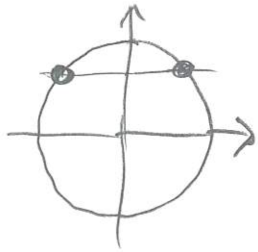
$\cos 225° + \sin 300° =$
$= -\frac{1}{\sqrt{2}} + -\frac{\sqrt{3}}{2} =$ [Samma nämnare]
$= -\frac{2}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} =$
$= \frac{-2-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$

10. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/0/2)

Använd enhetscirkeln nedan och bestäm $\cos(180° - v)$ om $\sin v = 0{,}8$

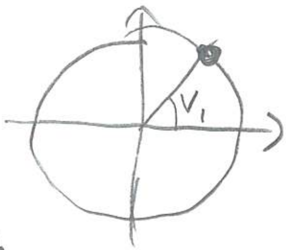


$\sin v = 0{,}8 \Rightarrow y = 0{,}8$

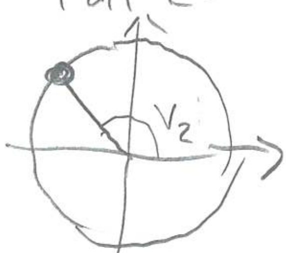


Det finns två fall

Fall 1:

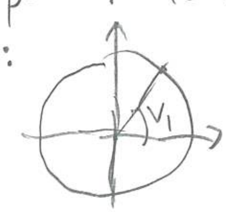


Fall 2:

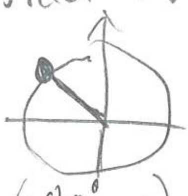


"180° − v" innebär vinkeln på motsatt sida om y-axeln.

Fall 1: ⇒

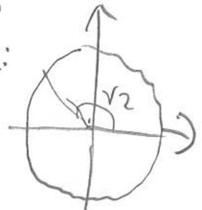


⇒

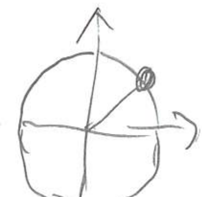


$(180° - v_1)$

Fall 2: ⇒



⇒



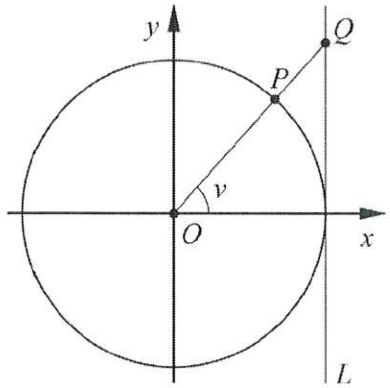
$(180° - v_2)$

cos ⇒ "x-värdet"

Fall 1 ⇒ −0,6
Fall 2 ⇒ +0,6

11. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/0/3)

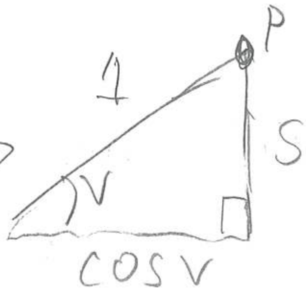
I figuren nedan visas en enhetscirkel som tangeras av en linje L som är parallell med y-axeln. För vinkeln v gäller att $0° < v < 90°$
Punkterna O, P och Q ligger på samma linje. Punkten Q har y-koordinaten t.



Bestäm $\cos v$ uttryckt i t

Dras ett streck rakt nedåt från punkten P fås:

enhetscirkelns radie =1 →



Denna triangel är likformig med:

enhetscirkelns radie = 1

Hypotenusan i denna fås med Pyth. sats $\Rightarrow \sqrt{1+t^2}$

Likformighet ger: $\dfrac{\cos v}{1} = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

$\Rightarrow \boxed{\cos v = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}}$